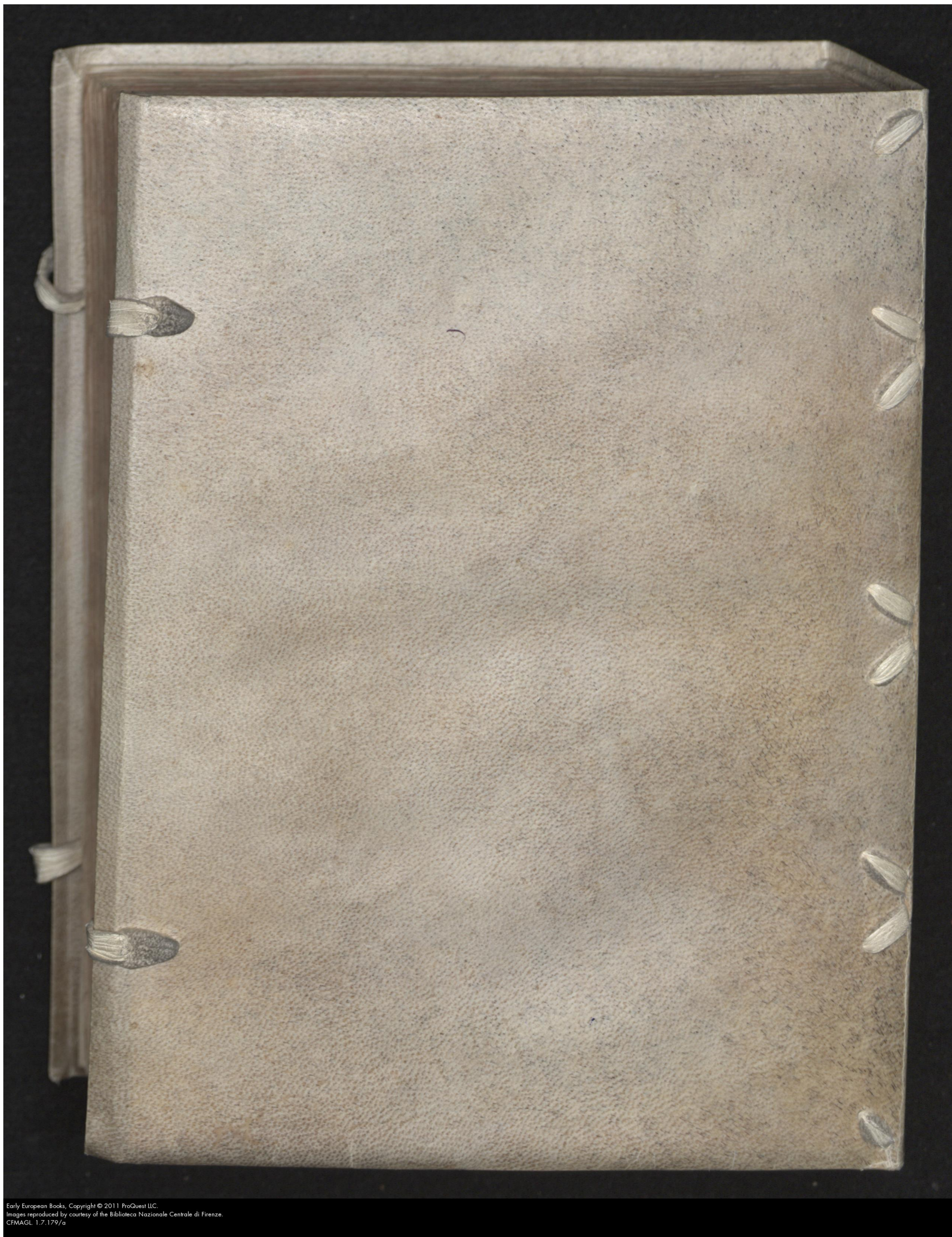
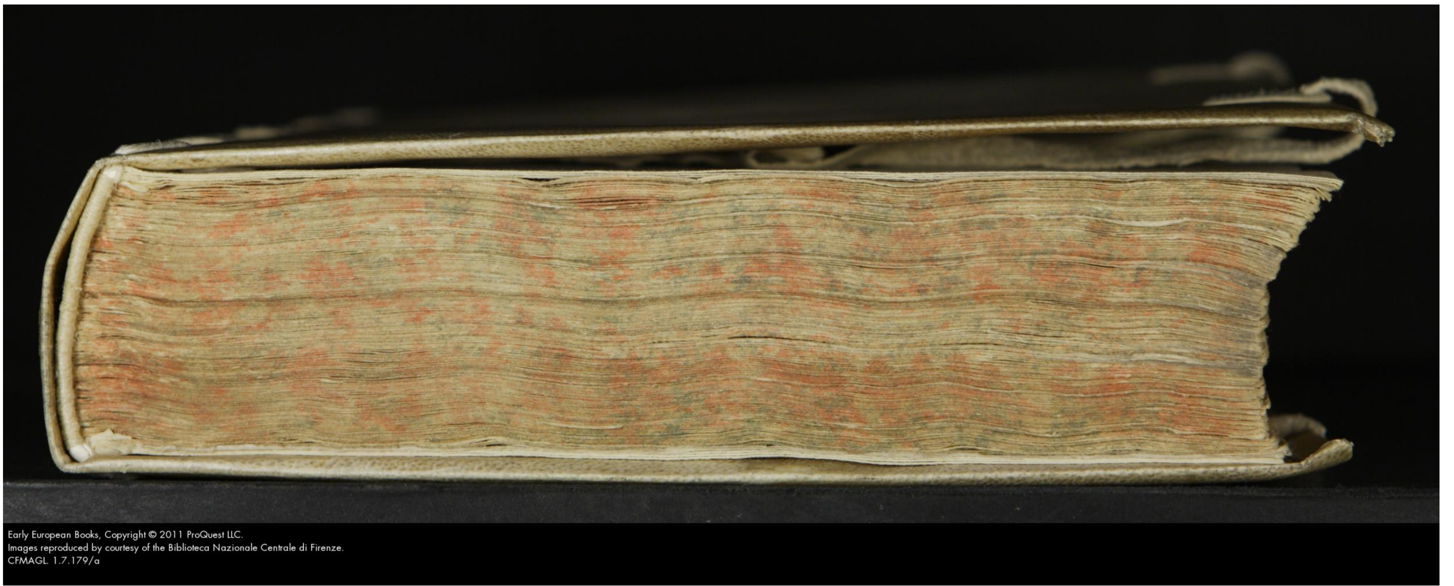
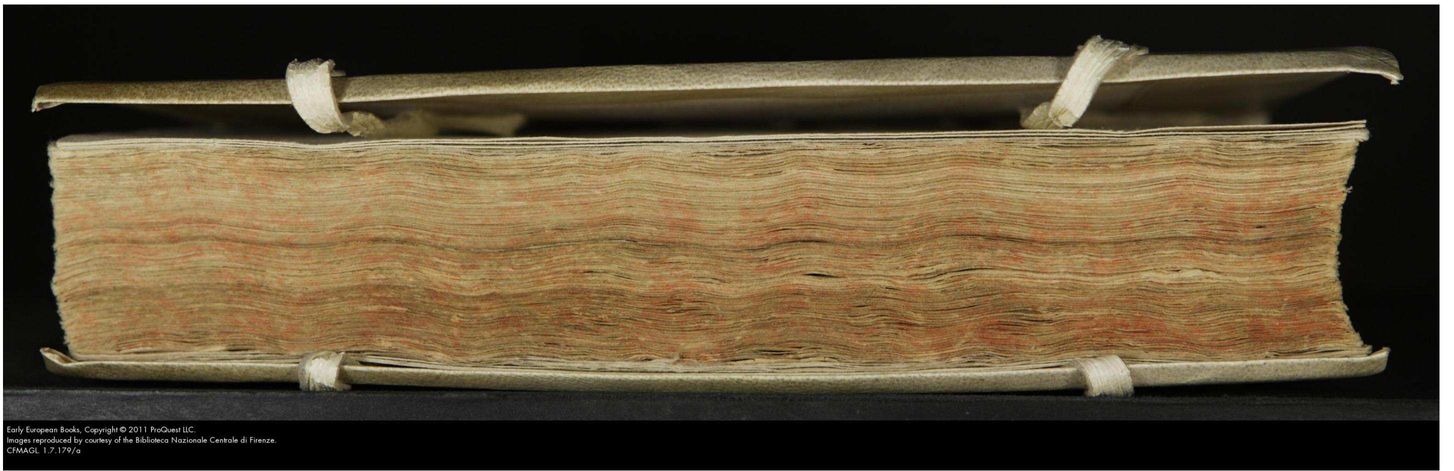



1
7
179









P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM, *LIBRI VNVS ET* TRIGINTA.



BASILEAE, PER EVSEBIVM EPISCOPIVM, *& Nicolai Fratris hæredes.*

ANNO M. D. LXIX.

ARGUMENTUM SCHOLARUM MAthematicarum.

Tres primi libri continent proœmium mathematicum, id est exhortationem ad mathematicas artes ad Catharinam Mediceam, reginam, matrem regis.

Duo proximi disputant præcipua quædam capita Arithmeticæ.

Reliqui ex ordine disserũt de quindecim libris euclideæ στοιχειώσεως.

DIPLOMA CAROLI NONI DE REGIORVM PROFESSORVM institutione.

CAROLVS DEI GRATIA REX FRANCIAE omnibus hoc Diploma lecturis S.

FRANCISCVS rex illustrißimus, dominus avusq; noster literas & literatos adeó coluit, ut omnium linguarum ac scientiarũ professores regio stipendio in academia parisiensi instituerit: eaque institutio successus tam secundos ac felices habuit, ut ex Europa universa doctißimi homines ad regias professiones optati, summum fructum ediderint, indeque infinitus numerus eruditorum virorum prodierit ad amplitudinem avi nostri per universum terrarum orbem testificandum, quod ab illustrißimo domino & patre nostro Henrico conservatum & cõtinuatum est: nosq; eadẽ voluntate ac mente fueramus, cúm in demortui professoris locũ designassemus professorem qui pro apto idoneoque nobis insinuatus esset. Verum P. Ramus nobis charißimus decanus professorum nostrorum animadvertit á nobis contra animi nostri sententiam designatum esse professorem, nullo doctrinæ nomine, nulla eruditionis fama notum, imó cúm ad prælegendum accesisset, auditorio perridiculum. Itaq; nostrã parisiensem curiam, de fraude, quæ reipub. fieret, edocuit, & rogavit ut is, qui se factum professorem diceret, examinaretur: quod á senatu decretum, nobis quoq; ratum ac probatum est. Quamobrem ut in posterum dignitas professionum regiarum, doctißimis tantúm maximeq; idoneis mandetur, de consilii nostri sententia, deliberatione certa, mera ac regia authoritate vacationem regiæ professionis, cujuscunque vel linguæ vel scientiæ, per omnes celebres academias scholasque promulgari, omnesq; qui prælectionem & disputationẽ á decano & reliquis pro-

fessoribus propositam subire voluerint, ad examen admitti volumus, & mandamus, ut ex omnibus qui prælegerint, disputarint, de quibus á decano, & professoribus reliquis renuntiatum nobis fuerit, potestas nobis sit optandi legitimeque designandi probatum maximé, maximeque idoneum: absque præjudicio tamen judicii in curia nostra jam facti, quod ad eum attinet, in quem examen decretum sit. Itaque mandamus charis & fidelibus nostris senatoribus parisiensibus, præfecto præfective legato privilegiorum conservatori parisiensis academiæ, ut nostrum diploma legēdum, publicandum, in publicas tabulas referendum, atq; observandum curent, nec ullo modo violari patiantur. Sic enim placitum nobis est, quæcunque contra diplomata intercesserint. In cujus rei fidem, diploma ipsum sigillo nostro obsignatum curavimus. Gergobinæ Bojorum, 7. Maii, anno 1566. & regni nostri 6.

Ex mandato regis, in regio consilio, ita signatum.

Albospineus.

SENATUS AUTHORITAS AD REGIS Diploma.

Secundo April. cúm Antonius Loeselus pro decano & collegio regiorum professorum postulasset á Senatu, ut diploma recitaretur, publicaretur, in tabulas publicas referretur: idque in tergo diplomatis testatum haberetur, Baptista Manilius regius orator pro generali procuratore regis consensit, & requisivit, ut ita fieret: tumque Christophorus Tutæus princeps Senatus, in diplomatis gratulationem pronuntiavit hos Juvenalis versus,

Et spes & ratio studiorum in Cæsare tantûm:
Solus enim tristes hac tempestate camœnas.
Respexit.——

S. C. itaque laudante atque approbante senatu factum est, ut in tergo diplomatis adscriberetur, lectum, publicatum, in tabulas publicas relatum, audito, consentiente & requirente generali procuratore regis. Atque ita factum signatumque.

TILLETVS.

PRAEFA

PRAEFATIO IN TRES PRIMOS LIBROS AD CATHARINAM MEDICEAM, *Reginam, matrem Regis.*



MPETRAVIMUS, Catharina Medicea, regium hoc diploma de examinandis & nominandis regi professoribus, Ioanne Monlucio Valentinorum episcopo Blesis primúm suadente: deinde Othone Castellonio cardinale palám ad regium consilium apud Gergobinam Bojorum referente, sed te in primis approbante: cujus gratiam non solúm quia maxima est omnium, quas adhuc á regibus suis regii professores consecuti essent, sed quia ad omnes populos nationesque pertineret, per orbem terrarum denuntiandam, divulgandam, publicandam judicavi, ut omnes docti homines, quacunque é gente orti, intelligerent; regias academiæ nostræ professiones sibi communes esse, unáque perspicerent, quám studiosum virtutis & doctrinæ regem nobis informares. Sed quoniam ingenui est animi, inquit orator, cui multum debeas, eidem plurimum velle debere, attende quid abs te regij professores præterea non postulent modó, sed propé jam expectent. Mediceorum domus publicum omni doctrinæ liberali hospitium Florentię fuit, & Cosmus Mediceus, Magnus propterea cognominatus est. Hîc enim Chrysoloras primus græcas literas tota Europa latina multis jam seculis intermortuas excitavit, unde Lutetiam á Tifernate Chrysoloræ discipulo protinus, indeq; in omnes Europę regiones delatę sunt. Hîc Argyropylus græcé Aristotelis philosophiam docuit, & é græco in latinum conversam, Cosmo nuncupavit: Hic Ficinus Platonem etiam latiné loquentem fecit, fructumq; cosmianæ liberalitatis singularem tulit, donatus elegante villa Careggio Cosmi vicina, ubi liberius philosopharetur: Hic deniq; græci phi-

losophi omnes, relicta Græcia in Italiam ad Cosmum hospitem profecti, interprete Ambrosio latinis cogniti sunt: Et quidem quò libentius docti cujusque doctrinæ homines Florentinam Cosmi academiam frequentarent, cœnobium sancti Marci magnificè à Cosmo ædificatum est, in eoque bibliotheca exornata libris omnium generum. Sed Laurentius Mediceus Cosmi nepos, avum etiam magnificentia vicit. Scholas duas, alteram Florentiæ, alteram Pisis fundavit, Chalcondylam, Vespucium, Landinum, Politianum, Baptistam Mantuanum, Lascarim, Marullum, Acciolum magnificentiæ suæ præcones habuit: Lascarim etiam per universa barbarorum imperia dimisit ad raros antiquorum authorum libros exquirendum. Itaque è Græcia, Ægypto, Syria, etiam voluntate permissuque Sultanorum, Laurentii studio faventium, conquisiti undique magno sumptu libri, & Florentiam comportati. tumque fama fuit græcos, imperio quidem à turcis, sed bonis artibus atque antiquis authoribus à Laurentio spoliatos esse. Ergo florentina bibliotheca illa à Cosmo instituta, à Laurentio nō solùm tabulis & signis excellentium artificum, sed tot tantisque latinorum græcorumque virorum vigiliis & monimentis ornata, publicis studiosorum desideriis, tam grandibus impensis dicata, omnes orbis bibliothecas longissimè superavit. Quid vis amplius? Christiani principes Laurentii fama commoti sunt ad doctos homines impensius colendum, ad academias omnium liberalium artium & scholas construendum, ad bibliothecas instituendum, ut Sfortia dux Mediolanensium: sed & reges, Matthias Hungariæ, Ferdinandus Arragoniæ: maximè verò omnium Franciscus Franciæ, vel hoc uno bonarum artium ac literarum amore à francis Magnus cognominatus, ut antea Cosmus à florentinis. Lascaris nempe Laurentio mortuo ad Franciscum venit, ut Tifernas antea Lutetiam venerat, regemque suapte natura

audiendi discendique cupidissimum, vehementius inflammavit. Interea Budæum etiam erudivit, unde bibliotheca Fontisbellaquei tanto rege dignissima, unde regii professores Lutetiæ instituti, id est fontes laudandarum disciplinarum aperti. Ioannes Mediceus, qui decimus Leo pontifex fuit, majorum bibliothecam discordiis civilibus afflictam restituit, & amore excellentium ingeniorum nihilo inferior fuit. Sadoletus, Bembus, Longolius mecœnatis sui virtutem testificantur. Quid Cosmus Mediceus Florentiæ & Senæ dux? quid aliud adhuc egit, & bibliotheca ad fanum D. Laurentii constituta, & publicatis pandectis, & ingenuis artibus fovendis colendisque, quàm ut domesticum a vitæ laudis patrimonium tueretur? Vides igitur, Catharina Medicea, quæ Mediceorum tuorum facta tibi proponam? Potentia & opibus liberaliter uti ad patriam maximis bonis complendum, fundare academias, ædificare palatia musis, doctos homines præmiis ornare, neque facinore tantùm præclaro hominibus prodesse, sed exemplo principes orbis terrarum ad æmulationem incendere. Atque hæc sunt paterni generis. quid si á materna stirpe Bononiensium in Belgio comitum cum regibus & imperatoribus sanguine conjunctorum gloria repetatur? Gotthofredus Bononiensis tria amplissima patrimonia, & suum & fratris & matris, sacræ militiæ consecravit, & sacris ideo stipendiis summo Francorum, Italorum, Germanorum consensu, Hierosolymorum regnum est adeptus: Patrias nempe regii animi virtutes Franci complectebātur: Germani suas ducebant, quód antea sub Augustorum signis illuxerant: Itali colebant, quia bello italico singulares essent experti. Quare in genere paterno sunt philosophi natura atque animo patriæ veri principes, in materno sunt heroes virtutis admiratione reges creati. In te veró cur degenerem, aut majoribus dissimilem animum interpreter? Superba palatia & tecta magnifica.

Medi-

Mediceis tuis placuêre: Tegulariæ ædes quid visum antea, vel auditum Parisiensibus ostentant? Bibliothecæ nobiles illis præ grandi pecunia redemptæ sunt: tu rarissimos latini græcique generis, nequedum feré editos authores permagno numero, neque sumptu minore tibi comparasti, discendique cupidis communicari voluisti. Testem hujus laudis, præter innumerabiles alios, me quoque fecisti. Cosmus literatos coluit, Laurentius etiam literas studiosé didicit: Tibi disciplinæ nobiles, sed mathematicæ in primis á tenera ætate placuerunt. Gotthofredus sanctum regnum virtute sibi comparavit. Tu singularibus naturæ adeoque & fortunæ dotibus, Christianissimo regi nupsisti, ut regum perpetua deinceps sobole futurorum regina mater esses. Superest ad cumulandum Mediceam palmam, florentina musarum domus: Superest Florentiæ & Pisis fundata academia: Superest operis pars summa, ut mediceam, ut bononiensem famam exuscites, vicinique populi tuas laudes admirati, æmulari denique incipiant. Agedum, singulares illos animi atque ingenii tui motus, consecrandis per ædificia memoriæ tuæ monimentis, utlibet & quantumlibet admirentur alii: equidem tum demum non admirabor tantúm, sed fortunatos judicabo, cúm tali structuræ proprium solum invenerint. O' me fidei speiq; bonæ plenum! Enimveró quid de gloria tua & pud te dicentem erubescere necesse est? Nego igitur solum in terris aptius esse ullum ad præclaram Catharinæ Mediceæ memoriam æternæ posteritati consecrandum, cliuo parisiensis academiæ. Hic fundatum musarum illud palladium, despectus in omnes regiones latissimos & jucundissimos habebit. Cosmus & Laurentius in Hetruria amœnas villas habuere: in earum nulla bibliothecam condiderunt, quia agris & sylvis ista nequaquam præparantur: in media patriæ luce collocarunt, ubi civibus ingenuis fructus ingenii lõgé gratissimus in prom-

ptu esset. & de Bellaquei fontis bibliotheca, te ipsam idem mihi respondere memini. Ergo bibliothecam constituito in urbe regni, cujus regina es, urbium reliquarum principe, & in academia omnium academiarum antiquissima celeberrimaque: Hic Florentia & Pisæ abundè suppeditabunt: neque tibi Mahumete opus erit, à quo capta Constantinopoli grammatici, oratores, philosophi è Græcia expulsi in tyrrhenum litus ejiciantur. Adsunt omnes illi, prætereaque latini & hebræi: adsunt & mathematici, qui literas omnium linguarum atque doctrinarum liberalium, stipendio profitentur: sed stipendio à mille manibus emendicato verius, quàm à regibus donato: & quidem emendicato ea jactura & temporis & pecuniæ, ut bona pars tum temporis, quod studiosæ juventuti pro regio stipendio tribuendum sit: tum stipendii, quod pro mercede assidui laboris professoribus regi expensum fertur, in stipendii procurationem absumatur. Auditoria professoribus regiis Lutetiæ adhuc nulla sunt: aula, vel via potiùs eadem vicissim omnes, & quidem precario duntaxat utuntur, eaque lege, ut prætereuntibus bajulis & lotricibus, & quibuslibet interpellationum molestiis regiæ professiones obnoxiæ sint. Professoribus ipsis domicilia mercede conducenda sunt. At privatorum gymnasiorum professoribus conditio paulò est æquior: Victus suis horis paratus, auditorium quieto loco secretum, domicilium definitum, stipendiũ etiam paulò clarioribus à gymnasiarcho, minervale omnibus à discipulo persolvitur. Illa igitur incommoda jampridem deplorantur, & Franciscus magnus cùm fortè inaudisset, opimam abbatiam præter stipendium professoribus donavit: Sed Timarchides tum nescio quis dedit operam, ne abbatia collegio addiceretur: partitus est singulis quantum placuit, partem nequaquam deteriorem subsecuit sibi: atqui extinctis jam cunctis pro-

fessoribus illis, extinctum quoq; regis beneficium est. Sed Franciscus magnus præclarum his malis remedium comparabat. Gymnasium loco, ædificio, vectigali, ordine, genere professorum, discentium numero, sed præcipué insigni quodam gallicæ nobilitatis prytaneo, diu multumque descriptum ac meditatum pené inchoaverat. Henricum ipse audivi de patris gymnasio disserentem, palamque prædicantem, sese eadem omnia etiam magnificentius præstaturum: Bella tamen & inopinæ mortes adhuc tantum bonum gallicis musis inviderunt. Quamobrem, Catharina Medicea, excita tuo uno eodemque monimento, Cosmi, Laurentii, Gotthofredi, Francisci, Henrici sempiternam memoriam. Situm gymnasii in medio academiæ tanquam centro, quó facillimus undique é tot gymnasiis sit accessus, tibi designavi, ubi auditoria professionibus variis separentur, domicilia doctoribus & discipulis regiæ liberalitatis alumnis assignentur: vectigal tantæ fundationi congruens, ærarium tuum nihil exhauriet: verbo uno, eoque omnium verborum, quæ humana voce unquam prolata sunt, justissimo sanctissimoque: verbo, inquam, uno hæc omnia tantúm tibi constabunt. Dicam tamen de impensis quod sentio, apud animum ut largissimum liberalissimumque, ita largitionis & liberalitatis fructu dignissimum. Mortales liberi mortalem, immortales immortalem gloriam memoriamque parentibus adferunt, ait Plato: nec ob humanos liberos unquam vel templa, vel sacra cuiquam facta sunt: At contrá Lycurgus Lacedæmone colitur, propter leges Spartæ & universæ Græciæ servatrices: Honoratur & Athenis Solon, propter talem legum partum: Cosmo Laurentioque ab invidis multa detracta sunt: at parta é recte factis, id est immortalibus liberis gloria detrahi non potuit, quin corporibus extinctis, in intimis suorum civium pectoribus liberales

erga patriam beneficique vivis animis perpetuó versentur. Hierosolymorum regnum jampridem defloruit: at heroicum Gotthofredi regnum in animis hominum sempiterna gloria florebit. Quid igitur substructiones illæ, quas ingenti hominum fama atque admiratione ædificas, quandiu Catharinæ Mediceæ futuræ sunt? Hæredem certé nomine, quin animo fortasse longé differentem non ita multó post accipient: Et si tua, quandiu per naturam queant, futura sint, tamen marmora muta surdaque erunt: At nostra hæc, quandiu Francorum regum statu incolumi parisiensis academia steterit, Catharinæ Mediceę & erunt & appellabuntur, beneficentiamq; gratissimis animis præ se ferent, omnibusque linguis & literis apud omnes populos in æternum prædicabunt, & quidem præconiis longiús latiusque resonantibus, quám vix credi possit. Etenim operæpretium sit Plinii sententiam cum præsenti argumento comparare. Serrani, inquit, Cincinnatique temporibus, annonæ uilitas Romæ summa fuit. Quænam ergo tantæ ubertatis caussa erat? Ipsorum tūc manibus imperatorum colebantur agri, ut fas est credere, gaudente terra vomere laureato & triumphali aratore: sive illi eadem cura semina tractabant, qua bella: eademque diligentia arva disponebant, qua castra: sive honestis manibus omnia lętiús proveniunt, quoniam & curiosiús fiunt. Hæc ille non minus veré, quám splendidé. At quorsum, inquies? Floruerunt, inquam, bonæ artes ac literæ Florentiæ & Lutetiæ, majoremq; doctorum hominum & operū proventū seculo uno vidimus, quám totis antea quatuordecim seculis majores nostri viderant. Laureati nempe vomeres Cosmorū & Laurentiorū in Italia: triumphales aratores Frācisci, Henrici, Caroli in Gallia, illos ingeniorū proventus, illas doctrinarū fruges, illa musarū adorea cōduplicarūt. Ecquā igitur fœcunditatē & copiā nō speremus, si spes

Italiæ, si spes Galliæ cōjunguntur? quos præcones, quibus vocibus, quàm altè Mediceã gloriã personantibus, futuros arbitramur? Literæ latinæ, græcæ, hebraicæ, philosophia tota, quæ putatur, lætissimo fructu animos hominum impleverunt. En etiã mathemata, qui pro una regia parisiensis academiæ mathematica professione (quam cæca improborum hominum turpisque cupiditas opprimere contendit) mille (ut bona spes est) mathematicas professiones tota Gallia primùm, deinde Europa reliqua excitabunt. Denique disciplinæ omnes uno variorum sonorum concentu, sempiternam beneficentiæ tuæ laudem concinere gestiunt. Hanc itaque vitam, Catharina Medicea, hanc memoriam, hanc posteritatis æternitatem complectere animo, per deum immortalem, totáque mente meditare.

INDEX IN TRES PRIMOS SCHOlarum mathematicarum libros.

INDEX IN SECVNDVM LIBRVM.

INDEX IN LIBRVM TERTIVM.

Ellipsis

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. I.

LIBERALIUM artium commẽtationem duplicem instituimus, ἀποδεικτικὴν alteram, qua veritas artium utilitásque demonstratur, quomodo grammatica, rhetorica, logica adhuc expositæ sunt: Arithmetica & geometria mox sequẽtur, deinde reliquæ: ἐλεγκτικὴν alteram, qua contrariarum opinionum vanitas refellitur: quo de genere scholæ sunt grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, physicæ, metaphysicæ, & jam mathematicæ. Prooemium hoc igitur mathematicæ cohortationis erit in tribus primis libris mathematicarum scholarum: quale prooemium legum suarum Plato primis libris quatuor & quinti parte cõprehendit, suasionem legis prooemii nomine significans. Primus igitur mathematicarum scholarum liber explicabit historiam præstantium mathematicorum, à quibus artes mathematicæ inventæ atque excultæ sunt: ut planũ sit adversus importunos derisores, quantæ dignitatis hæ sint disciplinæ. Secundus, mathematatum utilitates declarabit, ut calumniatores improbi convincantur, qui mathematicas artes palám audent affirmare sine fine, sine usu populari esse. Tertius, Ptolemæi regis problema adversus Euclidem disputabit, de magis perspicua, magisque compendiaria via matheseos instituendæ, quo facilius ab omnibus perdiscatur & exerceatur. Quamobrem, ô singularis & eximia mathesis,

—— Quæ te tam læta tulerunt
Secula? qui tanti talem genuere parentes?

Lubet enim grato jucundóque laudationis & gratulationis argumento, ut trojanus orator ille reginam Carthaginis affatus est, sic disciplinam tam nobilis & ingenuæ eruditionis affari. Aristoteles igitur 1. cœli, & 1. meteor. artes æternas, ut mundum, arbitratur, sed earum tanquam stellarum varios ortus & occasus esse, ut modô excitentur & floreant, modò jaceant & contemnantur. Hæc magni philosophi magna prorsus sententia est, artes sunt æternarum & immutabilium rerum: at ipsarum apud homines notitia nequaquam est æterna. Græcia quondam nulla natio doctior, nulla eruditior fuit: Italia, Gallia, Britannia, Germania nulla indoctior. At, ut inquit ille,

In Latium spretis academia migrat Athenis.

Commigrationes gentium variæ commemorãtur, commigrationes literarum & disciplinarum non pauciores commemorari possunt. Aristotelei nimirum sunt illi ortus atque occasus doctrinarum. Itaque ortus ejusmodi & occasus periodos quatuor Plin. lib. 18. cap. 25. astrologorum nomine prodidit: chaldæam, ægyptiam, grecam, romanam. Prima verô secundaque mathematum periodus sacris profanisque literis abundê testata est, mathesisque prima hominũ scien-

tia, ut ex Josepho patet, ante mundi diluvium fuit, artibus mathematicis per primos patriarchas divino longissimæ & sanctissimæ vitæ beneficio repertis. Sic enim loquitur li.1.cap.3. de Setho. Hic educatus, ubi eo ætatis venit, ut jam quod rectum esset, discernere valeret, virtutis studiis se totum dedidit, & cum vir optimus evasisset, etiam nepotes sui imitatores reliquit, qui quoniam erant omnes bona indole præditi, & patriam absque seditione incolebant, in perpetua felicitate vitam exegerunt, sapientiamque cælestium rerum atque ornatum animadverterunt: Ne autem hæc inventa ex hominum notitia dilaberentur, & prius perirent quàm pernoscerentur, cùm Adamus universalem rerum interitum fore prædixisset, unum incendio, diluvio alterum, excitarunt duas columnas, alteram lateritiam, alteram lapideam: & utrique sua inventa inscripserunt, ut si lateritiam diluvió deleri contingeret, lapidea superstes hominibus discendi copiam faceret, & quæ inscripta continebat, spectanda exhiberet: ajunt enim lapideam illam ab ipsis dedicatam, quæ & nostris temporibus extat in Syria. Hæc Josephus 3. cap. de mathematis apud sanctos patriarchas ante diluvium, deque mathematum amore quodam singulari atque admirabili. Capta ab hostibus ciuitate, profugi ciues quæ charissima habuerant, rapiunt transferuntque secum.

Sum pius Aeneas raptos qui ex hoste penates
Classe veho mecum. —

At sancti patriarchæ de mathematum summorumque animi bonorum salute soliciti, Aeneæ pietatem tantó superarũt, quantó virtutum illustrium solida bona ficta penatium superstitione majora fuerunt ac diuturniora. Sed de mathematis postea diutissimé in eadem gente continuatis idem Josephus cap. 8. ejusdem libri idoneus author est de Abrahami mathematis mirifica prædicãs. Abrahamus, inquit, vir is fuit, qui & omnium rerum intelligentia præstaret, & facile audientibus persuaderet, neque in iis falleretur, de quibus conjectaret. Propterea virtute sapientiæ cæteris præstantior habitus, constituit vulgo receptam de deo persuasionem convellere & commutare. Ergo primus audet affirmare unum esse deum universorum opificem: De cætero si quid ad felicitatem conferat, id non nostris nobis viribus, sed illius voluntate contingere. Hoc veró colligebat ex terræ & maris affectionibus, tum eorum quæ circa solem ac lunam, & omnium quæ circa cælum contingerẽt: esse nimirum potentiam quandam, quæ his adsit & provideat singulari ordinis observatione. Hac autem cùm destituerentur homines, palam esse quæcunque ad nostram utilitatem attinent, non pro nostra ipsorum facultate, sed pro dei jubentis imperio & potestate suppeditari. Quapropter huic uni honorem deberi, huic gratias agi oportere. Qamobrem cum Chaldæi & Mesopotamii cæteri contra ipsum moverentur, consilium migrandi cepit, & voluntate auxilioque dei fretus Chananæam tenuit, ubi sedibus positis deo struxit aram, & hostias mactavit. Meminit autem patris nostri Abrahami Berosus quoque, non tamen eum nominans, his verbis. Post diluvium autem decima ætate apud Chaldæos erat quidam justitiæ cul-

tiæ cultor, vir magnus, & cælestium rerum peritus. Hæc igitur mathematum prima periodus est apud Josephum, á Diodoro Siculo brevius notata lib. 2. In Babylonis medio, ait, Semiramis templum Iovi erexit, quem uocant Babylonii Belum, de quo cum & ſcriptores diſcordent, & opus ipſum vetuſtate collapſum ſit, certi nihil pronuntiari poteſt: conſtat tamen miranda altitudine fuiſſe: & á Chaldæis in ipſo obſervationes factas eſſe, accurate cõſiderato & oriente & occidente propter operis altitudinem. Hic igitur Semiramis videatur templum Jovis nomine, mathematicis Chaldæis & mathematicis aſtrorum obſervationibus ſacraviſſe: quo loco videatur Diodorus Babylonicam turrim ſacris literis teſtatam attingere. Sed in eodem etiam libro Chaldæi dicuntur numerare annos, quibus illis obſervationibus vacaverunt uſque ad Alexandri aſcenſum, 473000. quæ fabula refellitur á Calliſthene miſsis ad Ariſtotelẽ Chaldæorum obſervationibus annorũ 1903. Sed enim Chaldææ matheſeos ut Abrahamus ſacris, ſic Beroſus profanis literis artifex inſignis perhibetur. E´ Chaldæa gente Beroſo, ait Plinius, ob divinas prædictiones Athenienſes publicé in gymnaſio ſtatuam inaurata lingua ſtatuêre. Sed mathematum originem in una præſertim aſtrologia M. Tullius primo de divinatione perſpicué palamque ab Aſſyriis repetit. Principio Aſſyrii, ut ab ultimis authoritatem repetam, propter planitiem magnitudinemque regionum, quas incolebant, quum cælum ex omni parte patens atque apertum intuerentur, trajectiones motuſque ſtellarum obſervaverunt, quibus notatis, quid cuique ſignificaretur, memoriæ prodiderũt. Qua in natione Chaldæi, non ex artis, ſed ex gentis vocabulo nominati, diuturna obſervatione ſiderum, ſcientiam putantur effeciſſe, ut prędici poſſet quid cuique euenturum, & quo quiſque fato natus eſſet. Quamobrem primus ortus mathematum apud Chaldæos ejuſmodi fuit, cum prima Plinii periodo congruens. Sed ortæ & florentes apud Chaldæos mathematicæ artes tãdem ex Aſſyria in Aegyptum commigrarunt duce Abrahamo. Nam ut apud eundem Joſephum eſt 9. cap. 1. lib. fame Chananæam invadẽte, Abrahamus audita Aegypti ubertate, proficiſci illuc decrevit, tum ut copiis eorum frueretur, tum ut ſententiam ſacerdotum de divinitate cognoſceret: aut ſecuturus illorum opinionem, ſi modo melior eſſet, aut ipſe rectiora iis commonſtraturus. Itaque, ut eſt in eodem capite paulo poſt, rex Aegypti Pharaotes Abrahamo magna pecunia donato poteſtatem fecit congrediendi cum præſtantiſsimo quoque Aegyptiorum ac doctiſsimo: quo factum eſt ut ipſius virtus, virtutiſque fama illuſtrior fieret. Nam cũ Aegyptii diverſis moribus agerẽtur, patriaſque leges inter ſe contemnerent, propterea que varié conflictarentur, cum quolibet ipſorũ congrediens, eorúmque opiniones refellens quas de patriis rebus haberẽt, vanas, nihilq; prorſus veritatis habere declaravit. Ob has igitur diſputationes admirabilis factus eſt: cumq; magnã tam intelligendi, quám eloquendi, docendique facultatẽ præ ſe ferret, arithmeticam aſtronomiamq; benigné illis communicavit. Nã ante Abrahami ad ipſos adventũ Aegyptii rudes erant hujuſmodi diſciplinarũ, quę á Chaldæis ad Aegyptios profectæ hinc ad Grecos tandẽ pervenerunt.

runt. Hæc Iosephus de Abrahami singulari in mathematicis eruditione ac professione, deque cōmigratione mathematum á Chaldæis in Aegyptum. Proclus igitur istam periodum temporum secundam secutus, inventionem arithmeticę ad Phœnicas propter mercaturas & commercia, geometriæ ad Aegyptios propter inundationes Nili suo limo terminos agrorum obruentis retulit: Et quidem Berytus in Phœnicia oppidum etiam temporibus imperatorum, Athenarum instar professione disciplinarum floruit: atque Aegyptii possessionem quidem laudis hujus antiquiorem, ab Alexandro autem magno Alexandriam etiam disciplinarum istarum academiam habuere. Sed ante Alexandrum, ut dixi, multis seculis in Aegypto mathematicæ artes ab Abrahamo illuc traductæ, floruerunt, adeo, ut Aristoteles 1. cap. 1. metaphy. affirmet mathematicas artes in agypto primum á sacerdotibus publica vacatione fretis inventas esse: & certé vacatio illa in genesi cap. 27. testata est, ut á rege Pharaone sacerdotibus ager in stipendium mathematicæ professionis esset assignatus. Quapropter mathematica otia apud hebræos sanctorum & divinorum patrum studia fuerunt: mathematica otia apud Aegyptios sacerdotum studia fuerūt, imo veró regū ipsorum monimenta: hinc regali sumptu ædificatæ mathematicis armillæ, constructa magnis impensis generum omnium ad varias observationes gymnasia & instrumenta. Id nimirum Manilii carmina Augusto Cæsari cecinerunt de sacris vatibus & sacerdotibus mathematum magistris, ut deus regum & sacerdotum animos mathematis velut afflarit ad ipsius providentiam perspiciendū: astrologiam tātum attingit: at arithmeticam & geometriam antecedere necesse fuit. Sed paganus poeta Mercurium pro deo nominat.

Quem primum infernis licuit cognoscere terris
Munera cœlestum? quis enim condentibus illis
Clepsisset furto mundum, quo cuncta reguntur?
Quis foret humano conatus pectore tantum,
Invitis ut diis cuperet deus ipse videri?
Tu princeps authorque sacri Cyllenie tanti:
Per te jam cælum in terris, jam sydera nota.
Sublimes aperire vias, unumque sub orbem
Et per inane suis parentia finibus astra,
Nominaque & cursus signorum, pandere vires,
Major uti facies mundi foret, & veneranda
Non species tantum, sed & ipsa potentia rerum.
Sentirentque deum gentes, quam maximus esset.
Qui sua disposuit per tempora cognita ut essent
Omnibus, & mundi facies, cælumque supernum.
Naturæque dedit vires, seque ipsa reclusit,
Regales animos primum dignata movere
Proxima tangentes rerum fastigia cælo.
Quæ domuêre feras gentes oriente sub ipso,

Quæ

Quas ferat Euphrates, in quas & Nilus inundat,
Quà mundus redit, & nigras super evolat urbes.
Tum qui templa sacris coluerunt omne per ævum,
Delectique sacerdotes in publica vota
Officio junxêre deum, quibus ipsa potentis
Numinis accendit castam præsentia mentem:
Inque deum deus ipse tulit patuitque ministris.
Hi tantum novêre decus, primique per artem
Sideribus videre vagis pendentia fata.

Adhuc igitur penes Chaldæos & Aegyptios mathematicum magisterium divinum & sanctum, idemque sacerdotale ac regale fuit. Deinceps mathesis ex Aegypto græcum matre trajecit, & ad Græciæ philosophos tandē pervenit, annisque paulo plus ducentis á Thalete milesio & Pythagora samio ad Euclidem maturitatem suam quandam & perfectionem habuit: nos ætatem istam maturitatis longius ad Theonem usque produximus annis feré mille. Thales enim ante Christum floruit annis 584. Theon post Christum annis 390, quibus additis summa est 974. Sed in hac secta etiam latinam complectimur: quam Proclus novam sectam nullam putavit propter cæsarianam astrologiæ descriptionem, quæ præsertim Sosigenis fuit. Quamobrem & nos á Proclo præcipua hujus historiæ capita mutuati, ex hac tertia periodo atque secta mathematicos complecti statuimus. Thales igitur milesius primus Græcorum, cum in Aegyptum venisset, Geometriam inde in Græciam transtulit, multaque ipse reperit, multa successoribus suis exposuit, τοῖς μὲν καθολικώτερον, τοῖς δ' αἰσθητικώτερον ἐπιβάλλων: aliis quidem plenius & uberius, aliis subtilius & minutius incumbens, ait Laertius. Hæc in mathematico logicæ laus est magna, & qua major, vel optari hodie non possit: sunt multa in elementis specialiter proposita, quæ ad generum paucitatem redigi queant: sunt generalia quædam, quorum specialis fructus ignoratur: imo totis elementis nullum de cujusquam propositionis usu verbum est: atque ut illic genera, ita hic species valde requirantur. Ergo Thales logicam istam secutus γραμμικὴν θεωρίαν de lineis cōtemplationem, quam prius Euphorbus Phryx inchoaverat, absolvit, & quandam de triangulis doctrinam attigit, ut 5. 15. 26 p 1. sicuti Proclus recitat: item etiam adscriptionem trianguli & circuli, de qua sunt 2. 3. 4. 5 p 4. cujus adscriptionis etiam lætitia elatus, bovem immolasse dicitur. ó Mathematicas musas vestris amatoribus initio tam difficiles durasque: tandem tam suaves ac jucundas, quæ vestri studiosos tantis laboribus exercetis, ac demum tanta voluptate perfunditis. Hæ nimirū mathematum voluptates eximiæ sunt & singulares, quarum exempla etiam in posteris nonnulla reperientur, mathematici tantum laboris propria, cum cæteris artibus minime communia: sed Thaletis aliæ quoque laudes sunt. Pyramides Aegyptias dimensus est, observato cúm corporibus umbræ essent æquales: quod accidit sole, 45. grad. eleuato: Sed geodæsia illa ex umbris facta est postea elegantior de quolibet tempore per triangula similia. Atque hic Thales non

tantum veritatem, sed utilitatem mathematicam spectavit. Circa Astrologiam observauit quædam præcipuæ necessitatis ac difficultatis de æquinoctiis, solstitiis, ut Laertius ait, itē de ursa minore, id est Cynosura, ut Callimachus & Eudemus authores sunt: denique primus solis eclipsim prædixit, ut Hyppias & Aristoteles tradiderunt, & lunæ eclipsim Cyro prædixit, ut Tzetzes author est. Simplicius tamen 2. cap. 1. Phys. ait à Thalete scriptum nihil esse præter Astrologiam quandam nauticam, cujus etiam mentio quædam erit in Proclo ad 26 p 1, quæque ad Cynosuram illam spectabat: Erat enim nautis pro pyxide quæ nunc est, ut Arati versibus intelligitur de Cynosura,

Hac fidunt duce nocturna Phœnices in alto. Et iterum,
Hæc verò parua est, sed nautis usus in hac est:
Nam cursu interiore breui conuertitur orbe.

Quapropter hic primus in Græcia mathematicæ scientiæ parens atque author fuit: Thaletis ætati succrescens Ameristus, vel Mamercus, vel Mamertinus Stesichori poëtæ frater, summus in Geometria fuisse traditur, nullum tamē ejus inventum narratur. At Pythagoras Samius post Thaletem familiam mathematicorum ingentem extulit: maximé veró περὶ ἀριθμητικὸν εἶδος, circa arithmeticam speciem elaboravit, ait Laertius: quod demōstrat & Aristotelis adversus Pythagoream philosophiam contraria philosophia, primo, tertio & duobus extremis metaphysicæ libris, ubi Pythagorea quædam dogmata labefactantur. Geometriam veró, ait idem Laertius, ad summum perduxit, cum Moeris antea principia elementorum invenisset, mathematum principia altius repetens, res mathematicas ἀΰλως καὶ νοερῶς à materia abstractas sola mente consideravit,

——Et quod natura negabat
Visibus humanis, ea pectoris auribus hausit.

Logica ista fuit Thaletis logicæ similis καθολικώτερα facientis, & logica sapientiam singularem complexa. Primi in omnibus artibus observatores specialia primó permulta animadverterunt: secundi ad ὑπάλληλα pervenerunt: postremi tandem & rari summum in quoque subjecto genus attigerunt. Itaque quo quisque altius ascenderit, eo plus veræ laudis meruit. Laudatus est ista laude Thales primus, laudatur modó Pythagoras secundus. Pythagorea tamen ἀφαίρεσις, abstractio quæ dicitur, magnos errores postea peperit, Pythagoræ ipsi minimé probatos de magnitudine abstracta perpetuo dividua: cum Aristoteles nominatim Pythagoram reprehendat de magnitudine minima & individua: qua de re scholæ physicæ & metaphysicæ copiosius disseruerunt. Verumenimveró in hac mentis elatione Pythagoras invenit 32. 44. 47. 48 p 1. sed imprimis ob inventam 47 & 48 p 1. celebratur, cujus inventionis lætitia tanta inventor ipse affectus fuisse dicitur, ut musis bovem immolarit. Refert Apollodorus apud Laertium, hecatomben immolatam esse, deque eo factum hoc epigramma.

ἦνυκε Πυθαγόρας τὸ περικλεὲς εὕρατο γράμμα,
κεῖνος ἐφ' οἷῳ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην.

Quoniam Pythagoras insignem invenerat figuram,
Ille propterea inclytum celebravit sacrum.

Amores nempe mathematici sunt illi acerbi primúm difficilesque, tandem voluptatis plenissimi. Itaque Pythagoras qui Thaletis labores æmulatus esset, ejus quoque in lætitia simili gratulationem æmulatur. Idem veró Pythagoræ sacrum Athenæus l 10 c 3. testatur. Quanquam hoc ipsum Pythagoræ sacrum apud Ciceronem Academicus Cotta derisit, quia Pythagoras ne Apollini quidem Delio hostiam immolare voluerit. Atqui sive bovis unius, sive cẽtum, sive nullum omnino sacrum fuit, certé propositio Pythagorea in geometricis rebus pluris est, quám mille boum armenta, tam mirabiles usus, tamque infinitis in rebus ex una propositione illa oriuntur. Tametsi 31 p 6. ad 47 p 1. generalis est latiusque patet, bouesque mille pro una Pythagorea bove mereatur: Et mirum reputanti fuerit authorem specialis inventi tam gloriose celebrari: generalis autem parentem ne nominari quidem. Sed tamen historiam parentis hujus tertii prosequamur. Inuenit Pythagoras 32, 47. 48 p 1. Inuenit etiam τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν, καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν, irrationalium tractationem, & mundanarum figurarum constitutionem, quæ decimi & posteriorum Euclidis Elementorum Geometria præcipua est, & qua nulla est in totis elementis sublimior contemplatio: sed contemplatio tamen in decimo præsertim libro, subtilis & spinosa magis, quám utilis & ad usum necessaria, ut tum subtilius & accuratius in ipso opere á nobis explicabitur. Atque hæc Pythagorea arithmeticæ & Geometriæ inventa sunt. Astrologiam veró & Musicam Pythagoras impensé & docuit & exercuit: Et Astrologica prognostica futurorum varia reliquit (ait Tzetzes) Quin musicam in astris deprehendit, á plerisque postea mirifice celebratam: ab Aristotele tamen derisam. Sed musica exercitatio illa fuit insignis, mentes á cogitationum intentione cantu & fidibus ad tranquillitatem traducere, ut est 4. Tusc. At Pythagoras maximé uno argumento in cælum tollendus est, non solúm quod acuté & subtiliter invenerit multa in mathematicis, sed multó magis quód mathematicam philosophiam in speciem liberalis & ingenuæ doctrinæ primus redegerit, ludumque aperuerit, in quo juventus tam honestas, tamque nobiles exercitationes haberet: Eá siquidem in totum genus hominum singularis fuit & immortalis gratia. Non quosvis, ait Gellius libro primo capite nono in disciplinam admittebat, sed ἐφυσιογνωμόνει ex oris & vultus ingenio, totoque corporis habitu explorabat anté & probabat, ne ἄμουσοι, ἀθεώρητοι, ἀγεωμέτρητοι otio & ludo disciplinæ tam liberalis abuterentur. Tria veró doctrinæ genera Pythagoras scripta reliquit, ait Laertius, παιδευτικὸν, φυσικὸν, πολιτικὸν, é quibus παιδευτικὸν illam liberalis doctrinæ formam continebat. Nam cum Pythagorei tempore silentii peracto ἀκουστικοὶ, ut apud eundem Gellium est eodem loco illo, esse desinerent, μαθηματικοὶ nominabantur, á cognitione mathematatum; Deinde physicis studiis informati, physici dice-

ci dicebantur: poſtremus eruditionis gradus erat in moribus & adminiſtratione civitatum & rerumpub. unde politici appellabantur, ut politicum hic ethicum complectatur. Pythagorei tamen tanquam generali nomine ἀκουστικοὶ ab Ariſtotelis interpretibus appellantur, ut á Syriano 13. lib. metaphy. Ergo tantus mathematicæ eruditionis ſator & propagator Pythagoras fuit: Cujus, utinam παιδευτικὸν illud liberalis & ingenuæ institutionis fundamentũ, paulo diligentius ab hominibus attenderetur, propria humanitatis elementa tandiu á ſcholis noſtris nequaquam abeſſent. Linguæ & grammaticæ ſtudia tum nulla erãt, patrio & populari ſermone ingenuæ artes inſtituebantur: Rhetorica tropos & figuras, logica locos argumentorũ & ſyllogiſmorum modos nondum in ſcholas importarant. Initia doctrinæ & elementa á mathematicis erant, abſolutio â Phyſicis & politicis deinde petebatur. Triplicia modo á Grammaticis, Rhetoribus, logicis elementa anté perdiſcenda ſunt: cultum animi atque ornatum multiplicatum equidem laudo: verúm cum huc perventum ſit, cur præteritis mathematis, ad phyſica & politica conuolatur? Atqui mathemata ſunt phyſicorum & politicorum elementa & fundamenta: neque phyſicum, aut politicum naturæ, aut reipub. magiſtrum atque artificem quenquam idoneum Pythagoras judicabat, qui non antè mathematum magiſter atque artifex fuiſſet. Ridiculum eſt in Academia Pariſienſi de ſcholaſticis, qui pro legitimo philoſophici triennii labore ac ſtudio cúm menſes aliquot in liberalia ſtudia impenderũt, magiſtri tamen artium publica & voce & authoritate nominantur. Hi vulgó per ſaltum magiſtri appellantur. At, bone deus, ſaltum hic longé diſsimilem, & ubi foſſa interjecta nulla exiſtimatur, tamen multo magis præcipitem ſuperatis mathematum principiis & elementis Pythagoras appellaret, & Thebani ænigmatis dignum hic quiddam ſtatueret, ut magiſter liberalium artium habeatur, qui liberales artes, vel ſolas, vel certè principes ne á limine quidem ſalutarit. Verum pergamus, ſæpius iſta Pythagorę querimonia nobis conquerenda erit. Pythagoras ſummus & ſingularis mathematicus fuit, ut Pythagorei mathemata primi & attigiſſe & auxiſſe Ariſtoteli videãtur 5 c 1. metaph. ſed Ariſtoteli inventores Aegyptios oblito. Agedum, â Pythagora diſcedamus. Qui mathematicæ parẽtes ſucceſſêre? Anaxagoras Clazomenius & Oenopides Chius ſecuti, magnum in mathematicis nomen habuêre: Et tanquam virorum mathematica laude illuſtrium, Plato in amatoribus meminit, ubi adoleſcentes in deſcriptionibus circulorum & ſectionum circularium dicuntur de Anaxagora & Oenopide contendere. Ab Anaxagora Geometriam quandam ſcriptam eſſe indicat Ariſtotelis liber de lineis individuis adverſus Anaxagoram citatus á Græcis interpretibus: indicant & Aſtrologiam tractatam eſſe apud Laertium illa, de ſole majore Peloponneſo, de habitationibus in luna. Oenopidi veró Proclus 12 & 23 p 1. attribuit. Aelianus 7. cap. 10. de varia hiſtoria aliã ex Aſtrologia laudem attribuit, cùm dedicaret in Olympiis legum tabulam, inſcripſit in ea Aſtrologiam quinquaginta novem annorum, affirmans hunc eſſe magnum annum. Zenodotus Oenopidis diſcipulus quædam geometrica conſcripſit, unde

psit, unde & Proclus assumpsit differentiam problematis & theorematis lib. 2. cap. 8. Atque hi tres proximi, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, ut antea Ameristus, magis nomine & fama, quam testatis monimentis aut exemplis virtutum suarum clari perhibentur: nisi forte & á Proclo verisimile est virtutes ipsas præteritas esse, quod historia Theophrasti vel Eudemi de iis amplior in manibus haberetur. Quare duo sunt adhuc insignes & eximii mathematum principes, Thales & Pythagoras. Sed Hippocrates Chius, Briso, Antipho, vel Aristotelis reprehensione mathematici nobiles perhibentur. Hippocrates Chius prorsus admirabilis fuit naturæ, dicam, an fortunæ miraculo. Hic enim, ut ait Philoponus in primum Aristotelis physicum, mercator, cum in piratarum navim incidisset, Athenas venerat prædones accusandi gratia, & cum diu Athenis persequendi criminis caussa moraretur, accessit ad philosophos, quorum consuetudine tantúm in Geometria profecit, ut duas res in geometria maximas tentarit, valdeque promouerit, τετραγωνισμὸν, quadraturam circuli, & duplicationem cubi. Circuli quidem quadraturam non invenit, sed cum quadraret lunulam, falso arbitratus est ex hac circulum quadrari. Nam ex lunula quadrata circulum quadratum esse arbitrabatur. Hæc breviter Philoponus. Itaque Aristoteles primo physico Hippocratis veluti legitimé & secundum geometrica principia philosophantis elencho respondendum censet esse. Hippocratis certé tetragonismus boni saltem hoc attulit, quod veré & mathematicé demonstravit obliquilineum, ut lunula est, certam habere rationem ad rectilineum. neque heterogenia hic ulla est, ut quidam ætatis nostræ, alioqui præstantes mathematici crediderunt, quod & Eutocius doctissimus Archimedis interpres jam olim quoque docuerat. Peripheria, ait, circuli est magnitudo quædam, & quidem ad unum dividua, cujus speciei & recta est. Est enim utraque magnitudo tantúm longa, & eo tantúm genere divisibilis: ac tametsi nondum constiterit, quomodo peripheria rectæ possit æquari: attamen natura esse quandam rectam peripheriæ æqualem, á nullo unquam est dubitatum. Hæc Eutocius in primum theorema Archimedis de dimensione circuli, ubi affirmat á nemine mathematico unquam esse dubitatum, quod non solúm dubitatur á nonnullis, sed planê negatur. Quare quadrati & circuli ratio, quamvis nondum nota sit, non tamen notionem habet impossibilem: Veraque ideo est Aristotelis sententia, multa sciri posse, quæ nondum scita sunt, ut τετραγωνισμὸν circuli: Scientia quidem ejus nondum est, αὐτὸς δὲ ἐπιστητόν ἐστι, ipse autem scibile quiddam est, ut ait in Categoriis, & aliis præterea locis, ut ejus sententia nemini attento, & in philosophi verba intento, dubia possit esse. Et sic Marinus in protheoria Datorum, affirmat circuli scientiam (quamvis nondum percepta sit) percipi tamen posse. De laudibus igitur Hippocratis nobilis imprimis ista laus erit in quadrato circulo: Apud Eutocium autem in Eratosthenis cubo, majus etiam Hippocratis ingeniũ declaratur. Primus enim tentavit cubi duplicationem per duas in dupla ratione rectas duarum continué proportionalium extremas: quam viam ut singularem & unicam, omnis

posteritas approbavit. Ergo laus hæc Hippocratis altera prorsus egregia est: sed & laudes sunt insuper aliæ. Proclus enim ait ab Hippocrate in dubiis diagrammatis ἀπαγωγὴν deductionem ad impossibile factam esse, multaque in geometria reperta. Sed ἀπαγωγῆς logica tandem amplius expendetur, quantumque in mathematicis ea demonstratio mereatur, planum faciemus. Præstantior certè logica fuit Thaletis καθολικώτερα & Pythagoræ νοερώτερα facientis. Hippocratis tamen encomia dicantur. Supra omnia, meo judicio, illud est quod omnium mortalium in diagrammatis solertissimus fuisse dicitur. Logica in hoc mercatore, videlicet, naturalis singulorum enuntiatorum fuit, qualem Proclus in Cratisto postea commemorat fuisse, qui sine arte, solo naturæ acumine promptè problema quodvis dijudicaret. Vulgus poëtas nasci arbitratur & mentis furore ad egregia carmina fundendum excitari. At impetus iste naturalis communis est omnium virtutum omniumque disciplinarum, in quibus excellet nemo, nisi qui naturæ indole atque bonitate impelletur, vel potius rapietur. Nascuntur in pratis herbæ sua sponte: sed in aliis aliæ fœcundiores & uberiores. Sic existimandum est artium semina hominum mentibus à natura ingenerari, sed in aliis alia abundantius. Quapropter credibile est mathematicam speciem atque ideam aliquam in animo Hippocratis insedisse, ut è mercatore, id est alienissimi studii opifice, tantus geometres existeret. Sed Hippocrates primus στοιχειώτης & Elementorum author ac scriptor fuisse à Proclo dicitur, tanquã Thales & Pythagoras & antea reliqui permulta eruerint ac deprompserint, Hippocrates cũcta composuerit & formarit, quo nomine primus mathematicæ verus parens & pater haberetur. Methodus nempe & uniuersus artis ordo hanc Hippocrati laudem attulit: ut non tantùm inventionis solertia, sed syllogisticæ conclusionis, sed maximè methodicæ collocationis naturali quodam lumine excelleret. Teneamus igitur hunc è mercatore philosophum prȩstantem in mathematicis authorem fuisse, non solùm quia circuli quadraturam, & cubi duplicationem in mathematicis elementis aggressus est, multaque alia invenit, sed multò magis quia mathematica Elementa diligentius demonstrarit & luculentius ordinarit. Primus mathematicæ in schola magister Pythagoras fuit, sed ut de primis initiis credi par est, minus distinctus, ut στοιχειώτης ideo non appelletur: sed tamẽ quidquid sit, Hippocrates Pythagoræ magnitudine minimè deterritus mathematicum magisterium auxit, & exornavit elementis ordine, uiaque pleniore & uberiore deductis. Sed duo præterea mathematici reprehensione Aristotelis nobilitati sunt, Briso & Antipho: nec enim adversus ignavos & inertes athletas Aristoteles luctatus esset, ut discipulus ejus Alexander reges athletas deposcebat, cùm ad Olympicam coronã invitaretur. Quid igitur Briso? quid Antipho simile Hippocratis habuerũt? Brisonis quadratura citatur ab Aristotele primo posteriorum, & primo elenchorum, quod cõmunibus principiis quadraturam circuli demonstrarent. Et Alexander demonstrationis illius summam ait fuisse. Quadratum circumscriptum majus est circulo: inscriptum autem minus: Intermedium igitur quadratum circulo æquale erit. At in quem locum signorum intermedio-

termediorum æquale quadratum caderet, Briso nõ demonstravit. At Philoponus Alexandrum in eo falli putat: quia tum non communibus & heterogeneis uteretur. Sed tamen Briso cum sic tetragonismum polliceatur, nihil præstat: tantùm concludit circulum quadrari posse, & veritati propinquum aliquid ostendit: sed tamẽ neq; satis mathematicẽ neq; satis accuraté: sunt enim comparationes pleræque ejusmodi in mathematicis fallaces & captiosæ: ut si inscriptæ sint æquales, subtendunt peripherias æquales, & contrà verum est: Item si inscriptæ sint inæquales, subtendunt peripherias inæquales, & contrà, verum item est. At si hinc cõcludas, Ergo peripheriæ subtensis sunt proportionales, falsum Ptolemæus conuicit ad 9. cap. 1. construct. Sic neq; sequitur, Datur in circulo angulus major recto, datur minor recto, ergo dabitur æqualis recto. Quare Briso captiosa ratiocinatione deceptus est, ac si nil aliud invenerit, nil admodum invenit. Quid Antipho? quid hic describit? Antipho eodem Posteriorum loco citatur à Philopono, & repetitur primo physico: sed gravior ejus paralogismus ostenditur, quam fuit Brisonis. Multangulum tantùm, ajebat, inscribi potest, ut tãdem sit æquale circulo: At quadratum æquatur cuilibet multangulo: quadratũ igitur ęquatur circulo. Propositio syllogismi falsa est, & geometricis principiis contraria. Quærit hîc Simplicius cui principio geometrico sit contraria, & Alexandrum reprehẽdit, qui attulit é tertio libro Elementorum, circulum tangi à recta unico puncto: tum ipse profert magnitudinem infinité dividi posse, idque principium ait ab Eudemo proferri: quod magis cõsentaneum est, quamvis Aristoteles principia hîc nõ appellet solùm axiomata vel postulata, vel definitiones: Nec enim tali ullo principio usus est Hippocrates, à quo principia servari Aristoteles profitetur, sed vel elementa demonstrata, quomodo in demonstratione 2 p 12. Euclides demonstravit é 1 p 10, & 6 p 4, nullum rectilineum tantum circulo inscriptum esse, quin majus inscribi potuerit: quod penitus contrarium est illi Antiphontis propositioni, statuenti multangulum inscribi posse æquale circunscripto circulo. Quamobrem Briso Antiphoque nihil admodum problema istud promoverunt: Sed é problemate tamen intelligitur, si non facultate, certé voluntate Hippocrati similes fuisse, qui quæstionem in mathematicis præcipuam sibi tractandam & discutiendam proposuerint. Quapropter conatus iste index aliorum quoque studiorum ac laborum hactenus probandus & laudandus est. Democritus cùm in physicis tum in mathematicis admirabilis fuit scriptis libris, de numeris deq; geometria generatim, item expositiones, sed & speciatim de differentia gnomæ, de lineis irrationalibus & solidis, de cõtactu circuli & sphæræ, de astronomia, cosmographia, de parapegmatis, polographia, actinographia, de sideribus vagis, de magno anno, de musica plurima, ut Laertius author est. Theodorus Cyreneus deinde celebratur nomine, nõ monimentis, ut antea Mamertinus, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, nomine tamen magnus est, quod Platonis in mathematicis magister fuisse memoratur: imo quod à Platone ipso in Theæteto, ut Dialecticæ, sic Geometriæ, Astrologiæ, musicæ doctor insignis describitur, & mathesis ipsius quædã attingitur de lõgitudine & potẽtia magnitudinũ, qualis Pythagoræ geometria fuit irrationaliũ.

In politico etiam Theodorus appellatur præſtantiſsimus circa ratiocinationes & res geometricas. Itaque præconia iſta magna ſunt â tanto præſertim præcone Theodoro tributa. Sed unus mathematicorum omnium, tanquam Homerus, habetur Plato, qui non ſolúm á Theodoro Cyreneo in Græcia, á Pythagoreis in Italia, á ſacerdotibus in Aegypto mathematica tum inventa didicit, ſed per ſeſe multa exprompſit. Primus nominavit στοιχεῖον elementum in mathematis, unde στοιχείωσις & στοιχειώτης, ut intelligamus Platoni Pythagoram imprimis in eo placuiſſe, quod elementa juuenilis inſtitutionis in matheſi collocaret. Plato (inquam) primus mathemata ingenuæ eruditionis ac doctrinæ elementa nominavit, tanquam principia & rudimenta: nominavit item ἑτερομήκη oblongum numerum: primus inchoavit ſectiones, non quales ſunt ſecundo Elementorum libro de ratione quadrati & oblongi é ſectione unius rectæ, ſed quales ſunt ſectiones conicæ & cylindricę. Invenit etiam modum demonſtrationis per analyſin, ut Laertius ait, & Proclus ad 1 p 1. Analyſeos autem illius exempla ſuperant ad 1: 2: 3. 4: 5 p 13, item 2. Archimedis de ſphæra: quæ ad cauſſas ex eventis atque effectis exquirendum, ſingulare adjumentum plerumque adferat. Cætera mathemata, tum imprimis Geometriam maximis acceſsionibus amplificavit, ſtudio incredibili in eam collocato. Itaque philoſophiæ ſuæ libros mathematicis rationibus diſtinxit, ac frequentavit, ac quicquid in mathematicis admirabile, cumque philoſophia conjunctum eſſet, excitavit: Sic â mathematis reliquæ philoſophiæ demonſtrationem ac ſplendorem repetivit: imó veró philoſophiam ſuam ἀγεωμετρήτοις occultam & incognitam eſſe voluit: Itaque tam propoſitum tamq; charum fuit hoc ſtudium Platoni, ut in Academiam neminem admitteret, niſi Geometriæ peritum, vel certé capacem auditorem & idoneum: unde illud veſtibulo Academiæ inſcriptum, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, nullus Geometriæ expers accedito, quod ad iuſtitiam é geometrica proportione Tzetzes retulit: ſed allegoriam hiſtoria & veritas reſpuit. Aemulatus eſt Plato hac in re magiſtrum Pythagoram, qui non diagrammate veſtibuli, ſed Phyſiognomonico illo judicio arcebat á ſchola ſua ἀμούσους, ἀθεωρήτους, ἀγεωμετρήτους. Quæ cúm de duobus præſtantiſsimis ingenii & doctrinæ præceptoribus cogito, animo certé non commoveri non poſſum, Academiam Pariſienſem omnium, quæ unquam in terris fuerunt, Academiarum multis laudibus aliis longiſsimé principem: tamen iſta laude tam diſsimilem deprehendi. Linguarum latinæ, græcæ, hebraicæ profeſsio in grammaticis & rhetoricis eximia eſt & laudabilis: Logicam ſæpe conqueſtus ſum ſophiſticis tantúm de arte ipſa altercationibus exerceri: at mathematum nullam in philoſophiæ ſtudiis rationem, nullam profeſsionem eſſe, equidem ſine ſcelere tacere non poſſum. Fundamentum Pythagoricæ ſcholæ in mathematicis fuit, fundamentum Academiæ Platonicæ in mathematicis fuit, & ἀγεωμέτρητον philoſophis illis eſſe, idem prorſus erat, quod ἀθεώρητον eſſe & ἄμουσον. Verumenimveró publicis Academiæ noſtræ legibus patent philoſophicarum ſcholarum fores omnibus ἀγεωμετρήτοις & ἀμούσοις, ut qui triennii primo anno & altero logicas ſpinas neſcio quas, tertio quaſdam phyſicorum opi-

rum opiniones audierit, etiam planè ἀγεωμέτρητος καὶ ἄμουσος, mathematumque omnium rudis & ignarus, liberalium artium magister, tanquam Pythagoras vel Plato aliquis coronetur. Ergo Pythagoras Academiæ Parisiensi mathematicas artes optabit: Ergo Plato in Academia Parisiensi mathematicas artes desiderabit: & uterque Parisiensem Academiam, tum Pythagoream, & Platonicam esse judicabit, cùm mathematicis primas in philosophia detulerit. Sed ad Platonem revertamur, de quo vivo Græciæ judicium insigne atq; illustre fuit, cum Apollo interrogatus de sedanda pestilentia à Deliis, ut Philoponus 7. cap. 1. poste. author est, cubicam altaris sui figuram duplicari jussisset, Deliique cubum cubo superimponentes, prisma oblongum, non cubum fecissent, nec propterea pestilentia cessaret, deum denuo sciscitati, responsum ferūt, oraculo satisfactum non esse. Ad Platonem igitur, tanquam mathematicorum principem, Deliacum problema delatum est. Quid igitur hic Plato ad Apollinis oraculum respondit? Equidē si verè temporibus iisdem Demosthenes dixit Pythiam φιλιππίζειν, sic crediderim jam nunc quoque πλατωνίζειν: neque oraculum falsum illud quidem, sed solerti Platonis commento expressum suspicor ad Geometriæ studia excitandum. Quapropter audito Apollinis oraculo, Plato respondit Græcos neglectæ Geometriæ nomine à deo accusari: proindeque è vestigio volare Platonis literæ ad omnes familiares in Italiam, in Aegyptum, in Græciam universam, omnesq; præstantes Geometras excitare ad hoc problema demonstrandum. Itaque commento isto, Plato Apollinem mathematicum, imo tanquam matheseos censorem atq; castigatorem effecit. Enimverò Academiæ Pariensi neque Deliorum pestilentiam, neque fabulosam Apollinis Pythiam, sed certè tam nobilis tamque ingenuæ disciplinæ Platonicum amorem illum vehementer exoptabo, ut explosis & ejectis infinitarum nugarum sophismatis, mathemata succedant, idque brevi spero futurum. P. Ramus Veromanduus sum, non Atheniensis Plato: neque Apollinis Pythiam commento illo possum excitare, sed possum, ut in procemio constituendæ & conformandæ Parisiensis Acamiæ jam tentatum est, & nisi temporis calamitas obstitisset, perfectum jam esset: possum, inquam, regem meum, regis doctissimos & elegãtioris doctrinę amantissimos domesticos & familiares de tantis Academiæ bonis admonere, proq; mea quantulacunque facultate eniti & contendere, ut Pythagoras & Plato in Academiam Parisiensem regiis legibus, imo regiis privilegiis ac muneribus accersantur. Dionysius licet tyrãnus is, qui describitur, attamen philosophiæ amore tanto captus fuisse prædicatur, ut Platonem Athenis maximis & muneribus & honoribus evocaret, Platonisque tanquam numinis alicujus adventu ignes & sacra per totam Siciliam fieri juberet: Quanto Christianis veraque pietate & humanitate præditis regibus ac principibus aptius & cõvenientius fuerit, optimi maximique dei dona in publicas scholas publicis privilegiis ac stipendiis inducere? Possum (inquam) regem regisque familiares de tantis bonis admonere: imò verò & eodem argumento omnes orbis principes ad studium mathematicæ eruditionis adhortari. Itaq; detur nobis hoc loco egressionis extra regni fines,

gni fines, venia. Britanniam Galliæ bis antea magistram fuisse accepimus. Veterum Gallorum disciplina, inquit Cesar, in Britannia reperta, atque inde in Galliam translata esse existimatur: Et tunc qui diligentius eam rem cognoscere vellent, plerumque illò discendi caussa proficiscebantur. Hoc antiquum magisterium fuit: Deinde cum barbaries, afflicta Romanis bellis Galliæ libertate omnem quoque disciplinam afflixisset, ex eadem insula Flaccus Albinus vel Alcuinus Carolo Magno honorificè acceptus liberales artes in Gallia rursus excitavit: primaque parisiensis academiæ fundamenta posuit: Sic iterum Britannia Galliæ magistra fuit. Itaque ut Gallia nec ingrati nec immemoris animi monimentum erga principem eruditionis atque humanitatis suæ parentem testatum haberet, Franciscus rex primus regias linguarum atque artium liberalium professiones instituit: unde & Britannia tanquam fructum communicatæ quondam doctrinæ legitimo fœnore repeteret: unde etiam tanquam municeps publici muneris honorem caperet. Itaque Rod. Bainum Britannum professorem regium Lutetia habuit. Sed Carolus avi laudē æmulatus, publicum de regii professoris excellentia judicium esse voluit, eoque idoneos omnes, velut ab aratro Cincinnatos ad philosophiæ dictaturam evocari. At Elisabetha Anglorum regina, Angliam tuam Galliæ discipulam diutius fieri ne sinito, sed Gallos vicissim in Angliam provocato, doctrinæ principatum pluris quàm regnum quodvis æstimato. Natura & fortuna plerasque reginas effecit: at nobilium linguarum peritas, laudandarum doctrinarum studiosas & amantes, id est tui similes, sola virtus efficit. In duobus eruditissimis regni tui Academiis sciscitando didici regiis stipendiis honorari professores linguæ græcæ, hebraicæ: medicinæ, juris civilis, theologiæ. Regia sunt illa regni ornamenta. At mathematicis artibus præmium regale nullum esse constitutum. Macti igitur estote professores regii, duobus mathematicis collegii regii collegis: alter mathematicis elementis Arithmeticam & Musicam, Geometriam, eique adjunctas Geodæsiam, Opticam, Mechanicam: alter reliqua φυσικώτερα in astrologicis, & geographicis profiteatur. Hoc votum apud te & de te Elisabetha, eò sanctius concipio, quia Anglia doctissimos innumerabiles, sed è regibus etiam ipsis quosdam mathematicos habuit, Ethelstani nempe regis astrologicum opus in vestris annalibus comperio. Quid verò orationis tuæ in Academia cantabrigiensi conspectis majorum tuorum magnificis gymnasiis, gemitus ille generosum Cæsaris animum verè referens (*At nihil tale feci*) Quid illa in doctissimo conventu eximii operis & ad perpetuam nominis tui memoriam monimenti promissio: nonne palam loquuntur & proclamant potius, Optate à regina singulare aliquod ingenuis literis ornamentum, cumulatè ac magnificè præstabit. Itaque opto regios reginæ Elisabethæ in Academia & cantabrigiensi & oxoniensi mathematicos professores, qui sempiterna præclarissimi beneficii laude memoriam tuam exornent. Toletani Elisabetham reginam astronomicis tabulis prædicant: imo verò Angli reginea in suis Academiis collegia perinde ut regia concelebrant, ut Anglorum reginæ cum regibus de gloria literarum certasse videantur. Angli igitur Eli-

tur Elisabetham reginam regali mathematicarum professionum honore prædicabunt & celebrabunt. Neque dubito quin factum probet ac laudet Nestor ille tuus Guilielmus Cæcilius non solúm quia cantabrigiensis Academiæ cancellarius est, sed quia patriæ amantissimus. Neq; tu Dee aut tu Aconti tantum reginæ decus contemnetis. Enimveró vicini Scotiæ reges insulæ communem gloriam facere contendunto. Maria regina est ingenio variis & naturę & doctrinæ dotibus ornato: Ornatum veró sororis reginæ Jacobus Steuartus Moraviæ comes, si discipuli quondam nostri insignis & probitas & prudentia mihi bene perspecta est, cúm cæteris ornamentis, tum mathematicis hisce gemmis perlibenter augebit. Sed cohortationis hujus, Georgi Buccanane, partes tuę sunt, ut in Academia præcipué andreana ad professiones linguarum, latinæ, græcæ, hebraicæ, Philosophiæ, Medicinæ, Jurisprudētiæ, Theologiæ, adjungantur mathematum professores duo, & liberalium artium quondam solæ, certé principes ac reginæ regium stipendium regiumque honorem tua persuasione cōsequantur. Poëta es Europa tota clarissimus, cantatis præsertim suavissimo sono divini vatis carminibus: At mihi crede, jam carmen istius persuasionis carmine luculentius nullum abs te cantari potest. Bassantinus Scotus Francis Euclidem fruendum dedit, dabit & libentius Scotis. Sed matheseos amore digredior ab instituta historia longius, domum redeo. Plato mundum universum mathematicæ studio per deliacum illud duplicandi cubi problema incendit atque inflammavit. Philoponus scribit Platonicorum commentationes de cubi duplicatione periisse, quod in interprete Græcorum interpretum doctissimo & μαθηματικωτάτῳ valde miratus sum. Extant enim apud Eutocium sententię duodecim summorum mathematicorum, quarum prima & ingeniossima est Platonis, cujusque mesographus ad duas medias protinus inveniendum, singularis est: Mathematicæ itaque laudis principatus tum penes unum Platonem fuit. Sed principatus in eo maximé excelluit, quod é Platonis ludo, vel certé consortio quodam & contubernio, tanquam ex equo trojano innumerabiles mathematicæ philosophiæ principes exierunt. Tredecim Platonis familiares á Proclo deinceps commemorantur, quorum studiis mathematica sit absoluta. Hinc Leodamas Thasius, Archytas Tarentinus, Theætetus Atheniensis, á quibus mathemata sunt amplificata, καὶ εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν, & in accuratiorem & magis scientificum statum adducta, inquit Proclus. Logica laus illa fuit ante in Thalete & Pythagora mathesin facere καθολικωτέραν ἀϋλωτέραν καὶ νοερωτέραν. Ita nunc in Academia Platonicorum logica est εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν erigere. Leodamas Thasius á Platone didicit analyseos modum, de quo dixi, perque analysim multa in Geometria reperit, ait Laërtius, & Proclus ad 1 p 1. Archytas Tarentinus Pythagoreus nobilis, alter Platonis in mathematicis, post Theodorum magister, vel certé socius & consors fuit. Platonem enim ferunt, ait Cicero, ut Pythagoreos cognosceret, in Italiam venisse, in ea cúm alios permultos, tum Archytam Timæumq; cognovisse & didicisse Pythagorea omnia. Archytas veró scripsit, cum alia mathematica, tum imprimis

illam

illam cubi duplicationem per semicylindrum, cujus demonstrationem Eutocius integram habet. Verumenimverò mathematicus iste unus verè parens mathematicæ disciplinæ dici meritò haberique potest, qui non genuit tantùm, sed aluit atque exercuit. Primus enim singularem mathematicę fructum aggressus, mechanicam mathematicis principiis usus artificiosè tractavit, primusque motum organicum in figuram geometricam adhibuit: unde & lignea columba ab eo facta volasse apud Gellium prædicatur: ita scilicet libramentis suspendebatur, & aura spiritus inclusa atque occulta concitabatur: Ex eodem illo mechanicæ & organicæ fonte orta sunt αὐτόματα Dædali & similium artificũ, fabulis poëticis, propter artis occultam facultatem similia. Notum enim illud poëtę nostri:

Dædalus, ut fama est, fugiens minoia regna,
Præpetibus pennis ausus se credere cælo,
Insuetum per iter gelidas enavit ad arctos:
Chalcidicaque levis tandem superastitit arce.
Redditus his primum terris tibi Phœbe sacravit
Remigium alarum, posuitque immania templa.

Talia igitur Dædali signa illa sunt in Menone Platonis, eo artificio facta, ut nisi revincta sint, aufugiant: Tales Vulcani tripodes apud Homerum 18. Iliados, qui rotis interioribus acti, spontè prælietur, commissoque prælio domum redeant. Sic enim poëta loquitur:

Τὸν δ᾽ εὗρ᾽ ἱδρώοντα ἑλισσόμενον περὶ φύσας
Σπεύδοντα. τρίποδας γὰρ ἐείκοσι πάντας ἔτευχεν
Ἑστάμεναι περὶ τοῖχον ἐϋσταθέος, μεγάροιο.
Χρύσεα δέ σφ᾽ ὑπὸ κύκλα ἑκάστῳ πυθμένι θῆκεν.
Ὄφρα οἱ αὐτόματοι θεῖον δύσονται ἀγῶνα.
Ἠδ᾽ αὖτις πρὸς δῶμα νεοίατο θαῦμα ἰδέσθαι.

Quæ ad verbum ita sunt.

Hunc autem invenit sudantem versum circa folles
Properantem: lebetes enim viginti omnes fabricaverat
Stare circa parietem firmæ domus:
Aureas autem ipsis sub rotas unicuique fundo posuerat,
Ut ei per se divinum ingrederentur certamen,
Et iterum ad domum redibant, mirabile visu.

Hæc Dædali & Vulcani αὐτόματα primo politico ab Aristotele repetuntur. Verum ad Archytam redeo. Hic mathematicus non solùm mathematicæ usum ludicris oblectamentis adhibuit, sed in patriis bellis, quinquies enim copiis civium suorum præfuit, & quinquies vicit. Quinetiam, si quid Vitruvio in proœmio libri septimi creditur de machinationibus, geometriam mechanicam & organicam conscripsit. Quare magnus mathematicus Archytas fuit, non solùm ob insignem matheseos scientiam, sed ob eximiam scientiæ utilitatem. Itaque & Horatius 1. Carm. tanquam de excellente mathematico dixit,

Te maris & terræ numeroque carentis arenæ

Mensorem

Mensorem cohibent Archytæ.

Theætetus verò Atheniēsis magnæ famæ in Astrologia præsertim fuit, à quo etiam primò inscripta esse dicuntur illa quinque solida, quæ primus Pythagoras invenerat. Magnus verò imprimis est Theætetus Platonis commendatione in dialogo Theæteti nomine inscripto: in cujus initio magnæ laudes Theæteti continentur. Sed Leodamanti, Archytæ, Theæteto vicini fuere Neoclides, ejusque discipulus Leo. Neoclidis nomen tantùm famaque celebratur: Sed discipulus Leo, quantus magister fuerit, facile declaravit. A´ Leonte modus est inventus, quo problema statueretur possibile vel impossibile. Logica naturalis fuit in Cratisto antea istius acuminis & subtilitatis. Modus verò in mathematicis elementis traditur, de quarto proportionali 18, & 19 p 9, utrum possibile an impossibile: At hic modus in totis elementis generalis nullus est: & tamen si tanti judicii theorema ullum fuit, valde interfuit propositum esse. Sed Leo mathematicæ universæ elementa conscripsit, τῷτε πλήθει καὶ τῇ χρείᾳ τῶν δεικνυμένων ἐπιμελέστερον, tum multitudine, tum usu demonstratorum accuratius. Auxit igitur Leo numerum elementorum: imò verò ad vsum aptiorem reddidit: Logica Thaletis μάθησιν καθολικωτέραν, logica Pythagorę ἀϋλωτέραν καὶ νοερωτέραν: Logica Archytæ ἐπιστημονικωτέραν fecit: Logica Leontis modo facit τῇ χρείᾳ ἐπιμελεστέραν. Quam laudem equidem permagnam esse judico. Thaletem, Pythagoram, Hippocratem mathematico ipso artificio celebramus: Archytam & Leontem etiam artificii fructu & usu: at ut fructus arborum radicibus, sic artium usus præceptis gratiores esse solent. Itaque mathematicum istum non solùm de præceptis, sed de usu solicitum imprimis admiror & suspicio. Leo igitur tertius mathematicæ philosophiæ non solùm magister & doctor, sed scriptor Pythagora & Hippocrate usus laude perfectior & accuratior fuit. Secundus στοιχειώτης Leo fuit, & logicam hactenus novam attulit, non solùm qua dijudicaretur possibile problema esset, an impossibile: sed quod præcipuæ laudis est, qua Geometriæ usus facilius & expeditius tractaretur. Hos enim non tam doctores, quàm exercitatores artis præcipuè laudo. Talis antea fuit unus Archytas, talis subinde erit Eudoxus. Eudoxus enim Cnidius æqualis superiorū, in arithmeticis magnus ad analogias à veteribus traditas alias tres adjunxit: imo si Scholiastæ Græco creditur, totum in Elemētis quintum librū de analogiis invenit: De quarum sophisticis demonstrationibus dicetur suo loco: doctrinā sectionū à Platone inchoatarum auxit, usus in hac inventione, Platonis analysi, ut antea usus est Leodamas, perque has lineas curvas, duplicationem cubi aggressus est, in qua deo similem Eratosthenes Eudoxum postea faciet: hanc tamen duplicationem Eutocius, ne sua quidem recitatione dignatus est. Deniq; Geometriam descripsit, quam ex Archyta didicerat, & generalium theorematum numerum amplificavit. Logica videlicet illa fuit Thaletis, Pythagorę, Archytę, Leontis: ita nunc Eudoxi mathesim generaliorem facere. Hic astrologicas hypotheses ἀνελιττουσῶν revolventium sphærarum primus reperit, ut ex Aristotele & Alexandro ejus interprete perspicitur, posteaque perspicietur in Aristotele atque in astrologia do-

ctissimorum hominũ judicio (ait Tullius) facile princeps fuit, & ita Cæsar apud Lucanum sensit, dum se Astrologiam Eudoxi emendaturum ita gloriatur,

Nec meus Eúdoxi vincetur fastibus annus.

Disseruit Eudoxus (ait idem Tullius) contra Chaldæorum prædictiones de natali die. In quo ingenium Eudoxi imprimis suspiciendum arbitror, qui in istas vanitates invectus sit: ut enim plurima in physicis rebus, ut georgicis, medicis, nauticis, prædictio vera sit, plurima item est in spontaneis & cõsilio subjectis rebus fallacia prædictionis & impostura. Sed hac de re aliás Eudoxum persequamur. Eudoxi nomine extant hodieque brevia φαινόμενα, cum explicationibus Hipparchi. Sed enim, ut antea Archytas & Leo mechanicam & organicam, id est, Geometriæ usum impensius coluerunt: sic & Eudoxus eidem studio maximé deditus fuit. Archytas enim & Eudoxus, ait Plutarchus in Marcello, mathematicas contemplationes ab animo & rebus in mentis intelligentiam tantúm cadentibus ad rerum sensilium & corporearum exempla traduxerũt, Geometriam exornantes varietate demonstrationis non solúm logicæ, sed etiã practicæ, usum omnino Geometriæ in vita permagnum esse docuerunt. ὀργανικὴ ἢ μηχανικὴ, hæc Geometriæ facultas dicta est machinalis & instrumentaria. Verúm indignatus Plato quód nobilissimam philosophorum possessionẽ in vulgus indicarent ac publicarent, & velut arcana philosophiæ mysteria proderent, utrumque ab instituto deterruit. Quod factum Platonis equidem laudare non possum: nisi forté possum tam nobilis disciplinæ contemplationem quidem otiosam laudare, fructum veró & usum vituperare, finemque artis improbare. Enimveró Plato divine, quænam ista pené muliebris zelotypia abs te in philosophiam inducitur? Sic pontifices Romani, fastus quondam suos: sic theologi plerique nostri theologiam populo ignotam esse voluerunt. Romæ, ait Dion in Tiberio, porticus maxima in alteram partem inclinarat. Architectus quidam contra omnium opinionem machinis erexit & in pristinum statum restituit. Tiberius admiratus opus, opifici invidit, pecuniaque remuneratum urbe expulit: Cumque aliquanto póst Romam Architectus reversus impetrandæ veniæ gratia, vitreum poculum, veluti manibus forte elapsum collisumque coram Tiberio redintegrasset, Tiberius interfici jussit. Flexibile vitrum artifex ille fecerat: Tiberius necari jussit, ne ut Plinius 36. lib. cap. 26. author est, æris, argenti, auri metallis pretia detraherentur. Quid igitur, utrum Platoni morbus idem, qui imperatori? Vilesceret aurum, ait romanus, si vitrum flexibile malleoque tractabile fuerit: ita modó philosophus, Vilescet philosophia, si mathesis mechanicis opificum manibus exponatur. O' philosophum philosophiæ amore aliquanto intemperantius captum atque incensum! At quanto melius ac rectius judicasti, cúm philosophos á schola & otio ad Rempub. gerendam, á contemplatione artium ad ipsarum utilitatem exercendam cogendos esse dixisti? Fructum geometriæ mirabilem afferunt mechanica & organica, & sine his humana vita, ferarum non hominum vita esset, ut secundo libro percipietur.

cipietur. Mechanicam & organicam Archytas & Eudoxus adamarunt: objurgas utrumque tanquam facinus indignum faciant. Apagete, ais, desinite philosophiæ dignitatem contaminare, & quod philosophis proprium ornamentum est, cum imperitis opificibus cōmunicare. Atqui, inquam, mallem utrumque ad mechanicam & organicam exercendum & celebrandum, pro tua singulari & authoritate & eloquentia cohortatus esses: usum enim mathematicæ multò uberiorem teneremus: nec ereptus philosophis propterea suus honor esset, sed tantorum emolumentorum accessionibus esset amplificatus: Neque enim Geometria, ut verissimè Pappus in mechanica disseruit, mechanicis operibus contaminatur, sed ornatur & honoratur, perfectaque tum mathematica esset & absoluta, quando perfectum & absolutum usum, id est, finem propter quem est inventa, consecuta esset, & tum philosophi tanti boni authores & doctores justius observarentur & colerentur. Maxima igitur Platonis in mathematicis gloria fœdissimam ejusmodi maculam sibi aspersit. Verum perge, maximis virtutibus & maxima quoque vitia vicina sæpe sunt. querimonia ista gravis est: conquesti sumus exclusas è philosophiæ scholis & ejectas mathematicas artes: & Pythagoram Platonemque vindices appellavimus: modò conquerimur usum mathematicarum artium celari & occultari. Utrumque enim in philosophiæ schola volumus, & mathemata, & mathematum usum. Agedum mathematicos reliquos prosequere. Amyclas Heracleotes Platonis familiaris, & Menechmus Eudoxi discipulus, ususque Platonis consuetudine & frater ipsius Dinostratus longè perfectiorem Geometriam reddiderunt: Amyclas tamen & Dinostratus nomina sunt, ut antea Mamertinus Anaxagoras, Oenopides, Neoclides Zenodotus. Quantum verò Menechmus valuerit in mathematicis, indicant sectiones conicæ ab eo repertæ, quibus duas medias invenit, cujusque inventio cæterorum inventionibus ab Eratosthene apud Eutocium est præposita. Geometriam etiam videtur scripsisse, unde Proclus assumpsit omnia propositionum genera problemata appellari. Hinc Theudius magnus vir in mathematicis, non solùm in reliqua philosophia præstans, elementa nempe conscripsit, & è peculiaribus veterum inventis, pleraque fecit universaliora, nec odiosum sibi, nec invidiosum putavit Pythagoræ, Hippocratis Leontisque στοιχείωσιν corrigere & emendare, sed gloriosum fore judicavit tam nobilis disciplinæ terminos longè lateque propagare. Hæc logica Thaletis laus prima antè fuit, alia καθολικώτερον, alia αἰσθητικώτερον explicantis: Deinde Pythagoræ quod mathemata ἀΰλως καὶ νοερῶς consideravit, tum Leodamantis, Archytæ, Theæteti, qui theoremata εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν adduxerunt. Deinde Eudoxi qui generalia theoremata amplificavit: Postremo Leontis, qui & multitudine & usu mathematicam ἐπιμελεστέραν fecit. Tertius hic igitur στοιχειώτης in mathematicorum patrum ordine, tertium laudis hujus locum obtinebit. Et eodem quidem logicæ laudis argumento quod mathesim καθολικωτέραν fecerit. Hinc etiam Helicon Cyzicinus Atheniensis iisdem temporibus, cùm cæterorum mathematum, tum Geometriæ studio floruisse dicitur. Sic antea plerique nomi-

nati, nullis præcipuis inventis ornati. Hic (ut Plutarchus in Dione author est) cùm minori Dionysio solis eclipsim prædixisset, in ingenti fuit admiratione, & argenti talento donatus est. Astronomicæ Ephemerides tum nullæ fuerant: Gloria ista Regiomontani postea prædicabitur. Hermotimus veró Colophonius á Theæteto & Eudoxo præculta & præparata fecit ampliora: imo veró tanquam de ingenii industriæque laude cum Hippocrate, Leonte, Theudio certaret, στοιχείωσιν novam instituit, elementa multa reperit, & quosdam locos præscripsit: Cur igitur στοιχειώτης Hermotimus quartus habitus est? quia per se multa nova invenit, veterumque inventa fecit ampliora. Ergo quó quisque mathesim fecit magis universalem atque generalem, id est præceptis breviorem usuque faciliorem, eo majorem laudis fructum tulit. Neque hic calumniæ vel obtrectationis nomen audiebatur, sed discipulis & successoribus semper honestum & laudabile fuit magistrorum & superiorum doctrinam, emendatione, additione, conformatione meliorem facere. Quamobrem in elementorum mathematicorum patribus, Hermotimus nobis quartus στοιχειώτης erit. Philippus Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque incitatus ad mathematicum studium, quæstiones ad Platonis expositionem instituit, omniaque sibi ad explicãdum proposuit, quæ Platonis philosophiæ conducere arbitraretur, quẽ laborem etiam Theon Smyrnæus postea suscepisse dicitur. Platonici Philippi Alexander Aphrodiseus in meteoris, & Vitellio meminit 65 p 10, quod compererit materiam iridis in profundo irradiari, & observarit opticum illud iridis admirabile, quod insequẽtes fugiat, fugientes insequatur. Atque omnes hi Platonici in Academia uná conversati, & communibus inter se quæstionibus exercitati, mathematicam philosophiam ad perfectionem deduxerunt, ait Proclus. Ita Procli judicio Platonis Academia mathematum inventrix, vel altrix, certé perfectrix efficitur: istaque periodus est tertia pauló plus ducentis annis comprehensa. In qua sit operæpretium contemplari singularem præstantium ingeniorum ęmulationem, nulla quantumlibet excellentis magistri doctrina contentorum, quin melius, perfectius, fructuosius semper aliquid sperarẽt & exquirerent. Pythagoras, ut hunc etiam tanquam στοιχειώτην numerem, in formulam liberalis disciplinæ mathematicas artes conclusit; easque juventuti cognoscendas & fruendas exhibuit. Laus egregia est Pythagoræ. Hippocrates istam laudem æmulatus, elementa demonstrationibus exornata, descripsit & publicavit, indeque gloriam permagnam est adeptus. Leo tertius in isto curriculo superioribus parta ingenii præmia, nõ illa quidem eripuit, multitudine tamen Elementorum majore usuque ampliore, majorem quoque & ampliorem palmam obtinuit. Nec tamen propterea quartus Theudius, quintus Hermotimus de contentionis suæ remuneratione desperarunt, si prius illi metam attigisse viderentur, quàm hi é carceribus essent emissi. Theudius veterum commentationes in altioris scientiæ gradum extulit, totaque elementa clarius & elegantius explicavit: Hermotimus accuratius excoluit, novisque inventis locupletavit. Ergo

— Sunt hic etiam sua præmia laudi.

Denique

Denique in istorum hominum mentes, invidiæ, calumniæ, malevolentiæ mentio nulla suspiciove incidit: amor de liberalibus doctrinis bene merendi: ardor mathematicas artes absolvendi ac perficiēdi tantùm accendebat. Atqui periodus ista est, in qua putat Proclus mathematicam in numeris & figuris inventam & perfectam fuisse. Magna tamen & longa variarum accessionum ab Academicis illis successio numeratur, ut Proclus nobis interdum ὑπερβολὰς loqui videatur. Xenocrates enim scripsit de numeris & numerorum contemplatione libros duos, de geometria duos, de geometricis rebus quinque, de astrologia sex: & magistri Platonis illud arctè tenuit οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Nam cùm quidam mathematum imperitus auditor ejus esse vellet: Abi (inquit) λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας, ansas enim philosophiæ non habes. Sed Aristoteles Xenocratis condiscipulus multa nominatim mathematica opera conscripserat, ut mathematicum, mechanicum, opticum, musicum. Ptolemæus opticam Aristotelis habuit, eamque copiosam fuisse testatur. Simplicius in Categoriis Geometricos ab Aristotele libros & mechanicos appellat: itemque plurima de Pythagoræ & Archytæ philosophia περὶ στοιχείων, in quibus par est credere στοιχείωσιν aliquam mathematicam fuisse: & geometricos illos Simplicii libros στοιχεῖα ista complexos esse. Mechanica adhuc extant superiore anno á nobis publicè exposita: attribuitur item de lineis individuis liber, sed falsô, cùm satis è lectione appareat esse interpretis cujusdam, nec admodum eruditi. Scripserat tamen librum aliquem in hoc argumento, ut antea patuit adversus Anaxagoram. Neque minus ἀγεωμέτρητος auditor Aristoteli quàm Platoni vel Xenocrati displicuit: testis est auscultatio matutina, ad quam nemo admittebatur nisi cujus elementa prius explorata essent. Ergo Aristotelis judicio στοιχειώσεις reliquam philosophiam physicam & politicā antecedat necesse est: Secus in philosophiæ scholam nemo admittatur. Tam sanctum fuit Platonicis omnibus principia philosophiæ in mathematicis elementis constituere. Aristotelis verò liberum illud vereque philosophicum ingenium hîc imprimis veneror animo, ac mente suspicio. Plato dehortatus est Archytam & Eudoxum, ne mechanicam in vulgus ederent: Aristoteli autem dehortatio illa, cohortatio fuit: Nec Platonis authoritas apud philosophum pluris fuit, quàm publica rerum utilitas. Itaque mechanicam docuit, literisque proditam publicavit, eaque laude Platonem, Archytam, Eudoxum magnificê superavit. Sed Aristoteleum mathematici amoris ardorem astrologica præcipuê demonstrant. Astrologia apud Græcos exilior adhuc erat: hypotheses quas Eudoxus primus invenerat, cum Callippo Aristoteles correxit, ut in libris de cælo Græci interpretes prodiderunt. Et certè Aristoteles in quæstione de numero sphærarum cælestium duodecimo philosophiæ libro hæsitans, & ad Astrologos tanquam judices idoneos recurrens, non alias hypotheses quàm Eudoxi & Callippi & suas de concentricis orbibus numeravit: neque tamen sibi satisfecit, ut & illic, & in problematis de altitudinis differentia significatum est. Itaque ad primum illum mathematicæ philosophiæ fontem, recursum est. Alexander Asiam tum fulminabat, & Callisthenes

pro Aristotele datus Alexandro, monitus est, ut si Babylon caperetur, Astrologia Babyloniorum à Chaldæis exquireretur, atque in Græciam mitteretur. Hæc enim opima orientis spolia à philosopho expetita sunt, & certè Babyloniæ illæ de quibus jam dixi observationes annorum 1903. ad Aristotelem à Callisthene missæ memorantur. Quare summa, & vix credibilia Aristotelis studia in mathematicas artes agnoscimus. Verumenimverò necesse est in isto philosopho & mathematico, querimoniam de mathematicis á philosophico studio seclusis renovare. Aristoteles omnium philosophorum qui sunt, qui fuerunt, liberrimus in philosophia, & veritatis amantissimus fuit. Veteres logicos, mathematicos, physicos, ethicos acerrimè exercuit: neque omnino philosophum judicavit, nisi scientiæ, veritatis, sapientiæ non custodem duntaxat integrum & fidelem, sed adversus omnes propugnatorem ac vindicem. Pythagoras neminem philosophum futurum putavit, nisi qui mathemata primum percepisset. Plato ἀγεωμετρήτους ab Academia repulit. Quid Aristoteles? quali judicio in philosophiæ institutione fuit? An ἀγεωμέτρητον philosophiæ discipulum probavit? An in Lycei spatia & ambulationes admisit? Etenim si manibus Aristotelis placet, Aristotelei philosophi inventi sunt, qui mathemata non modò ad Aristoteleam philosophiam minimè necessaria confirmarent, sed prorsus inutilia esse prædicarent. Verum est. Scientia, ajunt, non habet inimicum præter ignorantem, neque porcis margaritæ luto pretiosiores solent esse. Verùm quid si reviviscat Aristoteles, quid stolidam feritatem, non'ne de Lyceo flagris exterminandam præcipiet? Didicit in Academia Platonis mathematicas artes, & ab iis reliquas philosophiæ partes deductas deinde cognovit: Docuit similiter & scripsit mathematicas artes, & ab iis consequentes philosophiæ partes derivavit. Ecquo mœrore futurum arbitramur, si scholæ suæ dignitatem atque honorem tam indignè tamque miserè contaminari videat? Sed ista labes Academiæ vindicanda nobis alio loco vehementius est: Si spectetur quæ fuerit mathematum progresio, στοιχειῶται deinceps ut ætatibus, ita laudibus στοιχειώσεως crevere. Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: sin usus στοιχειώσεως & utilitas cōsideretur, Archytas, Eudoxus, Aristoteles principatum sibi vindicabunt: authoritate verò & nominis amplitudine Thales, Pythagoras, Plato supra omnes erunt. Sed mathematicam Aristotelis scholam persequamur. Aristotelis discipuli præcipuè duo hic effloruerunt, Theophrastus & Eudemus. Theophrastus libros reliquit de numeris duos, de historia geometrica quatuor, de lineis individuis unum. Sed & Eudemus historiam illam geometricam conscripserat, ut Laërtius ait, & citant Aristotelis interpretes, & in Archimedem Eutocius: sed imprimis Proclus ipse in commentariis: scripserat etiam librum de angulis, qui citatur secundo Procli commentario. De hac tamen peripatetica schola, verbum in historia nullum Proclus fecit: eos saltē nominasset, unde historiam mutuatus erat, vel potius unde detruncarat. Satis enim constat é plerisque locis per Aristotelis interpretes citatis, historiam mathematicam plenè & integrè ab Eudemo descriptam fuisse, cujus vix levia indicia à Proclo attingūtur. Quapropter

propter Ariſtoteles, & Ariſtotelis diſcipuli nullam philoſophiam, niſi mathematicis fundamentis fundatam coluerunt. Ariſtæus ante Euclidem, ut Pappus ait 5. libros de ſolidis ſcripſerat, unde etiam Euclides aſſumpſerat. Decimo autem quarto & decimo quinto comparatio quinque ordinatorum ex Ariſtæo etiam nominatim repetitur, ut ab Iſidoro quædam de laterum inclinatione, qui magnus magiſter & præſtantiſſimus vir ab Hipſicle nominatur. Ariſtarchus ab Archimede citatus, græce apud nos eſt de magnitudinibus & intervallis ſolis & lunæ: tametſi iſtorum tempora nobis minus perſpecta ſunt. Meminerimus igitur mathematicam adhuc é Procli ſententia perfectam in Academia fuiſſe: cùm tamē plurima deinceps á poſteris inventa ſint: στοιχειῶται quatuor adhuc expoſiti ſunt Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: Quintus Euclides deinde á Proclo Platonicis commemoratis pauló junior efficitur, & dicitur ſub Ptolemæo primó floruiſſe, eique etiam notus fuiſſe in Aegypto. Valerius tamen ait libri octavi capite decimo tertio conductores ſacræ aræ modum & formam ejus cúm Platone conferre conatos, ad Euclidem Geometram ire juſſos, ſcientiæ ejus cedente, imo profeſſioni. Sed Proclus Geometriæ magiſter á Theophraſto atque Eudemo præſertim hac de re veritatem edoctus, ſed Eratoſthenes de quo mox in hac hiſtoria mihi veriſimilior eſt, quám Valerius: nec duplicati cubi quicquam ad Euclidem, ſed ad Platonem principem totum referri comperio. Nec Euclides in Elementis quicquam nominatim de duplicando cubo propoſuit: alioqui tamen ſi hæc vera eſſent, non taciturus. Itaque Euclidem Platone & Platonicis juniorem á Proclo accipio. Utrum veró tantus author Euclides fuerit, quantum facere Proclus videtur, conſiderandum poſtea tertio libro fuerit: nunc hiſtoriam tantúm propono. Quid igitur Euclides? quid in mathematicis invenit? Elementa, inquit Proclus, collegit, in iiſque pleraque Eudoxi compoſuit, pleraque Theæteti perfecit, aliaque á veteribus negligentius demonſtrata, demonſtrationibus iis affirmavit, quæ neque refelli, neque redargui poſſint. Magna laus Euclidis, ſi vera iſta ſunt, inchoata perficere, ex incertis certa facere, ſed maxime omnium, indigeſta componere. Hæc (inquam) magna laus, quamvis nullius elementi inventum interea Euclidi tribuatur, ſed expoſitio operis & exornatio. Ergo Euclides στοιχειώτης hactenus efficitur á Proclo, ut ſit elementorum non inventor, ſed demonſtrator, ſed compoſitor: Quo jure ſuperiores στοιχειῶται omnes palmam ſunt adepti & imposterum adipiſcentur, ſi qui talem logici judicii prudentiam ad mathematicas inſtituendas attulerint. Quid tum? quæ præterea ſunt hujus ingenii monimenta? Nominantur muſica, optica, catoptrica, liber de diviſionibus, ubi docuerat figuras quæ ſecarentur in figuras ſimiles vel diſſimiles, ut Proclus ait ad 14 d 1 ψευδάρια, id eſt mendacia, quales Ariſtotelis ſunt elenchi. Atque hic τῶν ψευδαρίων liber optabilis quidem fuerit: ut enim matheſis veritates longê certiſſimas, ita ψευδογραφίας habet multó fallaciſſimas: Adduntur etiam á nonnullis φαινόμενα & δεδομένα, apparentia & data. Pappus

lib. 7.

lib.7.Euclidi librum unum datorum tribuit:item 2.locorum ad ſuperficiem, & 3.πορισμάτων,id eſt corollariorum: Attribuitur etiam fragmentum de levitate & gravitate,quod tamen græcé videre nondum cõtigit. Hæc opera ſunt & monumenta Euclidis. Præcipué veró quiſpiam Euclidis Elementa admiretur, in quibus ſuperiorum illorum Hippocratis,Leontis, Theudii, Hermotimi elementa omni genere laudis longiſsimé ſuperavit, ait Proclus. Proindeque trans maria in Aegyptum uſq; , apud Ptolemæum regem celebris habitus eſt: ϛοιχειώσεως tamen Euclideæ rationem & viam videtur rex ille non probaſſe, neque Euclides ipſe ſatis liberaliter regi feciſſe. Rex enim Euclidem aliquando interrogaſſe fertur, num qua ad Geometriam via magis compendiaria eſſet, quam ϛοιχειώσεως ab eo compoſitæ:cui Euclides,Semita,(inquit) ô rex,ad geometriam regia nulla eſt: Quo reſponſo videtur ſignificaſſe viam elementorum á ſe compoſitorum eſſe latam,apertam, ſimplicem, directam & tanquam militarem, ideoque regiam eſſe: Semitam autem breviorem eſſe lubricam & ancipitem,neque ideo regiam. Sed iſtud problema tertio libro plenius ediſſeretur,Regiſne hac in re judicium,an Euclidis λογικώτερον fuerit.Pergamus igitur. Qui deinde mathematici commemorantur:Euclidem ſequuti ſunt centum fere póſt annis duo mathematici inſignes, ætatibus inter ſe æquales, Eratoſthenes & Archimedes: ille ob excellentiam doctrinæ minor Plato vocatus eſt,eoque nomine regię bibliothecæ in Aegypto præfectus. E' ſcriptis ejus variis,poéticis, hiſtoricis, mathematicis, philoſophicis nil extat, quod audierim, præter cribrum arithmeticum in Nicomacho, præterque harmonica quædam in Ptolemæo, & epiſtolam & epigramma cũ meſolabio duplicandi cubi, quæ Eutocius recitat in ſecundo Archimedis de ſphæra: Eas tãti ingenii reliquias ſubjiciã in epiſtola & epigrammate.

REGI PTOLEMAEO ERATOſthenes S.

E Veteribus tragicis, ut ajunt, quidã Minoa induxit Glauco ſepulchrum extruentem,auditoque quod undique centum pedum eſſet, cum parvum improbaret regalis ſepulchri monimentum,dixiſſe,Duplum eſto : cúm autem cubi ignarus Architectus eſſet, duplicans craſsitudine unumquodque latus ſepulchri, videbatur erraviſſe: Lateribus enim duplicatis planum quidem quadruplum efficitur, ſolidum veró octuplum. Quærebatur itaque etiam á Geometris, quomodo datum ſolidum manens in eadem figura quiſpiam duplicaret: ac vocabatur tale problema' cubi duplicatio. Supponentes enim cubum, quærebãt ipſum duplicare. Cúm mortales omnes diu multumque hæſitaſſent, primus Hippocrates Chius intellexit: quod ſi inventum eſſet, quomodo inter duas rectas lineas, quarum major minoris eſſet dupla, duæ mediæ proportionales ſumerentur in continua proportione,duplicaretur cubus. itaque difficultas in aliam difficultatem nõ minorem converſa eſt. Aliquanto veró póſt ajunt Delios graſſante morbo, ſecũdum oraculum duplicare quandam aram juſſos,

incidiſſe

incidisse in eandem anxietatem, tumque implorando Platonicos in Academia Geometras oravisse, ut quæstionem dissolverent. Cum igitur accuraté seipsos cohortati investigarēt, duabus datis duas medias assumere, Archytas Tarentinus dicitur per semicylindros invenisse: Eudoxus autē per lineas, quæ curvæ dicuntur. Atque his omnibus accidit, ut apodicticé quidem describerent, at manu atque opere exequi & in usum deducere non possent, præterquam paululum quiddam Menechmus, idque ægré ac difficulter. Verúm à nobis inventa quædam facilis organica, qua reperiemus duabus datis, non solúm duas medias, sed quot quis jusserit. Hoc autem invento poterimus omnino datum solidum parallelogrammis comprehensum in cubum constituere, aut ex alio in aliud figurare, & simile facere, & augere observando similitudinem: itaque & aras & templa. Poterimus autem & humidorum mensuras & siccorum, verbi gratia medimnorum metretam in cubum constituere, ac per ejus latus vasa dimetiri ipsorum capacia, quantū capiant. Quinetiam nobilis ista cognitio fuerit cupientibus augere catapultica, & organa lapides jaculantia. Necesse enim est omnino proportionaliter augeri & crassitudines & magnitudines, & perforationes & funium vias, iisque trajectos nervos, si cura consiliumque sit proportionalis augmenti. Hæc autem fieri absque mediarum inventione non possunt. Hactenus est Eratosthenis epistola, demonstratio est in Eutochio de qua suo loco: Epigramma Græcum apponam reddamque ad verbum. ita redi

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγȣ διπλάσιον, ὦ γαθὲ, τεύχειν
    Φράζεαι· τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι· τὸ δέ τοι παρὰ κἂν σύγε μάνδρην
    Η σεῖρον, ἢ κοίλου φρέατος εὐρυ κύτος
Τῇ δ᾽ ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
    Συνδρομάδας, διοσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων,
Μὴ δὲ σύγ᾽ ἀρχύτεω δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
    Μὴ δὲ μενεχμείοις κωνοτομεῖν τρίαδας
Δίξηαι, μὴ δ᾽ ἔι τι θεοειδέος εὐδόξοιο,
    Κάμπυλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖς δὲ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μύρια τεύχοις
    Ρεῖά κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος
Εὐαίων πτολομαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ συνήων
    Πάνθ᾽ ὅσα καὶ μούσαις ᾗ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω, τὸ δ᾽ ἐς ὕστερον, οὐράνιε ζεῦ,
    Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δὲ τὶς ἀνθεμα λεύσσων,
    Τȣ̃ κυρηναίου τοῦτ᾽ ἐρατοσθένεος.

Si cubum ex parvo duplum, ô bone, construere
Cogitas: solidam omnem in aliud naturam
Bene transformare: præterea etiam si tu speluncam
Aut sirum, aut cavi putei latam capacitatem

Sic mensus fueris, medios quando finibus extremis
Concursus duplicium intus sumpseris regularum,
Neque tu Archytæ difficilia opera cylindrorum,
Neque Menechmeos coni secare ternarios
Quæsieris, neque si qua deo similis Eudoxi
Curva in lineis species adscribitur.
Sed his in tabulis mesographa innumera construxeris
Facilé ex modico fundo incipiens,
AEvi beati Ptolemæe, pater, quod puero convivens
Omnia & musis & regibus chara
Ipse dedisti, ille veró imposterum, cælestis Juppiter,
Etiam sceptra ex tua consequetur manu.
Atque hæc quidem velut perfecta sint, dixerit quis votivam tabulam videns,
Cyrenæi hoc est Eratosthenis.

Quapropter ista deduplicando cubo Eratosthenis geometria fuit aggreganda ad Thaletis, Leontis, Archytæ, Eudoxi, Aristotelis mathematicam non solum veritatem, sed vtilitatem: cúm duplicati cubi usum tam studiosé interpretetur ingeodæsia humidorum, siccorum, catapulticorum, puteorum, sirorum, antrorum: Itaque tali duplicandi cubi inventione, Eratosthenes sic affectus est, ut Thales antea & Pythagoras affecti sunt. Sed voluptatis affectionem elegantiore & illustriore sacrificio declaravit: Illi nempe immolatis bobus lætitiam suam uno die consecrarunt: hic, mentis sacrificium mente ipsa sempiternum fecit, tabulamque præclari inventi interpretem & nunciam in templo deorum, ἀνάθημα scilicet ingenii sui perpetuum consecravit. Mathematicus igitur is Eratosthenes fuit, qui de duplicando cubo, id est de extrema summaq; Geometriæ laude cum principibus certaret. Ad Archimedem venio, cujus vitam descripserat Heraclides, ait Eutocius, qui liber si extaret, jucundum nobis esset præstantis artificis imaginem á bono pictore expressam intueri: Colligemus tamen studiosé quidquid de tanti viri laudibus nobis é lectione præteritorum temporum in memoriam redierit. Voluit deus in omnibus artibus aliquam velut ideam singularem esse, quam omnes ejus disciplinæ studiosi ad imitandum sibi proponerent: ut in eloquẽtia, Demosthenem & Ciceronem: in medicina Hippocratem & Galenum: sic in mathematicis Archimedem. Fuit enim Archimedes ingenio ad mathematicam imprimis admirabili: studio autem partibus infinitis admirabiliore fuit: atque ita dulcedine sirenes cujusdam geometricæ correptus, ut cibi & potionis cultusque reliqui immemor tota cogitatione atque mente mathematicis incumberet. Quin si quando á servis & ministris ad balnea duceretur, figuras in cinere describebat, lineasque in corpore peruncto digitis ducebat. Archimedes veró inventione judicioque rerum singularum summus fuit: methodo tamen, & tota docendi via perobscurus, quanvis Plutarchus valdé facilem judicet, libris tamen ipsis obscuritas arguitur: Magnus in omnibus mathematicis disciplinis fuit. Pappus octavo libro

τ̃ συνα=

τῆς συναγωγῆς author eſt Arithmeticam & Geometriam ſtudioſé ab Archimede conſcriptas eſſe. Arithmeticam ejus ad Zeuxippum citat libellus de numero arenæ: ſed multó maximé declarant pleræque propoſitiones, ut in ſecundo de ſphæra proportionibus numerorum demonſtratæ. Maxima enim propoſitionum illarum ſubtilitas non niſi numeris explicatur. Quin pro Cluentio orator cúm dicit 64. millia ſexdecim judicibus eſſe diviſa, hoc Archimedes, (ait) non potuit melius deſcribere. Hic tanquam proverbio Arithmetica Archimedis jactatur. Verúm Archimedes non Arithmeticæ, ſed Geometriæ gloria præcipué commendatur, ad quam totam communiter attinet liber περὶ ἰσοπεριμέτρων, quem tamen nondum videre nobis licuit: ad Geometriam de planis ſpectant dimenſio circuli, tractatio volutarum: ad Stereometriam veró de ſolidis referuntur libri de ſphæra & cylindro, de ſphæroidibus & conoidibus, quadratura parabolæ: Citantur etiam 3 p de quadratura parabolæ & 3 p de conoidibus & ſphæroidibus elementa conica, quæ ipſius fuiſſe videantur: hæc geometrica ſunt: Sed labor in geometricis rebus Archimedi gratiſſimus fuiſſe dicitur, de ratione ſphæræ & cylindri: Ideoque amicos oravit, ut ſepulchro ſuo imponerent cylindrum ſphæra comprehenſum, præſcripta ratione comprehendentis ad comprehenſum, tanquam id geometricarum vigiliarum & inventionum palmarium eſſet: quæ ratio demonſtratur ad 33 p 1. de ſphæra & cylindro. Atqui laborioſi inventi videlicet ea conſcientia fuit, quæ fuerat ante in Thalete, Pythagora, Eratoſthene, unde ſacra & anathemata. Sepulchrum autem ipſum jampridem nullum eſſet, niſi quinta in Tuſculana immortalitati eſſet á Cicerone conſecratum. Commemorat enim Tullius illud Archimedis ſepulchrum, cúm de Dionyſio Syracuſanorum tyranno loquitur. Ex eadem urbe, ait, humilem homunculum á pulvere & radio excitabo, qui multis annis póſt fuit, Archimedem, cujus ego quæſtor ignoratum á Syracuſanis, cum eſſe omnino negarent, ſeptum undique & veſtitum vepribus & dumetis indagavi ſepulchrum. Tenebam enim quoſdam ſenariolos, quos in ejus monumento eſſe inſcriptos acceperam, qui declarabant in ſummo ſepulchro ſphæram eſſe poſitam cum cylindro. Ego autem cúm omnia colluſtrarem oculis (eſt enim ad portas Agrajanas magna frequentia ſepulchrorum) animadverti columellam non multum é dumis eminentem, in qua inerat ſphæræ figura & cylindri. Atque ego ſtatim Syracuſanis (erant autem principes mecum) dixi me illud ipſum arbitrari eſſe, quod quærerem. Immiſſi cum falcibus multi purgarũt & aperuerunt locum. Quó cúm patefactus eſſet aditus, ad adverſam baſim acceſſimus. Apparebat epigramma exeſis poſterioribus partibus verſiculorum dimidiatis feré. Ita nobiliſſima Græciæ civitas, quondam veró etiam doctiſſima, ſui civis unius acutiſſimi monumentum ignoraſſet, niſi ab homine Arpinate didiciſſet. Hæc Tullius de Archimedis ſepulchro, deque ſphæra & cylindro, rationeque utriuſque ſenariolis comprehenſa. Verumenimveró geometrica laus Archimedis uſu & utilitate rerum multo illuſtrior fuit quám ſcientia. Vetus illa jam inde á Platone mathematicis perverſa & præpoſtera opinio fuit, mathematicæ uſum

non esse vulgo communicandum, sed ad philosophiæ authoritatem, tanquam Palladium aliquod in arce philosophica recondendum & custodiendum. Sic Archytas & Eudoxus á Platone deterriti, mechanicam & organicam colere desierunt. Sic Euclides fortasse Ptolemæo succinctiorem & faciliorem viam requirenti, morosior fuit, dum negavit regiam ad geometricum studium semitam esse. Verúm Archimedes, tametsi Platonis errore imbutus, contemplationem Geometriæ, si Plutarcho creditur, longissimé anteponeret usui, attamen roganti Hieroni Siciliæ regi, multó gratior & humanior fuit, quám Euclides Aegyptio regi anté fuerat. Nam cum Archimedes coram Hierone de præstantia Geometriæ dissereret, fiduciaque artis jactaret paradoxum illud, de quo Plutarchus in Marcello, & Synesius in epistolis, & Pappus in mechanicis & Tzetzes; Datis viribus datum pondus tollere: ac si mundus alteram terram haberet, ut Democriti decreto ferebatur, hanc illuc posset adducere: vel ut apud Pappum est, Δός μοι (φησὶ) ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. Da mihi (inquit) ubi consistam, & movebo terram: cum inquam, id iactaret Archimedes, rex geometram admiratus, rogavit, ut tantæ confidentiæ periculum faceret. Quapropter Archimedes emptam é navibus regiis unam & in siccum littus eductam graviusque oneratam, solus machinis suis ad se perinde pertraxit, ac si in mari velis remisque moveretur: contra postea simili Geometriæ facultate Alexandrinam ejusdem regis navim é littore in mare deduxit, quod omnes Siciliæ vires non potuerant, ut apud Athenæum est lib. 5. cap. 7, & apud Proclum lib. 2. cap. 3. Et apud Tzetzem Archimedes trispasto manu læva & sola, quinquies millenum modiorum pondus attraxit: Quibus ingenii miraculis rex permotus dixit, Archimedi quidlibet affirmanti credendum esse, tanquam tali artifici nihil posset esse difficile. Itaque & Archimedem oravit, ut tantisper á studii geometrici meditatione ad exempla rebus humanis necessaria animum abduceret: atque inde machinæ illæ extiterunt, quibus Syracusæ postea adversus Marcellum ab ipso machinatore ita defensæ sunt, ut in illa oppugnatione Briareus & centimanus appellaretur á Romanis, tanquam poëticis fabulis celebratos gigantes, vel Jouem potius ipsum viribus æquaret. Ut enim Juppiter fulgure tonitruque terret orbem terrarum: sic Geometra unus suis tormentis & machinis tantum exercitum perculit. Oppugnatio urbis propugnatioque á Græcis Polybio & Plutarcho, sed parcius á Livio memoratur his verbis; Inde terra marique simul cœptæ oppu-
,, gnari Syracusæ, terra ab Hexapulo, mari ab Acradina, cujus murus fluctu allui-
,, tur, & quia, sicut Leontinos terrore, ac primo impetu ceperant, non diffidebant
,, vastam disjectamque spatio urbem parte aliqua se invasuros, omnem appa-
,, ratum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuisset tanto impe-
,, tu cœpta res fortunam, nisi unus homo Syracusis ea tempestate fuisset. Archi-
,, medes is erat, unicus spectator cæli siderumque, mirabilior tamen inventor ac
,, machinator bellicorum tormentorum operumque, é quibus ea quæ hostes in-
,, genti mole agerent, ipse perlevi momento ludificaretur. Murum per inæqua-
,, les ductum colles pleraque alta & difficilia aditu summissa quædam ut quæ

planis

planis vallibus adiri poſsint, ut cuique aptum viſum eſt loco, ita omni genere tormentorum inſtruxit. Acradinæ murum, qui ut antè dictum eſt, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat: ex cæteris navibus ſagittarii funditoreſque & velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis eſt, vix quenquam ſine vulnere conſiſtere in muro patiebantur: hi quia ſpatio miſsilibus opus eſt, procul muro tenebant naves. junctæ, aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cúm exteriore ordine remorum, velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adverſus hunc navalem apparatum, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris diſpoſuit, in eas quæ procul erant naves, ſaxa ingenti pondere emittebat, propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis: poſtremo ut ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingererent, murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus fere cavis aperuit, perque cava pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem. Quæ propius quidem ſubibant naves, quo interiores ictibus tormentorum eſſent, in eas tollendas deſuper murum eminentem ferrea manus firmæ cathenæ illigata, cum injecta proræ eſſet, grauique libramento plumbi recelleret ad ſolum, ſuſpenſa prora navim ad puppim ſtatuebat, dein remiſſa ſubito velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam ſi recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio eſt eluſa, omniſque vis eſt averſa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum inſtructa erat Hieronis impenſis, curaq; per multos annos Archimedis unica arte: natura etiam adjuvabat loci. quod ſaxum, cui impoſita muri fundamenta ſunt, magna ex parte ita proclive eſt, ut non ſolúm miſſa tormento, ſed etiam quæ pondere ſuo provoluta eſſent, graviter in hoſtem inciderent. Eadem cauſſa ad ſubeundum arduum aditum inſtabilemque ingreſſum præbebat. Ita conſilio habito cúm omnis conatus ludibrio eſſet, abſiſtere oppugnatione atque obſidendo tantúm arcere terra marique commeatibus hoſtem placuit. Hæc Livius. Quæ eadem Tzetzes & Plinius, & poſt Plinium Quintilianus lib. 1. cap. 10, ubi de Geometria: Tranſeamus, ait, quod Archimedes unus obſidionem Syracuſarum in longius traxit. Veruntamen quamvis tantúm tanque ſingularem Geometriæ uſum Archimedes ſingularibus exemplis & admirandis operibus oſtenderit, propter quæ non humanæ, ſed divinæ ſcientiæ laudem ſit adeptus, hæſit tamen, ſi Plutarcho credimus, in illa Platonis perſuaſione, nec ullam mechanicam literam prodere voluit. Et Carpus Antiochenus apud Pappum libro octavo ait ab Archimede in mechanicis nil niſi librum de compoſitione ſphæræ editum eſſe: cætera mechanica ſcripta velut indigna contempſiſſe. Atqui utinam Archimedi potius in mentem veniſſet, artium finem eſſe uſum, non contemplationem, maximeque hominum ac certiſsimæ utilitati cõſulere maluiſſet, quam neſcio cujus opinionis errori obſequi, habuiſſet enim poſteritas præſtantis ingenii non theoremata ſolum eruditionis altæ prorſuſque reconditæ, ſed ipſo-

rum theorematum longé gratiorem humanæ vitæ & optabiliorem fructum. Denique Archimedem tantis miraculis attonita non suspiceret solùm, sed imitando proficiendoque amaret & coleret. Hæc cæca Platonis ambitio, Geometriæ non solùm usum, sed scientiam ipsam penè perdidit. Nam quo tempore Geometriæ usus tenebatur, studium quoque Geometriæ cognitioque viguit. At postquam in scholis usus Geometriæ nullus tractatus est, Geometria despici paulatim & contemni cœpit, nec sesquimillesimo ab hinc anno litera ulla ad Geometriam addita est: imò de tot mathematicis authoribus antè commemoratis, quota pars tandem nobis est reliqua? Sed tamen Plutarchus de archimedeo mechanicæ contemptu considerandus videatur. Vitruvius enim inter machinationum scriptores Archimedem numerat, & nominatim 7. cap. 8. lib. citat Archimedem de librationibus aquæ, cujus schema sphæroides Archimedi videatur. Nominatur & á Pappo liber περὶ ὀχουμένων de his quæ vehuntur aqua, qui liber hodieque corruptus latinè circumfertur, hoc anno Commandini diligentia castigatior prodiit. Nominantur & á Pappo Archimedis σύζυγα conjugata: qui mechanici operis titulus fuit, quo nomine & Tryphon apud Athenæum libro quarto commentaria de instrumentis nominavit. Sed ab Archimede mechanica ipsius bis appellantur 6 & 10 p de quadratura paraboles: quibus tamen in locis isorropica videntur appellari, ubi mechanica multiplex instituitur. Et Tzetzes memorat inter Archimedis scripta mechanicam de Barulco, pneumatico & hydrauscopico & plerosque Archimedis libellos sibi lectos ait esse, unde Heron, Anthemius & omnis mechanographus hydrica & pneumatica, barulca thalassometra scripserunt: Itaque deridet eos qui affirmant ab Archimede mechanicum nil, præter unicum libellũ scriptum esse. Plutarchum videlicet & Carpum ita redarguit. Veruntamen Archimedes geometra talis ac tantus fuit. Citantur á Theone primo lib. magnæ constructionis catoptrica Archimedis, in quibus mirabile & illud est memoratum á Galeno de temperamentis lib. 3. cap. 3, & repetitum ab Anthemio, cujus hodieque fragmentum habemus, & á Tzetze eodem loco ex Anthemio propositum: librum hac de re nominatim citat Archimedis κατόπτρων τὰς ἐξάψεις speculorum incensiones, ut Archimedes speculo triremes hostium deusserit, & Maurolycus affirmat extare Archimedis libellos de speculis comburentibus, in quibus docet speculo, ut sit ad comburendum efficacissimum, formam dandam esse á parabola. Simile quiddam est á nescio quo autore, Gogava interprete conversum. Astrologiæ verò & reliquarum rerum, quæ vulgo mathematis adnumerantur, quantam scientiam Archimedes habuerit, pleraque testimonia sunt, ut disputatio de numero arenæ è legibus Astrologiæ petita, ut liber ille á Carpo citatus de fabrica sphæræ, ut scioterica, perque umbras corporum dimensiones indicantia, sphæræ angulique ad solis magnitudinem visu deprehendendam, quæ ad Marcellum in arcula deferebat, quo tempore interemptus est: & ita á Livio Archimedes appellatur, unicus spectator cæli siderumque. Majus etiam hac de re Ciceronis testimonium est prima Tusculana. Nam cum Archimedes ait, Lunæ, Solis, quin-

lis, quinque errantium motus in sphæram alligavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Platonis mundum ædificavit deus, ut tarditate & celeritate dissimillimos motus una regeret conversio: Hanc sphæram Claudianus vitream fecit, & his versibus cecinit,

Juppiter in parvo cùm cerneret æthera vitro
Risit, & ad superos talia dicta dedit:
Siccine mortalis progressa potentia curæ?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legemque virorum
Ecce Syracusius transtulit arte senex.
Inclusus variis famulatur spiritus astris,
Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium, mentitur signifer annum,
Et simulata novo Cynthia mense redit.
Jamque suum volvens audax industria mundum
Gaudet, & humana sydera mente regit.
Quid falso insontem tonitru Salmonea miror?
Aemula naturæ parva reperta manus.

Tales autem sphæras Lutetiæ duas vidimus, non vitreas tamen, sed ferreas: alteram apud Ruellium medicum, é bellicis Siciliæ rapinis huc allatam: alteram apud Orontium mathematicum professorem regium germanico bello similiter direptam: Sed quibus multo jam nobiliores in Germania prædicantur, de quibus postea. Astrologus igitur magnus Archimedes fuit, nõ arithmeticus aut geometra tantum. Latius etiam in physicæ partes æqueponderantia Archimedis penetrant, unde permisti cum auro argenti furtum deprehensum, ut est apud Proclum lib. 2. cap. 3. Sed Vitruvius libri 9. cap. 5. rem subtilius commemorat his verbis. Archimedis veró cúm multa inventa & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia id, quod exponam, videtur esse expressum nimium. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate, rebus bene gestis, cúm auream coronam votivam, diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locavit faciendam, & aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus, opus manufactũ subtiliter, regi approbavit, & ad sacoma pondus coronę visus est pręstitisse. Posteaquã judicium est factum, dempto auro, tantundẽ argenti in id coronarium opus admixtum esse: indignatus Hiero se contemptum, neq; inveniens qua ratione id furtũ deprehenderet, rogavit Archimedẽ, uti in se sumeret sibi de eo cogitationẽ. Tunc is cúm haberet ejus rei curã, casu venit in balneũ, ibiq; cúm in soliũ descẽderet, animadvertit quantum corporis sui in eo insideret, tãtúm aquæ extra soliũ effluere. Itaq; cúm ejus rationẽ explicationis offendisset, nõ est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, & nudus vadẽs domũ versus, significabat clara voce invenisse quod quęreret. Nã currens identidẽ græcé clamabat, εὕρηκα, εὕρηκα. Tum veró ex eo inventionis ingressu, duas dicitur fecisse massas æquo põdere, quo etiam fuerat corona, unam ex

nam ex

nam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset vas amplum ad summa labra implevit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cujus quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa, quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit quãtum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, & ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quám argenti. Postea veró repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquæ defluxisse in argenteam, quam in auream eodem pondere massam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quam in massa ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mistionem, & manifestum furtum redemptoris. Hæc Vitruvius. Proclus tamen Geloni regi attribuit lib. 2. cap. 3. quod alii cum Vitruvio tribuunt Hieroni. Atqui ista de coronis archimedea lætitia, Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis lætitiam retulit, quam etiam Plutarchus apertius ostendit, dum Archimedem ait, tum veluti divinitus afflatum exclamasse illud εὕρηκα. Ergo matheseos afflatum illum novo genere Archimedes declaravit. Thales inventa adscriptione trianguli & circuli mathematicis musicis bovem immolavit. Pythagoras inventa ratione laterum trianguli rectanguli hecatomben immolavit. Eratosthenes inventa cubi duplicatione votivam tabulam cum epistola, demõstratione, epigrammate suspendit. Quid hic Archimedes inventa permisti auri atque argenti ratione, quid vovit? quid consecravit? animam certé corpusque, idest Archimedem totum. neque tum credo, Archimedes syracusano populo insanire aut furere potius visus est, quam divinam mathesim aliquam tam insolenti specie portendere. Graves sunt nempe mathematicorum studiorum labores & magni, ideoque cum voluptatibus magnis compensari solent. Ex his igitur tam multis argumentis manifestum est variæ ac multiplicis scientiæ thesauros in uno Archimedis ingenio fuisse, propter quos etiam apud hostem Marcellum gloriam summam consecutus est. Edixerat enim Marcellus, cúm civitas caperetur, ut Archimedes servaretur, & interemptum militari imprudentia, graviter tulit. Sic enim Livius: Archimedem memoriæ proditum est in tanto tumultu, quantũ capta urbs in discursu diripientium militum ciere poterat, intentum formis, quas in pulvere descripserat, ab ignaro milite quis esset, interfectum, ægre id Marcellum tulisse, sepulturæque curam habitam, propinquis etiam inquisitis, honori præsidioque nomen ac memoriam ejus fuisse. Sic idem fere Plinius lib. 7. cap. 37. Grande & Archimedi Geometriæ ac machinalis scientiæ testimonium M. Marcelli contigit interdicto, cum Syracusæ caperentur, ne violaretur unus, nisi fefellisset imperium militaris imprudentia. Ergo mortuo Archimedi mathematica etiam gloriosa apud hostem fuit: & quidem sic mihi persuadeo Marcello gloriosius futurum fuisse, Archimedem vivum, quám totam Archimedis patriam Romano imperio adjunxisse. Archimedis enim machinis nulla Marcello civitas inexpugnabilis,

gnabilis, nullus hostis insuperabilis fuisset: Annibal denique aut fugisset, aut Archimedis manibus Marcello victus esset. Verùm ab Archimede divelli non possum, cujus facta singula hæc studiosius à nobis collecta sunt, ut tantum tamque excellentem mathematicum, quantum in me esset, non solùm ab oblivione hominum vindicarem, sed modis omnibus studiisque cognoscendum & amplectendum persuaderem. Credat enim mathematicæ disciplinæ studiosus se plurimùm profecisse, cui Archimedes plurimùm placuerit. Hactenus historia Procli progressa est, & in uno Archimede conclusa. Quamobrem in græca periodo mathematicæ inventores & tanquam parentes adhuc enumerati sunt: è quibus quinque σοιχειῶται nominantur, Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides: Sed virtutis honore quodam nobilissimi sunt Thales, Pythagoras, Hippocrates, Plato, Archytas, Eudoxus, Aristoteles. Atenim Archimedes unus

—Tantum supra caput extulit omnes,
Quantum lenta solent inter viburna cupreßi.

Multi præterea mathematici nobiles fuére, ut Hipparchus Plinio nunquam satis laudatus, ut quo nemo magis approbaverit cognationem cum homine siderum: animasque nostras partem esse cæli, novam stellam & aliam in ævo suo genitam deprehendit: ejusque motu, qua die fulsit, ad dubitationem est adductus, anne hoc sæpius fieret, moverenturque & eæ, quas putamus affixas. Idemque ausus, rem etiam deo improbam, annumerare posteris stellas, ac sidera ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ singularum loca, atque magnitudines signarent: ut facilè discerni posset ex eo, non modò an obirent, nascerenturque, sed omnino aliqua transirent moverenturve, item an crescerent minuerenturque, cælo in hæreditate cunctis relicto, si quisquam qui rationem eam caperet, inventus esset. Ptolemæus Hipparchi mẽtionem ferè nullam facit, sine aliquo novo laudis titulo. Hipparchus verò duodecim libros de subtensis scripserat, sicut alia pleraque, è quibus supersunt hodieque perbreves quædam explicationes in Arati & Eudoxi φαινόμενα, quæ quidam Eratosthenis esse suspicantur. Superest è veteribus & Apollonius Pergæus, qui egregiæ laudis encomio, geometra magnus appellatus est, & certè è præstantis ingenii monimentis ad elementa Euclidis adjecti sunt libri, decimus quartus & quintus ab Hypsicle contracti: in quibus Euclidis Geometriam multò altius extollere voluit: Ad hunc numerum aggregandi sunt, qui numerantur à Pappo libri septimi initio περὶ ἐπαφῶν de contactibus l. 2 inclinationum lib. 2. rationis apotomes 2. spatii apotomes 2. locorum planorum 2. conicorum 8. quorum quatuor græcè manu descriptos habemus, nunc nuper à Commandino latinè redditos & explicatos: quos tametsi Pappus idem ait ab Euclide antea fuisse inchoatos: Attamen Apollonius in eorum procœmio Euclidem nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum: nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas: ac vix quidem unam satis feliciter. Hic igitur Geometra magnus inter Geometriæ proceres erit. Aeneas Hierapolita compendium elementorum conscripsit.

scripsit. Amphinomus, qui propositiones omnes mathematicas appellabat theoremata. Sed è geometris geometrici usus magistris & mechanicis duo præcipué appellantur à Proclo Ctesibius & Hero. Ctesibius inter θαυματοποιητικοὺς mirandarum rerum artifices præcipuus habetur à Proclo, sed tota historia à Vitruvio subtilius exponitur lib. 9. cap. 9. de inventoribus horologiorum. Sunt (inquit) ex aqua conquisitæ ab eisdem scriptoribus horologiorum rationes: primumque à Ctesibio Alexandrino, qui etiam spiritus naturales, pneumaticasque res invenit. Sed uti fuerunt ea exquisita, dignum studiosis est agnoscere. Ctesibius enim fuerat Alexandriæ natus, patre tonsore: is ingenio & industria magna præter reliquos excellens, dictus est artificiosis rebus se delectare. Namque cúm voluisset in taberna sui patris speculum ita pendere, ut cúm educeretur, sursumque reduceretur, linea latens pondus deduceret, ita collocavit machinationem. Canalem ligneum sub tigno fixit, ibique trochleas collocavit, per canalem lineam in angulum deduxit, ibiq; tubulos struxit, in eos pilam plumbeam per lineam dimittendam curavit: ita pondus cúm decurrendo in angustias tubulorum premeret cæli crebritatem vehementi decursu per fauces frequentiam cæli compresione solidatam extrudens, in aërem patentem, offensione & tactu sonitus expresserat claritatem. Ergo Ctesibius cúm animadvertisset ex tactu cæli & expressionibus, spiritus uocesque nasci, his principiis usus, hydraulicas machinas primus instituit. Item aquarum expresiones αὐτομάτους porrecti rotundationisque machinas, multaq; deliciarum genera, in his etiam horologiorum ex aqua comparationes explicuit, primumque cõstituit cavum ex auro perfectum, aut ex gemma terebata: ea enim nec terũtur percussu aquæ, nec sordes recipiunt, ut obturentur. Namque æqualiter per id cavum influens aqua, sublevat scaphum inversum, quod ab artificibus phellos, sive tympanũ dicitur, in quo collocata regula, versatilia tympana denticulis æqualibus sunt perfecta: qui denticuli alius alium impellentes versationes modicas faciunt & motiones. Item aliæ regulæ aliaque tympana ad eundem modum dentata, quæ una motione coacta, versando faciunt effectus varietatesque motionum: in quibus moventur sigilla, vertuntur metæ, calculi aut tona proiiciuntur, buccinæ canunt, reliquaque parerga. Hæc Vitruvius, aliaque plura deinceps eodem capite. Hoc idem Plinius. Laudatus est Ctesibius, ait lib. 7. cap. 37. pneumatica ratione & hydraulicis organis repertis. Meminit & Ctesibii Athenæus lib. 4. cap. 24. de musicis instrumẽtis, quorum inventorem Ctesibium facit, é quibus omnibus admirabilem naturæ facultatem operæpretium sit intueri: Hippocratis antea mercatoris ingenium cum tonsoris ingenio comparato & judicato verum esse quod antea monui, herbas in pratis non magis á natura, quam artes in hominum ingeniis ingenerari. At non omnibus ingeniis ea natura est, fateor, neque inquam,

— *Omnis fert omnia tellus.*

Sed Ctesibiani ingenii præclarum monimentum á Vitruvio de hydraulica machina altissimé aquam extollente pluribus verbis exponitur cap. 12. lib. 10. unde li-

unde licebit petere. Hæc tamen (ait ibidem Vitruvius) sola ratio Ctesibii fertur exquisita, sed etiam plures & variis generibus aliæ, quæ ab eo liquore presſionibus coacto, spiritu efferre á natura mutuatos effectus ostenduntur: uti merulæ quæ motu voces edunt, atque engibata, quæ bibentia tandem movent sigilla, cæteraque, quæ delectationibus oculorum & aurium sensus eblandiuntur. Ergo (inquam) Ctesibius licet tonsor non magis doctoribus & magistris multis indiguit ad occultisſima Geometriæ mysteria concipiendum, quam Hippocrates antea indiguerat: horologia, organa (quæ modó dicũtur) & in his luscinias cantantes, concertantes icunculas, cæteraque generis hujus reperit. Quid Hero, qualis tandem mechanicus fuit? Certé cognomentum publicæ laudis consensum quendam indicat. Ctesibius licet tam mirabilis opifex, non appellatur tamen mechanicus, sed Heronis palma ista propria est. Hero igitur Mechanicus omnem Geometriæ varietatem, elegantiam, subtilitatem videtur persecutus esse. Studiosé vel curiosé potius Heronis opera nobis exquisita sunt, tandemque é variis bibliothecis collecta græce & manu descripta πνευματικὰ integra, αὐτοματοποιητικὰ multis locis corrupta, fragmenta quædam geodetica: alia veró pleraque Heronis prædicantur, ut de machinis bellicis, earumque figuris eleganter descriptis, περὶ βελοποιΐας, quod opus vel idem, vel affine est: mechanica dicuntur esse in Vaticana bibliotheca Romæ, & quidem latine etiam conversa: Hic liber μηχανικαὶ εἰσαγωγαὶ ab Eutochio dici videtur 2. de sphæra: Geometria denique ipsa apud Diegum Hurtadum esse dicitur. Duplicatio cubi, quæ Geometriæ coronis summa est, in Eutocio integra legitur, eaq; á Pappo lib. 3. Theo. 7. præ cæteris approbatur. Itaque Hero videtur apud Proclum lib. 3. στοιχειώτης fieri. Quamobrem iste mihi imprimis placet author, qui Platonis Geometriam cum Archimedis mechanica, qui artem cum artis usu tam solerter atque industrié conjunxerit. Itaque ad Archytam, Leontem, Eudoxum, Aristotelem, Archimedem adnumero Heronem, & magnis illis mathematici & artificii & operis authoribus comparo. Sed Geminus logica in mathematicis facile par superioribus fuit, adeó ut Proclus non dubitarit aliquando Euclidis judicio Gemini judicium præponere. Libros geometricarum enarrationum sex conscripserat, á quibus plerisque in locis Proclus est adjutus. Præcipué veró circa curvarum linearum species elaboravit, demonstravitque omnium omnino linearum tres tantum species similares esse, rectam, circularem, cylindraceam: Sed prima Gemini laus fuit é particularibus elementis universalia facere, qualem Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis, Eudoxi, Theudii logicam antea fuisse commemoravimus. Neque veró Geometra tantúm, sed astrologus & physicus hic author fuit, ejusque in phænomena & meteora isagoge fertur in quibusdam Italiæ bibliothecis asservari. Perseus ad idem cum Gemino de lineis curvis argumentum aggressus, tres illas species, parabolem, hyperbolem, ellipsim invenit. Gestiens igitur eadem lætitia inventori contigit, quæ antea Thaleti, Pythagoræ, Eratostheni, Archimedi contigerat, idque versibus his est attestatum.

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὑρὼν τὰς σπειρικὰς
Περσεὺς, τῶν δ' ἕνεκα δαίμονας ἱλάσατο.

Ad verbum autem ita sunt:

Tres lineas cùm in quinque sectionibus spirales invenisset
Perseus, earum gratia dæmonas propitiavit.

Quarto igitur exemplo mathematicas voluptates experiamur, & innumerabiles ejusmodi fuisse futurasque esse omnibus animis mathematum seriò studiosis credi par est, ita quoties diagramma laboriosius investigatum apparuerit Archimedeum εὕρηκα vel tacitis animis personet, proptereaque votum musis concipiatur. Philolaus, Plotinus, Porphyrius, Plutarchus, Posidonius interdum á Proclo appellantur: Extant Plutarchi Mathematica problemata. Posidonii nil præter nomen & citatos quosdam locos. Sphæram Posidonii 2. de nat. Cicero his verbis commemorat, Quod si in Scythiam aut in Britanniam sphæram aliquis tulerit, hanc quam nuper familiaris noster effecit Posidonius, cujus singulæ conversiones idem efficiunt in sole & in luna & in quinque stellis errantibus, quod efficitur in cælo, singulis diebus & noctibus, quis in illa barbarie dubitet quin ea sphæra sit perfecta ratione? Item Menelaus Alexandrinus, qui vulgo in libris ex Arabico conversis Mileus appellatur, post Hipparchum sex de subtensis libros conscripserat: item sphærica in tribus libris, quæ á Theóne citantur, quæque hodie ex arabico per Platonem Tiburtinum conversa sunt in manibus. Zenonis Epicurei geometrica quædam fuerant á Posidonio refutata. Sosigenes á Iulio Cæsare, ait Plinius libri 18. cap. 25. adhibitus ut annum ad solis cursum corrigeret. Ea tamen ipsa ratio postea comperto errore correcta est, ita ut 12 annis continuis non intercalaretur, quia cœperat sidera annus morari, qui prius antecedebat. Et Sosigenes ipse tribus commentationibus, quanquam diligentior esset cæteris, non cessavit tamen addubitare ipse semet corrigendo. Hæc Plinius de Sosigene, quo authore Cæsar dictator visus est quartam Astrologiæ sectam facere. Ptolemæus veró adversus Euclidem appellatur in Procli commẽtariis: at quantus & quam celebris mathematicus? Edita enim de cælestibus rebus volumina omnium superiorum ætatum sectarumque, quod de Aristotelis libris sæpe testatus sum, bibliothecam quandam continent, sed via & arte ut credi par est, cõmodiore definitam & distributam: Hipparchi nempe libros duodecim, Menelai sex dé subtensis videmus ab eo quinque theorematis contractos esse: astrologia reliqua, astrologiam Aegyptiam, Græcam, imo Latinam Cæsaris imperio subductam compendio pari complectitur. Quadripartitum veró observationes Chaldæorum nominatim appellat: Musica, apotelesmata, itinerarium stellarum, planisphærium, analemma, geographia, totidem nobilis ingenii decora sunt, & credi par est é mathematicis nullum genus á tanto doctore non explicatum esse. Itaque cum Ptolemæus viderit Thaletem, Pythagoram, Archytam, Platonem, Aristotelem, Eratosthenem, Archimedem, cæterosque illos,

Permistos Heroas, & ipse videbitur illis.

Sed mathematicos reliquos breviter complectamur. Extant ab Eutocio de duplicando cubo sententiæ Pappi, Philonis, Dioclis, Nichomedis, Spori, tanquam

quam summorum in mathematicis magistrorum. Sed ex his, quorum scripta superant, præcipuus est Pappus: deinde Theodosius de sphæra, de habitationibus, de diebus & noctibus: Diophantus cujus sex libros, cùm tamē author ipse tredecim polliceatur, græcos habemus de arithmeticis admirandæ subtilitatis artem complexis, quæ vulgo Algebra arabico nomine appellatur: cùm tamen ex authore hoc antiquo (citatur enim à Theone) antiquitas artis appareat. Scripserat & Diophantus harmonica. Nicomachus arithmeticam, geometriam, musicam scripserat. Arithmeticæ libri duo publicati sunt. Geometriam ajunt esse Venetiis apud Diegum Hurtadum. Author hic antiquus etiam fuit: Nominatur enim à Pappo. Serenus cujus de sectione cylindri duos libros diu quæsitos possidemus, & hoc anno à Commandino conversos. Proclus ipse denique, licet logica leviter instructus, attamen eximius mathematicus fuit: certè libris & monimentis ejus recēsendis libro fuerit opus, ita multiplices unius ingenii fœtus memorantur. Geometricarum verò in Euclidem expositionum, libri quatuor diligentiam magnam testificantur. Atque utinam, ut in primum Euclidis librum industrius esse voluit, sic in reliquos parem industriam cōtinuasset: sed videtur aliis viam laboris indicare voluisse, laboris ipsius parte cōtentus fuisse. Astronomica de sphæra, de astrolabo, de hypothesibus astronomicis in manibus hominum versantur. Tantus igitur mathematicus Proclus fuit. Fuit verò & Proclus alter à Zonara memoratus, qui non solùm Archimedis inventa tenuit, sed ex sese nova quædam attulit. Suis enim machinis apud Byzantium classem hostium delevit: urentia nempe specula ex ære fabricaverat, eaque de muro è regione hostilium navium suspenderat, in quæ cùm solares radii incidissent, ignis deinde fulminis instar erumpens classiarios classemque combussit. Talis geometra fuit & Priscus ille apud Dionem in Severo, de quo in obsidione Byzantii historicus ita loquitur. Inerant nonnullis machinis harpagones, quas emittebant, retrahebantque celeriter. Harum navium atq; machinarum magnam partem Priscus municeps meus fecerat, quam ob caussam postea & reus capitis factus & absolutus est. Nam Severus cognita ejus arte, vetuit ipsum morte mulctari, ejusque opera deinceps, cùm in multis aliis rebus, tum in Atrorum expugnatione est usus. Solæ enim machinæ, quas ille fecerat, non sunt à barbaris exustæ. Severus igitur ob artis excellētiam Prisco pepercit, ut Marcellus Archimedi parci jusserat, sed imperium Severi vivo Prisco salutare atq; honorificum fuit: Archimedi tantùm mortuo Marcelli imperium gloriosum accidit. Lubet verò ad Proclum & Priscum adjungere Diognetum in exemplo non tam arte magno quàm eventu mirabili. Diognetus fuerat Rhodius (ait Vitruvius libri decimi capite vicesimo secundo) architectus, & ei de publico quotannis certa merces pro arte tribuebatur ad honorem. Eo tempore quidam architectus ab Arado, nomine Callias Rhodum cùm venisset, acroasim fecit, exemplumque protulit muri, & supra id machinam in carchesio versatili constituit, qua helepolim ad mœnia accedētem corripuit, & transtulit intra murum. Hoc exemplar Rhodii cùm vidissent, admirati ademerunt Diogneto, quod fuerat ei

quotannis constitutum, & eum honorem ad Calliam transtulerunt. Interea rex Demetrius, qui propter animi pertinaciam Poliorcetes est appellatus, contra Rhodum bellum comparãdo Epimachum Atheniensem nobilem architectum secum adduxit. Is autem comparavit helepolim sumptibus immanibus, industria laboreque summo, cujus altitudo fuerat pedum 125. latitudo pedum 60. ita eam ciliciis & coriis crudis confirmavit, ut posset pati plagam lapidis balista immissi pondo 360. Ipsa autem machina fuerat millia pondo 360. Cùm autem Callias rogaretur à Rhodiis, ut contra eam helepolim machinam pararet, & illam, uti pollicitus erat, transferret intra murum, negavit posse. Non enim omnia eisdem rationibus agi possunt: sed sunt aliqua, quæ exemplaribus non magnis, similiter magna facta habent effectus: alia autem exemplaria non possunt habere, sed per se cõstituuntur. Nonnulla veró sunt, quæ in exemplaribus videntur verisimilia, cùm autem crescere cœperunt, dilabuntur, ut etiam possumus hinc animum advertere. Terebratur terebra foramen semidigitale, digitale, sesquidigitale: si eadem ratione voluerimus palmare facere, non habet explicationem: semipedale autem majusve, ne cogitandum quidem videtur omnino. Sic item quemadmodum in nonnullis parvis exemplaribus factum apparet, in non valde magnis fieri posse videtur, non tamen eodem modo in majoribus id consequi potest. Hæc cùm animadvertissent Rhodii eadem ratione decepti, qui injuriam cum contumelia Diogneto fecerant, posteaquam viderunt hostem pertinaciter infestum, & machinationem ad capiendam urbem comparatam, periculum servitutis metuentes, & nil nisi civitatis vastitatem expectandam, procubuerunt Diognetum rogantes, ut auxiliaretur patriæ. Is primo negavit se facturum: sed posteaquam ingenuæ virgines & ephebi cum sacerdotibus venerunt ad deprecandum, tunc est pollicitus his legibus, uti si eam machinam cepisset, sua esset. His ita constitutis, quá machina accessura erat, ea regione murum pertudit, & jussit omnes publicè & priuatim, quod quisque habuisset aquæ, stercoris, luti, per eam fenestram, per canales effundere ante murum. Cùm ibi magna vis aquæ, luti, stercoris, nocte profusa fuisset, postero die helepolis accedens antequam appropinquaret ad murum, in humida voragine acta consedit, nec progredi, nec regredi postea potuit. Itaque Demetrius cùm vidisset sapientia Diogneti se deceptum esse, cum classe sua discessit. Tunc Rhodii Diogneti solertia liberati bello, publicè gratias egerunt, honoribusque omnibus eum & ornamentis exornaverunt. Diognetus autem eam helepolin reduxit in urbem, & in publico collocavit & inscripsit, Diognetus è manubiis id populo dedit munus. Hæc Vitruvius de helepoli Calliæ & Diogneti: illa geometrici artificii quippiam habuit, hæc potius physici. Quapropter geometria mechanicos in Archyta, Eudoxo, Aristotele, sed mechanicos centimanos & Briareos, imo civitatis patriæq; defensores & propugnatores in Archimede, in Proclo, in Prisco, Diogneto machinata est. At historia hæc infinita fuerit, & Græcos veteres è tertia periodo tantùm mihi proposueram. In Theone itaq; perorandi tempus esto: Euclidis virtutes antea descriptæ sunt. Theon videtur Euclidẽ longissimè

gisſimé ſuperaſſe, & στοιχειώτης ultimus fuiſſe. Etenim mathematica elementa, quæ Euclidi vulgó tribuuntur, videntur Theoni tribuêda. Nec enim ullius propositionis inventio inter Euclidis laudes á Proclo numeratur, ſed demonſtrationum accuratior explicatio. Cujus rei fidem ampliſsimam nactus ſum, comparandis primo Elementorum libro Procli demonſtrationibus cum Theonis qualibet demonſtratione. Proclus ætate major Theonem minorem neque videre, neque noſſe potuit. Proclus floruit proximo poſt Chriſtum ſeculo, Theon fere quarto. Proclus veras Euclidis demonſtrationes habuit, in quibus appellatur Euclides per excellentiam modó στοιχειώτης, modó γεωμέτρης, interdum ſuo nomine Euclides appellatur. Compara igitur Theonis demonſtrationes, quæ modó Theonis nomine leguntur, recognoſces veſtigia quædam euclid earum demonſtrationum. Neque enim Grammatici, Rhetores, Logici, atque artifices omnino novi artem ullam ſic immutare poſſunt, quin plurima communia retineant: Recognoſces, inquã, antiquæ Geometriæ, ſive Hippocraticæ, ſive Leontiæ, ſive Theudiæ, ſive Hermotimeæ, ſive Euclideæ, ſive etiam Heroniæ nonnulla, ſed & plurima immutata comperies, certoque judicio mathematicorum Elementorum demonſtrationes non Euclidis, ſed ut appellantur, Theonis eſſe judicabis. Sed ne qua hac de re dubitatio exiſteret, Theon ipſe ſuas editiones in elementa nominatim citavit in commentariis in 1. lib. conſtructionis magnæ Ptolemæi. Theon igitur eodem jure elementa ſibi vindicabit, quo ſibi Euclides antea vindicaverat. Forma eſt cauſſa, per quam res eſt, id quod eſt: formæ itaque novus author, novus item author eſt eſſentiæ. Hac conditione atque lege quinque vel ſex στοιχειῶται continua ſucceſsione ad ejuſdem hæreditatis poſſeſsionem adierunt, Hippocrati Leo, Leonti Theudius, Theudio Hermotimus, Hermotimo Euclides, Euclidi Hero ſucceſsit atque hæres fuit: ſic modó Theon Euclidi vel Heroni ſuccedito, mathematicam poſſeſsionem cernito, & στοιχειώτης ſextus vel ſeptimus eſto, itaque Theon iſta laude tantó major eſt Euclide, quanto præſtantior antiquis Euclides habitus eſt. Ptolemæum veró videtur longê alio loco Theon, quám Euclidem habuiſſe: & Alexandrinus populari ſuo pietatem neſcio quam præſtitiſſe. Euclidis στοιχείωσιν ſuſtulit: at Ptolemæi Aſtrologiam in aſtris ipſis collocaavit: teſtes ſunt græce publicati doctiſsimi in Ptolemæum commentarii: teſtes aſtronomicæ tabulæ, quæ apud regiam fontis bellaquei bibliothecam cuſtodiuntur: é quibus omnibus planum efficitur Ptolemæum Theoni doctorẽ longé præſtantiorem viſum eſſe. Itaque & Ptolemæus Aſtrologiæ regnum adhuc obtinuit. Euclides nominatur στοιχειώτης, ſed revera ac veritate Theonis στοιχείωσις iſta eſt. Demõſtrationes opticorum Theonis item videntur eſſe, ut in opticis idem Theon præſtiterit, quod in Elementis: Zambertus φαινόμενα ſimiliter ad Theonem authorem refert, & Valla δεδομένα Theonis eſſe ſcribit, ut Euclidi præter inane nomen nihil admodum relinquatur: pleraque etiam alia, ut in Aratum, in Platonis etiam mathematicos locos, Theoni adſcribuntur: Tot tantiſque tamque locupletibus teſtimoniis admirabilis

eruditio

eruditio comprobatur. Theonis igitur ingenio mathesis, mathematica elementa debebit, optica, φαινόμενα, διδόμενα, astrologiæ denique firmamenta vel ornamenta debebit. Quapropter mathematum Græci doctores & authores tot ac tanti à Thalete ad Theonem hunc in modum breviter propositi adscriptique sunt. Spero autem aliquem nostro exemplo excitatum recentiores mathematicos descripturum esse, ab eoque præcipué Frãciscum Flussatem Candallam, genere quidem illustrem principem, sed mathematica gloria universæ Galliæ longe principem celebratum iri. Sed antiquos tantùm mihi proposui. Quorũ excellentes & dissimili genere laudabiles virtutes animadvertimus. Nam si mathematicæ institutionis compositio & conformatio spectetur, στοιχειῶται Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides, Theon principem fructũ laudis ferent, si nobilitas mathematicæ scholæ & amplitudo perpendatur, mathematum authoritas ad Pythagoram, Platonem, Aristotelem pertinebit: si, quod summum est, mathematum non solum scholastica veritas & è libris demonstratio, sed popularis usus atque utilitas æstimetur, Archytas, Eudoxus, Eratosthenes, sed maximé atque altissimé supra omnes unus Archimedes in cælum ferendus erit. Quamobrem si tot talesque mathematici fato aliquo ab inferis in hanc lucem redivivis corporibus excitati pro foribus tuæ basilicæ (Catharina Medicea) adstarent, postularentque ut in auditorio regio perceptis studiis Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ proximus ante Physicam & Politicam mathematis locus esset & honos, neque juventus, nisi mathematis erudita ad Physicam & Politicam admitteretur, moveret opinor, præstantium personarum authoritas, & postulantium dignitas, rem per se justam atque optabilem facilius impetraret. Si ad hanc institutionem operam suam pollicerentur, ecqua animi reverentia audirentur? qua liberalitatis alacritate exciperentur? Dionysius ut prædixi, ignes tota Sicilia incendit Platonis unius adventu: quinam igitur tot Platonibus honores quamque novi exquirerentur? Adsunt veró ac pené oculis corporis cernuntur, audiuntur certé & agnoscuntur. Quamobrem tuæ jam hospitalitatis erit hospites majorum tuorum, hospites regum nostrorum, hospitio tuæ amplitudini consentaneo excipere.

PROOEMII MATHEMATICI LIBRI, *primi, Finis.*

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER SECVNDVS.

RIMUS scholarum mathematicarum liber nobis adhuc fuit de mathematicæ primis inventoribus & authoribus, unde artis dignitas præstantiaque intelligeretur: Sed duæ mathematicis artibus graves adversariæ opponuntur, inutilitas & obscuritas. Hæc siquidem pestifera duplex opinio jampridem per animos hominum pervasit, persuasitque vulgo imperito mathematicas artes inutiles esse: hæc est prima mali labes. Deinde ut utilitatis nonnihil habeant, tamen perobscuras perque difficiles esse: quod malum etiam superiore perniciosius est. Ergo duæ istæ exitiabiles persuasiones ex animis hominum nobis evellendæ sunt, si mathematicas artes populares efficere contendimus: imó veró, si crimine inertiæ liberari volumus. Quoties enim dum Euclidis Elemēta prælegimus, reprehensi sumus à maledicis: quod nostræ professionis aliena, imó veró etiam incognita doceremus? quod in re inutili nimium studii atque operæ poneremus? Denique quod regiæ professionis otio abuteremur? Voces enim quotidianæ ac ferè perpetuæ ejusmodi fuerunt, quæ constantiam nostri studii non philosophiam, sed pertinaciam esse clamarent. Ergo his vocibus satisfiat, & de nostræ professionis fructu respondeatur. Professor eloquentiæ & philosophiæ factus sum, fateor. Mathesis, ajunt reprehensores nostri, philosophicæ professionis aliena est: Certé homines ita judicant, & philosophiam eam solam arbitrantur esse quam didicerūt. At Pythagoras, Plato, Aristoteles philosophiæ physicæ & politicæ principia in mathematicis statuerunt, & bellam istorum philosophorum sapientiam, sine capite, vel potius sine corde esse docuerunt. Cum igitur Henrico primum, deinde Francisco, tum Carolo Regibus profitendæ philosophiæ fidem dedi, truncam principe corporis parte sophisticam ad nostrorum reprehensorum fatuam calumniam nequaquam recepi, sed doctissimorum & omni philosophiæ laude facile principum judicio religionem meæ professionis obligavi. Nihil igitur alienum philosophicæ professionis facio, si via descriptis, usuque legitimo confirmatis Grammatica, Rhetorica, Logica, deinceps ex ordine Arithmeticam & Geometriam persequor, & eum laborem spōte suspicio, quem ne mathematicus quidem professor quisquam ante me in regia cathedra susceperat. Primus enim mathematica Euclidis elementa ab initio ad extremum in regia cathedra prælegi, & alios docui, quod mihi persuaseram, quemadmodū nihil esset grammaticé compositum, quod à Grammatico explicari non posset, sic ratione & logicê nihil esse demonstratum, quod à logico retexi non posset: Denique Maronis sententiam illam veram esse,

—— Labor omnia vincit
Improbus. ——

Sed liber prooemii hujus deinde tertius & ab eo mathematicarū scholarum

reliqui libri, imo veró mathematicarum artium libri de laboris hujus improbitate loquentur amplius. Verúm, inquis, ignota tibi & antea nunquam audita profiteris. At, inquam, prima nobis ætas mathematicis studiis dedita fuit, & quinto abhinc ac vicesimo anno Arithmeticam, sex primos Euclidis libros, sphæram in Mariano gymnasio publicé docui, & extat ex illo etiam tempore latinus Euclides epistola nostra commendatus. Non igitur mihi novam, & antehac inauditam disciplinam profiteor. Sed philosophos nostros simplices ac minimé malos familiariter admonere cupio, quam misere ætatem in sophismatis egerint. Attendant igitur singulares hi doctores, quid hîc respondeam. Aristoteles piscator, auceps, venator, apiarius, arator, in foro orator, rerumpub. gubernator nunquam fuit. Quomodo igitur hominum istorum artes describere potuit? Hîc homines ignari quantum solida logica in explicatione & tractatione artium omnium possit, attoniti obstupescunt, & Aristotelem tot artium scriptorem divinitus, ac nescio quo naturæ miraculo factum arbitrantur. Verúm ista naturæ miracula, logica miracula fuerunt: totaque vis ista, facultatis logicæ fuit: materiæ sibi ab opificibus vel opificum commentariis accumulatæ, genera generumque species secernere: generalia generaliter, specialia specialiter suis locis atque ordinibus distinguere atque explicare. Artem igitur hanc Aristoteles habuit, faciendæ artis artium omnium longé maximam præstantissimamque: cujus imperiti, rerum licet ipsarum peritissimi, tamen artem instituere & componere nequeant. Quamobrem reprehensores nostri mirari desinant, quanam facultate potissimúm confisus, ad mathemata tractandum accedam. Aetatis bona pars, non in mathematis solúm, sed multo magis in logico illo fabricandarum artium instrumento, & poliendo, & acuendo, & modis omnibus exercendo nobis consumpta est. Neque mathematicis artibus illustrius ullum vel utilius argumentum optare potui, in quo Aristoteleam illam logicæ facultatis excellentiam demonstrarem. Quare nec incognita nunc primúm aggredior, neque imparatus, neque inermis, neque rerum, quamvis maximarum difficultatibus animo inferior. Verúm in re inutili, ajunt, nimium operæ ponimus. Hîc mihi venia deprecanda est, quód de re apud eruditos omnes certissima, tamen tanquam Lutetiæ incerta dicere instituam: doctos & ingenuis artibus ornatos mihi faciles & placatos oro, mathematum ignaris, proprioque ignorantiæ odio etiam inimicis respondeo. Mathematicæ artes, inquis, sunt inutiles. Quamobrem, inquam, aut quæ tandem persuasio hominibus mathematicas artes ignavas adeoque inertes esse persuasit? Vetus porró est á voluptuariis præsertim & mollibus philosophis repetita inutilitatis opinio. Aristippus siquidem, ut est 3. metaph. libro, mathematicas artes cavillabatur, quod nullam haberent demonstrationem boni, id est utilitatis, ut Syrianus interpretatur, quod judicium totæ Epicureorum familiæ secutæ sunt. Quin Epicurus ipse cúm illa Platonis & Aristotelis non solúm ornamenta, sed mathemata contemneret, Polyænum familiarem suum Geometriam dedocuit, omnesque liberalibus illis artibus eruditos contumeliosé vexavit, ait Tullius. Atque utinam Aristippi &

Epicuri

Epicuri tantùm illi quondam fuissent, non etiam singulis ætatibus renascerentur. Virgilius Episcopus Salæburgensis in Germania pro concione dixerat antipodas esse. Bonifacius Episcopus Mogontinus homo tam ἀγεωμέτρητος quàm Aristippus, quamque Epicurus, Virgilium crimine impietatis accusavit, quod antipodibus inductis, alius etiam Christus induceretur: judicium defertur ad Utilonem regem Bojorum. Bonifacius à Pontifice Zacharia, cujus nempe legatus esset, literas impetrat ad Utilonem, quibus Virgilius damnatus est. Hæc circa annum Christi 745. contigerunt, ut Aventinus author est in annalibus Bojorum. Neque verò hodie Bonifacii & Utilones vel Aristippi omnino atq; Epicurei desunt, qui mathematicas artes non modò ut inutiles, sed ut impias calumnientur: tantumq; consuetudinis semel inductæ vis per annos plurimos potuit, ut nullus in Scythia vel barbarie ulla tyrannus immaniorem potentiam usurpasse videatur. à tyrannis gravissimæ pestes illæ sunt hominum apud Platonem & Aristotelem, scholis interdicere, publicarum disciplinarum studia prohibere. Temporum verò hominumue ignorantia tyrannis animorum nempe crudelissima hanc eandem calamitatem in Galliæ Academiis peperit mathematicas artes, non illas quidem nominatim accusando, sed prætereundo nullis neq; præmiis neq; honoribus dignando. Itaque cùm vel optimus quisq; civis leges & mores ciuitatis intueri debeat, nec in ulla reipub. parte dignitatem ullam mathematicis propositam videat, ecquid mirum, si juventus patriæ ritum & consuetudinem secuta, mathematicas artes despiciat? ecquid potius non mirandum, si quis animus, supra istam lutulentæ persuasionis fecem elatus virtutem tanquam per se amabilem suoque fructu optabilem colat? Quapropter ea quæstio diligenter consideranda nobis est, consulendi mortales omnes & interrogandi, testesque ad hoc judicium adducendi. Proclus verò licet Elementorum interpres & patronus, tamen hic non magnæ utilitatis interpres & patronus est. Sed tamen audiatur. Quem fructum tandem mathematum profitetur? Duplicem, inquam, facit Elementorum finem, alterum discipuli, alterum disciplinæ gratia. Discipuli caussa finem mathematicæ facit, inchoare discipulum ad Geometriam breviter ac summatim informare, ad reliquas Geometriæ partes agnoscendum. In quo fine constituendo, Proclus valdè factus est immemor immensæ laudis Euclidi attributæ, ubi contenderat Geometriam ab Euclide fuisse absolutam: Hic paulo parcius loquitur: ut Grammaticæ rudimenta pertinent ad reliquum, plenumque Grammaticæ fructum consequendum: sic στοιχειώσεις Euclidis præparat auditorem ad integrum & cæteris partibus expletum & absolutum mathematicæ fructum. Itaque Proclus Arithmeticam & Geometriam in Euclide totam esse non putat. Alterum verò mathematicæ finem singularem Proclus & admirabilem è nescio quorum interpretum opinione constituit in quinque mundanarum figurarum cognitione, tetraedri, cubi, octaedri, icosaedri, dodecaedri: tanquam talium figurarum constitutio, adscriptio inter se & comparatio tanti fuerit, ut mathematicæ tota utilitas, id est finis, constiterit, si hæc paucula teneas,

finemque mathematicæ ſis conſecutus, ſi ſcias illa corpora conſtituere, adſcribere, comparare, quodque plura non ſint ordinata, demonſtrare. Hic enim Pythagoræ & deinde Pythagoreis theologia quædam arcana fuit, tanquam Deus de fabricando & architectando mundo cogitans, Pythagoreorum quinque corporum illorum Geometriam ſibi, velut ideam propoſuerit. Hæc enim Platonis in Timæo theologia eſt. Verùm ſacer ille Geometriæ finis ab Ariſtotele 8. cap. 3. lib. de cælo vehementer exagitatus & labefactatus eſt, longeque gravius Proclus ipſe eſt antea philoſophatus, cùm mathematicas artes popularis utilitatis cauſſa repertas eſſe docuit. Arithmeticam tractandæ mercaturæ, Geometriam dimetiendæ terræ gratia, & á nobis ſuo loco theologia illa pro merito ſuæ divinitatis excoletur. Elementorum mathematicorum finis eſt, ait Proclus, quinque figuras mundanas bene metiri. Ariſtippus videlicet ejuſmodi commentum aliquod audierat, eoque adductus, mathematicas inutiles eſſe judicavit. Et verò ſi nil aliud matheſis præſtatura ſit, Ariſtippus cauſſam obtineto. Verumenim veró Arithmeticæ finis eſt bene numerare, non ſolùm has quinque figuras, ſed omnia omnino quæ quidē numerari poſſunt. Geometriæ finis eſt, ait Proclus, quinque figuras bene metiri: imo vero Geometriæ finis eſt bene metiri non ſolùm quinque figuras, ſed in planis rectilineis triangula, quadrangula, multangula, in obliquilineis circulos, helica, in ſolidis pyramides, priſmata, ſphæras, conos, cylindros, earumque figurarum omnium rationes, proportiones, ſimilitudines, omneſque omnino cujuſcunque magnitudinis affectiones interpretari. Sic ex utroque & numerandi & metiendi fine bona innumerabilia vel ad contemplandum vel ad agendum gignuntur, ut Proclus ipſe Procli illius longé diſsimilis lib. 1. cap. 7. 8. 9. 10. copioſé vel profuſé potius, & quidem é Platonis imprimis authoritate declaravit. Hæc igitur bipartita nobis utilitas proponetur ad contemplandum, ad agendum: contemplandi & omnes deinceps artes phyſicas & politicas percipiendi principia & elementa in mathematicis antea Pythagoras, Plato, Xenocrates, Ariſtoteles poſuêre: Pythagoram igitur, Platonem, Xenocratem Ariſtotelem á calumnia fatuorum idiotarum vindicemus, & doceamus mathematicas artes eſſe principia & elementa phyſicæ & politicæ philoſophiæ: ut principiis ignoratis ſolida naturalium & moralium rerū ſcientia nulla teneatur. Audiatur igitur Plato, & academiam ſuam tueatur. Doceat quamobrem matheſis diſcendi ac cognoſcēdi prima via ſit. Etenim totum hoc mathematicum ex Arithmeticis & Geometricis genus ſenſibus abductū Plato ſuis verbis appellat ἑλκτικὸν, ἀγωγὸν, παρακλητικὸν, ἐνεργητικὸν, μεταστρεπτικὸν νοήσεως, διανοίας, θέας, ἀληθείας, id eſt ejuſmodi, ut alliciat, impellat, excitet, erigat, convertat intelligentiam, ratiocinationem, contemplationem, veritatem: quod quidem eſt & imprimis logicum: Ex omnibus enim artibus matheſis una præcipué veri ſtudioſa præcipueque logica fuit, neque perſonarum quamlibet probabilium, aut probatarum authoritate, ſed argumentorum neceſsitate judicat, cogitque animum in rebus ipſis attentum eſſe, neque ulla unquam ſchola ſeveriorem logicam quàm mathematica tenuit. Ut objectos colores acutê videas, ocu-

deas, oculos corporis apertos & nitidos & conversos esse necesse est: ut igitur intelligibilia comprehendas, mentem excitam motuque rationis erectam, & conversam esse necesse est: mathesis porrò excitat atque erigit, unaque præ cæteris omnibus artibus hominis judicium stabilit & confirmat. Hinc tamen ἀφαίρεσιν phantasticam Pythagorei quidã & Platonici degeneres fabulati sunt, & in Aristotele sunt quidam hac de re loci: Veruntamen contrariis in eodem philosopho locis & valentioribus refutati. Etenim 2, & 3. cap. 13. libri metaphysici, tota ista ἀφαίρεσις vehemẽter labefactatur, efficiturque abstractio communis artium omnium, in quibus generalia tantùm documenta è singularibus exemplis inducta & abstracta proponuntur: Denique abstractio illa mathematica dicitur πλασματίας ὁ λόγος fabulator sermo. Quare cùm mathemata audies à Platone dici ἑλκτικὰ, ἀγωγὰ, παρακλητικὰ, ἐνεργητικὰ, μεταστρεπτικὰ, ab Aristotele ἀφαιρετικὰ, intellige non sophisticam fabulæ nescio cujus umbram, ut mathemata sint in democraticum intermundium nescio quod reclusa, sed logicam mẽtis actionem, qua veritatis demonstratio purius & accuratius consideratur. Itaque Diodorus ille stoicus cæcus Ciceronis præceptor, quod credibile vix esset, sine oculis Geometriæ munus tuebatur, verbis præcipiens discẽtibus unde, quo, quamq; lineam scriberent, ut est 5. Tuscul. Sic Didymus Alexandrinus captus à parva ætate oculis, & ob id grammaticorum elementorum quoq; ignarus tantùm miraculum sui omnibus præbuit, ut Dialecticam quoque & Geometriam, quæ vel maximè visu indiget, usque ad perfectum didicerit, ut Hieronymus in catalogo scriptorum ecclesiasticorum author est: mentis videlicet acrior contemplatio in corporibus illis cæcis viguit: quoque sensu oculorum minus poterant, eo vehementius animo nitebantur. Neq; verò iam disputo mathematis tanquam horologiis sonitu & tintinabulo mane nos è somno excitari, nihil præterea juvari: sed affirmo tanquam clarissimo lumine oculos mẽtis agi convertique, atque apertos, ad omnia videndum & intelligendum illustrari. Quapropter in Timæo mathematica appellatur κατὰ παίδευσιν ὁδὸς ad eruditionem via, ut qui mathematicam didicerit, possit reliquas omnes artes facile perdiscere. Illud pythagoreum videlicet παιδευτικὸν à Platone significatur, & æmulatio pythagorea proditur. Infimum ordinem gymnasii Pythagoras mathematicorum fecit, & παιδευτικὸν nominavit. Sic Platoni mathesis ὁδὸς κατὰ παίδευσιν modo statuitur. Sed de Arithmeticis illud est in Rep. Platonis eximium. Quid verò, ait Socrates, nũquam animadvertisti, qui natura Arithmetici sunt, eos ad omnes artes percipiendum perspicaces & acutos esse? Ac si tardi & hebetes in hoc studio erudiantur & exerceantur, si nihil aliud adjuventur: attamen confessione omnium, promptiores & acutiores fieri? Quid multa? Plato in Epinomide Arithmeticis artibus tantum tribuit, ut statuat hominem ejus facultatis imperitum ἀνοητότατον καὶ ἀφρονέστατον, insipientissimum & amentissimum esse. Hæc tanta laus Arithmeticæ ab hoc philosopho tribuitur, par etiam & eadem Geometriæ tribuitur: Quin ad Geometriã illa ἑλκτικὰ, ἀγωγὰ præcipue referũtur, & voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis, Archimedis, Persei non Arithmeticæ, sed Geometriæ fuerunt.

tunt. Itaque á Platone clariſsima quædam ex utraque arte lux ingenii proponitur. His mathematis ſingulis, ait Socrates, inſtrumentum quoddam animæ cæterarum alioqui diſciplinarum ſtudiis corruptum & occæcatum, tum expurgatur, tum recreatur, quod diligentius & accuratius ſervandum ſit, quam decem oculorum millia. Hyperbole Platonica, inquies. Sané, & tamen vera. Nec enim Argus ille qui fingitur á poëtis decem corporeorum oculorum millibus tam acuté tamq; laté unquam cerneret, quám his duobus Arithmeticæ & Geometriæ luminibus cernitur. Quæ cúm ita ſint, iſtos mathematicæ philoſophiæ oculos liceát in reliquas omnes conſequentes artes convertere, & ab iis profectas utilitates intueri. Etenim muſica in ſonis & concentibus eorumque intervallis & ſyſtematis, generibus & formis, in auditu Arithmetica eſt: Ideoq; Ptolemæus in muſicis 2.c.1.l. vocat numeros τὰς εἰκόνας τῶν λόγων. & 3.c. figuris organorum magnam vim tribuit ad differentias ſonorum, quam geometricam in ſonis cauſſam Ariſtoteles in libello de audibilibus ante propoſuerat. Optica veró in viſu, nil niſi geometria eſt in luce, umbra, colore, viſus ipſius natura & facultate, veritate, hallucinatione, é ſitu, motu, numero, quantitate, figura, ſeu viſus ipſe rectus ſit, ſeu ſpeculorum reflexione, ſeu diverſorum denſitate & raritate mediorum refractione: unde pictoribus non ſolúm lumen & umbra, ſed medius inter utrunque ſplendor, qui propterea tonus appellatur: & á tranſitu commiſſuraque colorum armoge, cæteraque artificibus iſtis nota optica: duoque ut Ptolemæus in muſica loquitur, nobiliſsimi in homine ſenſus aurium & oculorum λογικώτατοι ſine mathematis nil certo conſtantique judicio ſentirent. Tum veró quantum phyſicis rebus mathematica luminis adferat, Timæus Platonis, & Phyſica Ariſtotelis maximo argumento ſunt. In Timæo Platonis deus mundi animam rationibus Arithmeticis & proportionibus componit: deinde corpus geometricis figuris architectatur. Phyſica itaque Platonis é numeris & lineamentis Arithmetica & geometrica id eſt, mathematica eſt neque ἀγεωμετρήτοις cognobilis. Ariſtotelis veró tota de motu & quiete, de tempore cæloque, de animalium ortu, progreſſu, hiſtoria, totaque omnino phyſica non ſolúm exemplis, ſed fundamentis mathematica eſt. Quid ergo? Ariſtippus phyſicam Ariſtotelis profiteatur? quid libro primo de tetragoniſmo, ſecundo de duobus rectis in triangulo: tertio de compoſitis gnomonibus, reliquis de infinitate magnitudinis: quid deinceps in libris de cælo, quod διάμετρος, ἀσύμμετρος: quid cætera illa de triangulis & pyramide, de ſphæra octo pyramidibus compoſita reſpondebit? quid in meteoris dicet de iride? Certé deridebit & contemnet, & pueris iſta facilia eſſe dicet. Fabula enim hujus argumenti nunc nuper eſt acta. Inciderat quidam Ariſtippus in iſtos Ariſtotelis locos, & diametrum aſymmetrum dixit eſſe quadrati dimenſionem, & alia neſcio quæ ejuſdem ignorantiæ: de quibus cúm moneretur á diſcipulis, reſpondit ſe Gorgiam non eſſe, ut ex tempore de omni poſita quæſtione reſponderet: atque ita tanquam non de manifeſta ignorantia argueretur, ſed de duplicandi cubi problemate urgeretur, modeſtos di-

stos discipulos impudentia delusit. Sed inustam Aristotelcæ philosophiæ talem maculam Aristoteles ipse eluet ac delebit: & mathematicam futuro physico necessariam esse evidentissimé demonstrabit. Etenim physica tota maximam partem occupatur in quiete motuque rerum naturalium: unde igitur quietis motusque naturalia elementa caussæ, instrumenta ab Aristotele repetuntur? Aristoteli certe in mechanicis nil promptius uteriusque quicquam fuit, quám omnis motus quietisque & naturalis & contra naturam caussam é Geometria repetere. Lubet igitur ab Aristotele elegantissimam de geometrico quietis & motus organo philosophiam proponere, ut bardum nescio quod sine mathesi, philosophastrorum pecus é lethargo suo exuscitem. Adesdum igitur Aristippe & philosophiam tibi ignotam & inauditam percipe. Aequalitas, inquit mathematicus physicus, quietis caussa est: angulus autem rectus est æqualitatis, & statum facit. Axioma veró valde magnum in tota rerum natura atque animadvertendum. Quiescunt omnia ad rectos angulos. Ecquid mirum? hoc enim imperium dei atque numen Geometricum est, quo terra medio mundi loco ordinata conquiescit, ideoque cubico octonûm rectorum solido á Pythagoreis comparata. Hoc, inquam, effatum est rerum, infra cujus æquabilitatem & perfectionem angulus acutus est, suprá veró obtusus. Itaque cum jacemus humi aut in lectulo decumbimus paralleli plano horizontis, aut eidem congruentes, tum pedibus & capitibus angulos rectos facimus. Cúm sedemus in hemicyclo, vel thoro aliquo rectis tibiis & femoribus, cruribus rursus rectum angulum facimus. Quies igitur fit angulis rectis, status etiam fit angulis rectis: sic plantæ, arbores, animantes statum suum tuentur. Nam si inclinatio vel declinatio ulla accidit, anguli obliqui ruinæ protinus motum aliquem minitantur. Ergo quies, ergo sessio, ergo status fit angulis rectis. At quoniam quies fit parallelis plano terræ corporibus, status autem perpendicularibus, attende quamnam hic Geometriam natura machinetur, & quomodo é parallelismo perpendiculum moliatur. Jaces angulis rectis, ut surgas, & corpore erecto perpendicularis horizonti fias, Geometriam á natura tibi traditam meditere. Quatuor acutos efficies utroque brachio & latere, thorace & cruribus, femoribus & tibiis: Hos, inquam, angulos sic acues. Ambulatio deinde progressusque obtusis tibiarum femorumque angulis efficietur. Quibus positis efficitur quod quiescimus, quod sedemus, quod surgimus, quod stamus, quod ambulamus & progredimur, Geometriæ usum esse. Sed ab eodem philosopho aureas istas in physicis motibus meditationes pauló plenius meditemur, ut ἀγεωμέτρητοι Aristoteleoli Aristotele judice physicam sine mathematica nullam esse fateantur & erubescant. Unum circulum hic pro figuris omnibus ad quæstionis demonstrationem figurabo. Geometriæ nempe miracula é rotundis figuris præcipua sunt, circulusque miraculorum omnium meritó principium

& mira-

& miraculum primum ab Aristotele statuitur. Caussæ mirabiles (ait) effectus etiam mirabiles habent. At circuli essentia ipsa tam mirabilis est, ut contra naturæ leges recondita quadam & arcana Geometriæ subtilitate ficta esse videatur. Etenim fit é recto, quamvis obliquus sit, fit é quieto simul & moto: Deinde convexum in eo est & concavum, sed illa, quamvis contraria pugnantiaque, tamen sunt minora. Motus simplex in eo nullus est, sed idem ante, pone, sursum, deorsum: imo pro infinitis in eodem radio punctis omnibus velocitatis & tarditatis differentiis simul agitur: & quod maximé omnium ipse admiratus sum, idem circuli motus tot repugnantiis conflati naturalis est secundum peripheriam in obliquum, & violentus secundum diametrum, quo retrahitur in centrum. Itaq; retractionis repulsionisque motus in minore radio major est, dum peripheriæ æquales permeantur. Secus naturales violentique motus peripheriis sunt proportionales. Hæc, inquam, rotundæ figuræ mysteria sunt. Contraria simul esse non possunt. Axioma logicum est. Circulus tamen totus contrariis qualitatibus & affectionibus inter se discrepantibus formatus & figuratus videtur. Quapropter rotundum cum sit ea natura præditum, effectus etiam plané mirificos habet, in templis etiam ad majorem deorum venerationem quondam imperito populo propositos. Quies veró, sessio, status hic nihil expectetur: motus, motus inquam, totus ex hac figura est. Rotundum igitur mobilissimum est omnium mobilium, atque ad celeritatẽ motus promptissimum. Quid ita? Acutus angulus velocitatis artifex antea fuit. At in rotundo subjectum planum tangente, angulus quovis acuto rectilineo minor acutiorque efficitur, & á subjecto protinus é uestigio recurrit, ideoque nil asperitatis habet, nil offensionis, quo velocitas motus impediatur. Quid vis? Rotundum stare loco nescit, nutat vel micat potius omnes in partes dimidio sui usquequaque velut inclinatum. Itaque levissimo momento huc vel illuc impellitur: Quin, ut quorundam opinio fuit, suapte figura asidué volvitur, moveturque ingeniti á natura motus etiam cum violento copulati entelechia sempiterna. Rotundum veró etiam quietis caussam esse, sed globo infimo & tanquam immobili centro in concentricos superiores globos incluso. Naso philosophatur, & caussam terrestris quietis istam 6. Fast. versibus eleganter exprimit. hanc igitur á poëta geometriam attendamus

Terra pilæ similis nullo fulcimine nixa
Aëre subjecto tam grave pendet onus.
Ipsa volubilitas libratum sustinet orbem,
Quique premat partes, angulus omnis abest.
Cumque sit in media rerum regione locata
Et tangat nullum plusve, minusve latus:
Ni convexa foret, parti vicinior esset,
Nec medium terræ mundus haberet onus.
Arte syracusia suspensus in aëre clauso
Stat globus immensi parva figura poli.

Et quan-

Et quantum á summis tantum secesßit ab imis
Terra, quod ut fiat forma rotunda facit.

Ut igitur naturalis forma principium motus & quietis, sic geometria instrumentum motus & quietis præstabit, sine quo, ut natura ipsa rerum nil efficit, ita philosophus in naturæ operibus nihil intelligit. Ehodum Aristippe mathematicis illis luminibus orbate, quid plus in physicorum philosophorum schola, quam Polyphemus ab Ulysse occæcatus in spelunca videris? Enimveró quid Astrologia tota, quid aliud est quam arithmetica numeratio motuũ cælestium, quam Geometrica globorum cælestium & stellarum, secundum longitudinis, latitudinis, altitudinis spatia figuratio & dimensio? Astrologia omnium liberalium disciplinarum una maximé involuta est, & gravissimis hypothesium impedimentis obsessa, á quibus per elementa logicæ imprimis, deinde Arithmeticæ & Geometriæ diligenter exculta liberari vindicarique possit. Etenim si de disciplinis omnibus aliis conscripti libri funditus interiissent, tamen protinus ab innumerabilibus Grammaticis, Rhetoribus, Logicis & cæteris artificibus artes illæ restituerentur. Si astrologiæ libri omnes essent casu aliquo ignis, quod Ægyptiæ bibliothecæ contigit, exusti, quæro non quotusquisque, sed quis aut cujas astrologus Astrologiam excitaret? Caussam veró laboris in cælestem disciplinam infiniti hypotheses attulêre: commenti genus in cæteris artibus insolens atque inauditum. Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ, Arithmeticæ, Geometriæ, atque omnino præter astrologiam, cujusvis disciplinæ principia sunt experientiæ & observationes primæ in generalia & universalia documenta á logicis artificibus collectæ & inductæ: quarum caussa nulla alia quæritur, sed ipsæ pro cæterorum deinde fundamentis ponuntur. Astrologia veró jam inde ex Aristotelis ætate vel potius mẽte primis observationibus & experimentis non contenta, caussas illis principiis antiquiores exquisivit, quæ cursus, recursus, stationes, tarditates, velocitates efficeret. Hæc nempe hypothesium est origo. Tum enim Eudoxus Gnidius primus hypotheses revolventium orbium reperit, quas cum Callippo Aristoteles correxit & emendavit: neque spheras illas in cælo commentitias putavit, sed naturales & veras judicavit: imó tanquam divina corpora coluit: hinc dii numero quinquaginta quinque duodecimo philosophiæ libro consecrati. Hanc tamẽ Aristotelis Theologiam Pythagorei non ita multo póst valde ridiculam fecerunt, cum tot orbium concentricis diis profanatis & é cælesti templo exturbatis epicyclos & eccentricos orbes induxerũt, nec postea tertio quoque vel quarto seculo hypotheses novandi modus fuit, ut ætate quoque nostra Copernicus, astrologus non antiquis solúm comparandus, sed in astrologia prorsus admirandus, tota antiquitate hypothesium rejecta, hypotheses non illas quidem novas, sed tamen admirabiles revocavit, quæ astrologiam non ex astrorum, sed ex terræ motu demonstrarent. Veruntamen Astrologi & veteres & novi centuriis tabularum ad hypotheses compositis Astrologiam perinde oppresserunt. Enimveró satis cõstat é Proclo in Timæum Platonis, & é Græcis Aristotelis interpretibus Astrologiam veterem Babylo-

niorum, Aegyptiorum, Græcorum etiam ante Eudoxum sine hypothesibus fuisse, & ab ea cælestium corporum motus numeratos ac prædictas eclipses esse, ut obijci non posʃit hypotheses ideo necesʃitate ulla inventas aut retentas esse, quia sine his cælestium motuum calculus haberi non posset, cùm tot secula habitus sit: neque artificii cujusquam logica hic prætexenda, cùm hypotheses contra logicas omnes construendæ artis leges, sint inventæ. Commentum igitur hypothesium absurdum est: sed tamen commentum in Eudoxo, Aristotele, Callippo simplicius, qui veras hypotheses arbitrati sunt: imó tanquam deos ἀναστρων orbium sunt venerati. At in posteris fabula est longé absurdisʃima, naturalium rerum veritatem per falsas caussas demonstrare. Quapropter logica primùm, ut dixi, deinde mathematica Arithmeticæ & Geometriæ elementa ad amplisʃimæ artis puritatem & dignitatem constituendam adjumenti plurimùm conferent. Atque utinam Copernicus in istam Astrologiæ absque hypothesibus constituendæ cogitationem potius incubuisset, longé enim facilius ei fuisset astrologiam astrorum suorum veritati respondentem describere, quam gigantei cujusdam laboris instar terram movere, ut ad terræ motum quietas stellas specularemur. Quin potius é tot nobilibus Germaniæ scholis exoriare philosophus idem & mathematicus aliquis, qui positam in medio sempiternæ laudis palmam assequare. Ac si quis caducæ utilitatis fructus tantæ virtutis præmio proponi posʃit, regiam Lutetiæ profesʃionem præmium conformatæ absque hypothesibus astrologiæ tibi spondebo: sponsionem hanc equidem libentisʃime vel nostræ profesʃionis cesʃione præstabo. Quapropter, ut cœpi dicere, his arithmeticis & geometricis oculis cælum suspiciendum nobis est: Vereque Pythagoras, veré Plato, veré Aristoteles mathemata physicis disciplinis elementa præire voluerunt. Imo voluit Hippocrates, voluit Galenus: Etenim quid Thessalo filio Hippocrates præcipit? nempe ut Arithmeticam & Geometriam non solum ad splendorem vitæ, sed ad medicinæ usum studiose perdiscat: Arithmeticam quidem ad morborum intensiones, remisʃiones, periodos, mutationes, judicia: Geometriam veró ad osʃium situm, ordinem, luxationem, repositionem, contritorum refectionem, compositionem, exemptionem, affectionem denique omnem atque curationem. Quid Galenus? eadem quæ Hippocrates præcipit, & quidem Hippocratis exemplo. Athletæ (ait) plerique omnes in gymnicis ludis coronam expetunt: consequendi tamen studium nullum adhibent: Ita medici plerique Hippocratem mirifice extollunt: omnia tamen potius efficiunt, quám ut Hippocratis similes esse videantur. Hippocrates & Geometriam & Astronomiam summo ad medicinam adjumento censet esse: at ii invehuntur in earum artium studiosos: tantum abest ut sibi capessendas & cognoscendas arbitrentur. O' præstantisʃime Galene, antea te, propter eximias ingenii dotes diligebam: nunc veró etiam amo coloꝙ, qui anno ante sesquimillesimo videaris P. Rami gratia adversus medicos mathematum calumniatores tam nobilem sententiam dixisse. Sed perge. In Politicis vel Ethicis quam necessaria

ſaria mathematum ſit intelligentia, non ſolúm Platonis & Ariſtotelis philoſophia ampliſsimé declarat, in qua bonarum actionum atque adminiſtrationum partes ratione, proportione, ſymmetria definiuntur. Et quidem Platonis politia mathematicum lectorem uſqueadeo requirit, ut Philippus Mendæus, ut Theon etiam ſive Alexandrinus, ſive Smyrnæus, ut quidam arbitrantur, libro ad eam rem ſeparato mathematicos Platonicæ philoſophiæ locos interpretandos ſibi propoſuerint. Ariſtotelis autem de principe virtutum juſtitia in Ethicis liber mathematicus omnino eſt. Sed miſſam facio veterem illam philoſophiam: ad noſtram potius convertor. Romanæ leges quot locis ac partibus numerorum ſubtilitates, lineamentorum γραμμικὰς ἀποδείξεις requirunt? Extant Buteonis eruditi mathematici lucubrationes de fluviaticis inſulis, de dividendo fructu arboris in confinio, & pleraque ejuſmodi, quibus aperté & perſpicué hæc utilitas mathematica, imo neceſsitas ad jus ciuile intelligendum demonſtratur. Neque veró ad agendum & exequendum dico, id enim erit poſtea, ſed ad intelligendum & cognoſcendum, quæ legibus ipſis ſanciuntur. Theologia paganorum mathematicis velamentis tota involuta eſt: Chriſtianam theologiam potius intueor & conſidero, in qua Deus creat omnia in numero, menſura, pondere; id eſt, ad regulam arithmeticam, geometricam, iſorropicam. Impiæ opiniones ex arca Noei exortæ ſunt propter ignorationem Geometriæ: Itaque Buteo locum illum erudité expedivit. Itaque ad doctrniam Chriſtianam recté & ex ordine percipiendam, Auguſtinus ſummus doctor non modó literas latinas, græcas, hebraïcas, ſed artes uno nomine omnes ingenuas, neceſſarias profitetur, & libris quatuor in hoc argumento conſumptis ad eas cohortatur. Enimveró, ſi quis deliacum illud duplicandi cubi oraculum verum fuiſſe arbitretur, deos gentium credat etiam mathematicæ gloriæ cupidos fuiſſe, deoſque hominibus mathematicos videri voluiſſe: At jam potius attendat & animadvertat quæ verus, verus, inquam deus ad Iobum hominem divinum voce divina ac cæleſti profatur, Ubi eras (ait) cum fundarem terram? indica ſi noſti intelligentiam. Quis poſuit menſuras ejus ſi ſcias? aut quis extendit ſuper eam, regulam? Super quid baſes eius defixę ſunt? aut quis projecit lapidem anguli eius? cum proclamarent ſimul ſtellæ matutinæ & jubilarent omnes filii dei? & quis obtexit valuis mare? cúm erumperet ipſum, cum é matrice egrederetur? cúm ponerem molem veſtimentum ejus & nebulam faciem ejus? Et fregi ſuper illud, decretum meum, & poſui vectem & valvas: & dixi, hucuſq; venies neque ultra tranſgredieris, & hic pones elationem fluctuum tuorum. An á diebus tuis præcepiſtí mane, indicaſti auroræ locum ſuum ut apprehenderet alas terræ? Deinde ibidem, Conſideraſti uſque ad latitudinem terræ? indica, ſi noſti, eam totam. Quænam via ſit, in qua habitet lux & tenebræ, quiſnam locus earum? ut accipias illud ad limitem ſuum, & ut intelligas ſemitas domus ejus? Item ibidẽ, Quæ via qua dividatur lux? diſpergat Eurum ſuper terram? Item num ligabis delitias

plejadum? aut attractiones Orionis solues? Num educes arcturum tempore suo & bootem cum filiis suis adduces eos? An nosti statuta cælorum? An pones dominium ejus in terra? hæc inquam, mathematica non mortalis hominis problemata, sed æterni atque omnipotentis dei oracula suspiciat & admiretur, qui cacodæmonem Apollinem mathematicum prius suspiciebat atque admirabatur. Suspiciat (inquam) admiretur ex ore præpotentis dei oracula geometrica de fabrica mundi terræque basibus & situ, de valuis & vectibus vinculisque maris & terræ. Oracula optica de loco lucis & tenebrarum, oracula astrologica de plejadibus, Orione, arcturo, boote, de cœli imperio in terras ac dominatu: oracula geographica de terræ mensura & latitudine. hæc, inquam, oracula mathematica vel theologus quamlibet judicio suo præstans, meditetur: Et si forte mathematicis luminibus orbatus erit, ut sunt omnes Bonifacii mathematum non ignari modó, sed osores, in mathematicam scholam lumen accensum veniat, ut gloriam deo clariorem & puriorem tribuat, attentiusque auscultet quæ quotidie laudes in templis deo concinantur. Cæli enarrant gloriam dei: Stellas á stellis claritate differre: totam denique in Ezechiele sanctæ civitatis mathematicam meditetur, quæ absque mathematicis oculis perspicué cerni non possunt: tumque desinet quisquis theologus hic futurus sit, mathematicas ut inutiles, vel etiam ut impias calumniari, Platonisque ἀκρόαμα verum judicabit, τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, quia numero, ratione, mensura universitatem & constituit & gubernat, ut Plutarchus in octavo symposiaco eleganter interpretatur. Quamobrem Pythagoras, Plato, Aristoteles scholarum suarum disciplinam recte atque ex ordine institutam fuisse æquis & attentis judicibus probabunt, jureque optimo mathemata physicis ac politicis præponenda vindicabunt, & á philosophiæ cathedris ἀγεωμετρήτους arcendos esse persuadebunt. Platoque imprimis ἀκρόαμα illud suum obtinebit, duo mathematica Arithmeticæ & Geometriæ lumina plusquam decem oculorum millia conferre ad res physicas & politicas contemplandum, ad res innumerabiles considerandum. Quid plura? Venienti in Academiam Aristippo occlamitabit: οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Adhuc prima pars institutæ quæstionis fuit, quod mathematica valeat ad reliquas artes physicas & politicas intelligendum & perdiscendũ: quam utlibet Aristippus acceperit, secundam partem sat scio gravius & ægrius feret. Itaque contra secundam utilitatem mathematum objectio illi promptior est: mathemata ad agendum nil conferre: imo mathematum nullum finem esse. Ausus enim est, quid autem est quod indoctus adversus doctrinam non audeat? ausus inquam est, palám audiente Academia Parisiensi dicere mathematicarum artium nullum finem esse, neque popularem ullam utilitatem hinc expectandam esse: imo veró ausus est etiam calumniam tam insanam atque amentem publicare. Quapropter tali temeritati est obsistendum: & tamen maledictum in mathematicas artes jam olim etiam jactatum. Etenim videtur utilior singularis experientia, tractatioque & actio rerum, quám generalis demonstratio & universalis contemplatio. Itaque logistica, arithmeticæ: geodæsia geo-

metriæ:

metriæ: nautica astrologiæ præstare existimantur: Neque enim dives quisquam efficitur contemplatione divitiarum, sed usu: neque beatus cognitione beatitudinis, sed fructu. Hæc igitur Aristippo atque Aristippum sequenti Epicuro calumniæ suæ species fuerit. Mathesis ut nonnihil valeat ad ingenium acuendum, ad agendum nihil prodest. Atque hæc vulgaris opinio, quod mathematicæ nullam utilitatem ferant, apud Quintil. lib. 1. cap. 10. proponitur nomine Geometriæ, qua numeros & formas comprehendit. In Geometria (ait) partem fatentur esse utilem teneris ætatibus: Agitari namque animos atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut cæteras artes, cùm perceptæ sunt, sed cum discatur, existimant. Hæc Quintilianus cum Aristippo cumq; Epicuro, imo vero, ut alicui videatur, cū Platone illo ante jam á nobis objurgato consentiens. Sic enim Platonem mathematicis contemplationibus delectatum diximus, ut usum vulgarem & popularem contemneret, Archytamque & Eudoxum velut opere atq; opificio mathematico commaculari & coinquinari crederet. Tametsi Platonis & hujus Aristippi magna differentia est: Plato enim popularem mathematum usum singularem potius, ac divinum esse intelligebat: sed moleste ferebat imperitis opificibus communicari: at Aristippus nullum omnino mathematum usum esse calumniatur: Aristippi, inquam, mathematica ignorantia longe dissimilis est platonicæ illius zelotypiæ. Mathematici etiam quidam scriptores auxere hanc mathematum infamiam, qui contemplationum & demonstrationum illecebris capti, usum omnem incredibiliter aspernātur, mathematicumque subjectum in phantasticis & ab omni sensu abstractis mathematis constituunt: Et velut, ut antea dixi, in Democriti aliquod intermundium reconditis. Hinc Pythagoreum in Proclo symbolum, σχῆμα καὶ βῆμα, ἀλλ' οὐ σχῆμα καὶ τριόβολον, figura & gradus, non autem figura & triobolum: tanquam Geometriæ quodlibet theorema ad Platonis μεταστροφὴν referēdum sit, non ad ullum popularē usum. Sic Pythagorei musicam ratione tantùm metiebantur, spreto auditus sensu atque judicio: in eoque á Ptolemæo reprehenduntur. Mathesis igitur istorum mathematicorum judicio referenda ad res physicas & politicas intelligendum & judicandum: ab actione autem & machinatione prorsus amovenda: Deniq; mathesis terra parens quædam est, quæ largiatur hominibus sua sponte munera plurima metallorum & frugum: auro tamen contemplationum suarum mathematici tantum delectantur, vilia popularis usus legumina despiciūt: Pythæ nobis videlicet erūt. Pythes enim (ut est apud Polyænū libro octavo) aureis fodinis inventis totā Pythopolim auro inquirendo, fodiendo, purgādo, cæteris operibus intermissis penitus occupabat: quo tempore cessabat agricultura, & reliqua ad vitæ cultum necessaria opificia. Quod cùm grave civibus esset, mulieres uxorem Pythæ adierunt, oraruntque ut apud virum ea de re ageret. Quas cùm bono animo esse jussisset, metallicis imperavit, ut cibos, pisces, bellaria, opsonia omnia ex auro facerent. Pythes peregre domum reversus cœnam petit: uxor auream ei mensam apponit, in qua nihil edulii inerat, sed omnia facta ex auro eduliis simillima.

Pythes collaudata artis imitatione postulabat, quod esset: illa subinde alia atque alia ejusdem generis offert. Itaque indignanti marito & famelicum se diceti respondet, At tu agriculturam & reliqua vitæ mechanica subsidia sustulisti, aurumque duntaxat fodere jussisti: quod hominibus inutile sit futurum, nisi plantæ & semina & reliqui terræ fructus excolantur. Hac igitur uxoris prudentia Pythes stultitiam suam edoctus agriculturam & opificia reliqua permisit. Parabolam subtilius non interpreter, succensuimus hac de re antea Platoni, & ambitionem pontificum, theologorum, philosophorum communem proposuimus: Et res est ante oculos: artium omnino liberalium omnium contemplationes quidem ipsas ingenuas vereque aureas esse, sed usus tamen necessarios: eorumque gratia contemplationes istas inventas esse. Itaque spero mathematicos nostros aureis demonstrationum suarum contemplationibus tantopere delectatos Pythen secuturos esse, usumque mathematum permissuros. At Aristippus hîc resistit, & mathesin ad agendum prorsus inutilem esse contendit. Verumenimverò ista mihi placet objectio, & eò me ducit quò spontè properabam. Flavius fastos populo exhibuit & cornicum oculos confixit, gratiamque summam est consecutus: hanc igitur gratiam nobis proponamus: & quidem tantò pleniorem, quantò majus in medium prolati Geometrici usus beneficium fuerit. Statui mathematicam non solùm ad philosophandum in physica & politica, sed ad agendum, & quidvis domi militiæque fabricandum pertinere. Quapropter quod in Parisiensi foro hac de caussa attigimus, in orbis terrarum theatro apud omnes omnium gentium præsides judicesque, alacrius est agendum, contendendum, perorandum. Itaque arithmeticas actiones & geometricas illic expositas repetamus ac separemus, pleniusque & copiosius exponamus: & arithmeticas prius expendamus. Mittamus Romanæ juventutis institutionem illam in numeris primam apud Horatium,

Romani pueri longis rationibus assem
Discunt in partes centum diducere, dicat
Filius Albini, si de quincunce remota est
Uncia, quid superest? poteras dixisse, triens. ò
Rem poteras servare tuam: Redit uncia, quid fit?
Semis. ——

Romam, inquam & antiquitatem omnem missam faciamus, & pro urbibus omnibus Lutetiam unam urbium omnium longè maximam & opulentissimam urbem circumspiciamus, & mathematicæ utilitatis testem producamus. Dionysiaca via est urbis illa regalis ditissimis mercatoribus frequentissima. Hoc hominum genus non modò cum provinciis amplissimi regni omnibus, sed cum mercatoribus Italis, Hispanis, Germanis, Flandris, Britannis quotidiana commercia exercet, varietate magna prorsus & dissimilitudine numismatum, ponderum, mensurarum. Interroga igitur quanam arte freti difficultates istas

tates istas explicent: reperies Arithmeticæ primas & summas subtilitates in commutationibus & comparationibus illis adhiberi & exerceri, mercaturamque totam Arithmeticam esse, quo in genere trapesitarum nummatio, gazaque penitus occupatur. Progredere verò à regali illa via Palatium versus, occurret pons aurificum non tam tignis & trabibus solidus, quam auri atque argenti pondere gravis: Interroga alterum hoc divitum hominum genus, qua scientia aurum cum argento, utrumque cum ære metallove alio misceant ac temperent, aut jam mistum ac temperatum explorent ac separent: Archimedis discipulos in coronis aureis esse dices: sic alligationis proportio ab illis subtiliter & acutè tractatur. Jam propius in ipsam Palatii arcem ascendito, & honoratum illud fortunatumque regiarum rationum collegium considerato, curiæque abacos & calculos introspicito, nil nisi Arithmeticam quandam in toto illo splendore, nil nisi Arithmeticos magistros recognosces. Verùm si in regis ærarium penitus introieris, in eoque divisores, quæstores, judices attentè animadverteris, in constituendis per provincias æqua ratione vectigalibus, in colligendis & comparandis, in æstimandis generibus rationum omnium & dijudicandis, mirabere Arithmeticæ artificio tantas utilitates & commoditates in hominum vita comprehendi. Quid vis amplius? Ingredere in illud inauratum supremæ curiæ templum, regali quadam majestate suspiciendum & admirandum. Hîc orator, dicet Quintilianus, indoctus judicatur non si tantùm circa summas trepidat, sed saltem si incerto & indecoro digitorum gestu à computatione dissentit. Oratorem mitto: communem judici cum oratore caussam potius disputabo. Quid in isto solio judex sine proportione, modò arithmetica numeri, modò geometrica dignitatis efficiet? hoc enim examine lanx utraque justitiæ in æquamento & libramento partium tanquam radiorum æqualium & æquitate juris æquiponderantium conquiescit. Quid in controversiis herciscundæ familiæ, dirimendi lucri, damni, consimiliumque litium, ubi partes sæpe toto dividuo sunt majores? Quid, inquam, in hisce judiciis, judex sine aurea compositæ proportionis regula judicet? Si exactam verborum scripturam potius quàm sententiæ analogiam sequatur, quàm è summo quod putabit, jure summam injuriam faciet? Ergo in summo civitatis gradu arithmetica velut regina quædam erit non modò extremi juris magistra, sed æqui bonique arbitra: Quot igitur in una urbe arithmeticæ utilitates animadvertimus, tot in omnibus urbibus, in omnibus hominum societatibus verissimum sit intelligere. Neq; verò pacatis & civilibus negotiis expediendis arithmetica finem usumq; suum duntaxat ostendet, sed in gerendis bellis magnā sibi partem assumet. Platonē igitur hîc attendamus quanvis utilitatis hujus argumēto aliàs infensum: sed Platonem quidē jam popularem planè factū complectamur: deq; Platone idē quod de Aristotele sæpe alias sentiamus, in utriusq; philosophi libris varias de variis rebus ac discrepantes sententias deprehendi: neque Platonem semper Platonem, neque Aristotelem semper Aristotelem esse. Plato igitur verus, & Platonico spiritu animatus audiatur. Quid igitur Plato, quamobrem bellicis

acies. Enimveró instruere aciem simplicem, duplicem, triplicem, quadruplicem, huic hostium, vel illi numero opponere arithmetica militia est. Itaque, ait idem Plato, perridiculum ducē Agamemnonem Palamedes in tragœdijs effecit, cúm & numerum à se inventum & acies ordinatas, navesq; & reliqua omnia ad Trojam numerata esse gloriatur, tanquam Agamemnon numeri ignarus, ignoraret etiam quot pedes haberet. Sic Aelianus numerum parem pariter parem militiæ gratia excogitatum esse dicit ad commodê mutandas acies. Sed ratio & proportio in bellicis rebus mirificas vires habet. Polybij libro nono quæstio est, mathesin imperatori imprimis esse necessariam: Scalas rex Philippus ad Meliteorum urbem capiendam non satis longas attulit, turpi clade affectus discessit. Itaq; symmetria scalarum ab historico curiosius explicatur, ut sint ad murū, ut 12 ad 10: latitudo autem ad altitudinem dimidia. ψευδογραφία illa etiam nostris Gallis ad Mediolanum perinde nocuit, ne quis ignorationem Geometriæ non multis calamitosam arbitretur. Sed ratio ordinis in prælijs victoriam ê proportione imprimis machinatur, ut ex intervallis ordinum, aut subsidia mittantur, aut defessis receptus cōcedatur. Sic triplex Romana acies ad Geometricam intervallorum proportionem instructa Gallicę phalangi ad arithmeticam proportionem instructæ præstabat, quia miles idem tertio illic præliari poterat, qui hîc semel fractus nunquam recreari possit. Itaque Romanus exercitus idem partibus omnibus, eodemque revocato undique robore præliari poterat: prima acie quasi capite, ut cornibus tauri atque apri dentibus, media tanquam pectore, ut vultures, extrema velut unguibus & calce, ut leones & equi. Denique si hastatus prima acie victus esset, receptus inter principes & triarios poterat acie secunda, tertiaq; iterum atq; iterum decertare. Quid vis amplius? arithmetica pacis tempore negociatur, vendit, emit, aurum argentumq; appendit & fabricatur, rationes ærarij expēdit, & dispensat, oratores, & judices instruit. At eadem etiā militat ac præliatur, & pacis bellique temporibus adjumenta mirifica suppeditat. Quamobrem si utilitas tot tantisque pace belloq; utilitatibus æstimanda est, quot & quantas arithmeticæ utilitates æstimabimus? Eat igitur jam Aristippus noster, & arithmeticam, ut inutilem calumnietur, & mathematum ullum finem neget esse ullumve usum popularē: cúm in arithmetica bene numerandi finem tam multiplici fructu tamq; populari cumulatum videat. Sed geometriæ propria utilitas requiretur. Hæc enim mathesis præcipuo inutilitatis crimine accusatur. Arithmeticæ utilitates sunt eximiæ: at humanas dices, si ad geometriam respexeris. Geometricas veró primis hominibus divinas non humanas visas esse judicabis, indeq; primos earum authores consecratos esse. Agedū Aristippe contemptor & calumniator geometriæ, attende usum doctrinæ istius admirabilem, & quidem ab illo eodem mathematum nobili præcone, qui affirmat deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. Etenim cum deus immēsitatis æternæ spatia definire statueret, geometria imprimis usus est, quæ longitudinum, latitudinū, profundorum spatia terminaret, omniumq; symmetriam, rationem, proportionem, similitudinem discerneret; quæ aerem levitate sublime tolleret, aquam

terramque

terramque pondere deprimeret, quæ denique cælestes globos ita tornaret, ut ad conversionis motum nihil rotundius effingi, nihil aptius expoliri posset. Itaque mundi architectus ille summus in fabricando machinandoque universitatis opificio geometriam imprimis adhibuit, neque Plato quicquam magnificentius loquutus est, cúm dixit deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. At ista pro tuo ingenio comminisceris, narrabat mihi nuper aulicus quidam philosophus, & in mathematicis artibus Aristippi vel Epicuri valde discipulus. Verum Aristippee, Plutarchus, Platonis illud ἀκρόαμα sic interpretatur. Et si Plutarchi ingenium hic etiam aspernaris, Aristotelis, quoniam Aristoteleus haberi vis, in ista philosophia tam magnifica ingenium admirare. Finem geometriæ negas ullum esse, ullumve usum popularem? Atqui geometriæ finis est bene metiri, ut grammaticæ bene loqui, & finis iste non tantúm superiora illa mysteria complectitur, sed per universam geodæsiam universamque mechanicam latissimos fines habet. Geometria, inquis, nullum finem habet nullumque usum popularem. Certé ne tibi perpetuo adversari videar, concedo geometriæ nullum finem nullumque prorsus usum esse, sed tibi tuique similibus. At Deum immortalem, primum illum geometricæ exercitationis & actionis campum, id est geodæsiam ingrediamur: quas hic utilitatum divitias, & quidem unico radii instrumento reperiemus!

—— Ecquis fuit aliter
Descripsit radio totum qui gentibus orbem?

Radius lineas, proindeque superficies & corpora metietur: lineæ longitudinem, latitudinem, altitudinem, modó statione unica, modó duplici metietur. Atque hac arte dimensis nempe per lineas rectas lateribus, areas triangulorum é dimidio collectorum dati trianguli laterum metietur. Triangulata, seu quadrangula, seu multangula componuntur é triangulis. Radius itaque metiendis triangulorum areis, metietur & areas triangulatorum: Radius idem metiendis diametris perimetros, proindeque & areas circulorum, semicirculorum, sectorum, sectionum metietur: Radius etiam totas soliditates corporum metietur: basi & altitudine dimensis planum parallelepipedi prismatis corpus concludet: hinc etiam pyramidem tertiam nempe partem, & ordinata corpora reliqua é componentibus pyramidibus metietur: Cylindrum prismatis, conum pyramidis simillima mensura, indeque sphæram & sphærica segmenta metietur. Quid multa? Geometræ non ædificia modó quælibet, sed terras, maria, flumina,

—— cælique meatus
Describent radio, & surgentia sidera dicent.

His igitur geodæticis Geometriæ emolumentis jam Aristippum mendacem vano & indocto mendacio Aristoteles convincet, & emolumentis quidem tantis, ut Polybius, ut Quintilianus, ut Vegetius scripta sua valdé exornari putent, si quod de iis interpretari queant. Geodæsiæ theorema est. Aequalitas perimetri non æquat plana vel solida: neque ἰσοπερίμετρα protinus sunt ἰσοχώρια: quod

Proclus in triangulis docet ad 4.& 37 p 1. Polybius igitur diſputans de geometriæ emolumentis, Megalopolis, ait, ambitu fuit quinquaginta ſtadiorum, Lacedæmon quadraginta octo: & tamen Lacedæmon duplo major Megalopoli. Hoc, inquit, ignaris mathematum incredibile videatur. Quid ſi, ait, dixero, fieri poſſe, ut civitas ambitu quadraginta octo ſtadiorum ſit dupla civitatis centum ſtadiorum ambitu: inſanum atque amens videatur: Attamen utrumque verum & geometrica neceſsitate demonſtratum: falſumque convincitur magnitudines vel locorum vel exercituum ex ambitu metiri. Collibus & vallibus diſtracti anfractus videntur majorem civitatẽ efficere. At ſecus eſt. Aedificia enim recta ſublime eriguntur. Itaque ſi æque alta fingantur, æqualis & parallela multitudo in plano atque clivo conſtructorum deprehendetur. Hæc Polybius, à quo deinde Quintilianus ornamentum hoc geodæticum mutuatur. De terminis, ait, menſuraque rerum ſunt lites & ψευδογραφίαι, quæ geometrica ſcientia deprehenduntur, qualis eſt illa, Extremis lineis eandem menſuram colligẽtia eſſe æqualia, quomodo decepti hiſtorici, qui magnitudines inſularum ſignificari navigationis ambitu crediderunt. Philippus turpiter deriſus in ſcalis (ut antea fuit) At Vegetius altitudinis menſuram ex umbra libri 4 c 30 docuit. Id geodæticum ex triangulis ſimilibus eſt, quibus poſitis planum factum eſſe arbitror, quot & quanta commoda geometria geodætica hominibus adferat, & quidem vulgari tantùm per unicum radium menſura. Subtilior enim eſt illa menſura triangulorum ſeu planorum, ſeu ſphæricorum per rectarum ſubtenſarum, ut Ptolemæus, vel ſinuum ut recentiores docent, canones & tabulas. Atque hic geodæticus geometriæ uſus latiſsimè per cælum terraſque diffuſus eſt: Hominibus enim cæli cardines deſcripſit, ſideribuſque fixis & vagis domicilia ac ſedes notavit. Europam, Africam, Americam climatis diſtributam ad cæli ſpeciem delineavit, laboremque illum hipparchicum vel diis immortalibus judice Plinio, improbum ſuſtinuit: in eoq;, ſi verus ille judex eſſet, deos immortales mortalis homo ſuperavit. Quare cùm Ariſtippus iſtas Geometriæ utilitates tam populares eſſe didicerit, commoveatur animo, mendaciis confidere, regiis profeſſionibus inſidiari, interitũ tam nobilis diſciplinæ machinari deſinat. Sed enim campus alter exercendæ Geometriæ in mechanicis & organicis quantã ubertatem copiarum & fœcunditatem pariet: facultates autẽ mechanicæ geometriæ, quinque infinita vi à Pappo & Tzetze proponuntur, cuneus polyſpaſton, vectis, cochlea, axis in peritrochio, ſed unum pro omnibus figuris circulum tantum ut antea, protuleram: unde ſpero Ariſtippum ab Ariſtotele impudentiæ & ignorantiæ veniam deprecaturum. Quapropter arrige aures Ariſtippe, & mechanicum iſtum geometriæ tam celebrem tamq; popularem uſum percipe. Reminiſcere igitur rotundum factum eſſe mobilium omnium mobiliſsimum, & quidem mobilitatis ſpecie magis admirabili quàm explicabili & perceptibili. Mobiliſsimum (inquam) eſt omnium mobilium: imo verò omnium moventium potius organum moventiſsimum, tantoque moventius quanto majus. Quamobrem: quia radii quãto majores, tanto velociores. Hinc rotæ curruum,

hinc tro-

hinc trochleæ rechamorum majores ſunt agiliores celeriuſque movent. Itaque multiplicatis trochleis facultas movendi prorſus eſt incredibilis: ſic aliis aliæ copulatæ connexæque majores ſuperioreſque minoribus & inferioribus auxiliantur. Illæ nimirum in Archimede, Proclo, Priſco antea manus multiplicatæ fuerunt: hinc multæ dæmonum vel potius improborum hominum mechanica abutentium præſtigiæ, ut ſtatuæ in templis ſua ſponte moveantur, ut oracula edant, ut clamores faciant, quæ in templo Syriæ deæ Lucianus ſcribit accidiſſe: & tamen Cteſibii engibata ac merulæ miracula tam ingenioſa edidiſſent. Ergo quod bigis quadrigiſque commeatus, merces, onera ſeu pondera quælibet vehantur, exportentur é finibus noſtris ad finitimos populos, vel ex illis contra ad nos importentur, quod aratrum agris circumagatur, quod extollantur altius gravia repugnantibus naturæ legibus, rotundæ figuræ geometricum beneficium eſt. Quare rotunda machina eſt moventiſsima, & quidē tanto moventior, quanto non ſolum major, ſed levior & latior. Agedum, rotunda quæcunque ſint, facillimè moventur moventque: adeoque ſingulare eſt, ubi rotunditas nulla expreſſa cernitur, ibi tamen é centro radioque rotunditatis effectus exiſtere. Itaque funda quam manus longius jaculatur, ligna inter medio genu longiora vel terræ infixa pedeque terram propius preſſa, vel ab extremo elata curvantur difficiliuſque geſtantur, quin á medio humeris impoſita tanto ſunt graviora, quanto longiora. Radii nempe longiores, ideoque mobiliores. Quapropter iſtas rotundæ figuræ copias & facultates, licet inviſæ oculis, tamen viſibiles efficiamus. Duplicem metamorphoſim pro ſingulari quadam geometriæ intelligentia & peritia hic Ariſtoteles invenit. Libra & vectis virtute & facultate circuli ſunt, quamvis in iis circuli peripheria nulla videatur. Libræ jugum ſeu ſcapus & librile diameter eſt, ſpartum, centrum, unde brachia jugi paribus intervallis, velut in peripheriam radii expanduntur. Agina qua ſuſpenditur, radius tertius eſt, intra quam perpendiculare jugo examen libramenti vel æquamenti & æquilibrii judicium facit: Eſtque tum jugum ipſum terreſtris horizontis plano parallelum. Quapropter libræ majores ſunt accuratiores, quia radiis majoribus velocius indicant diſcrimina ponderum. Appenſæ ſupera ſcapi parte, ſi lancem alteram depreſſeris, redeunt ad æquamentum, quia ſupra ſtabile examen, pars librilis amplior erecta eſt. Appenſæ infera ſcapi parte nō redeunt, quia infra fixum examen pars librilis amplior eſt. At ſi medio in jugo veroque librilis centro appenſa libra ſit, æquipondiæ lances quocunꝗ diſpellantur, perpetuo tamen redeunt. Gravia enim æquamenti ſedem nacta grauiſsima ſunt, quæ ſitum deinceps quemlibet aſſecuta, tanto leviora fiunt, quanto longius ab æquilibrio ſemota ſint. Iſta videlicet libra ſummus ille Deus univerſum mundum libravit, qua conſiſterent in medio mundi æquamento gravia, indeque diſpulſa undiꝗ redirent ad idem medium, & quidem tanto velocius, quanto propius accederent. quod geometricé ſuo tempore demonſtrabitur: Eſt enim Jordani hac de re luculenta demonſtratio. Libra igitur rotundæ figuræ anima quædā eſt ipſa oculis ſubjecta, quanvis ejus corpus nuſquā appareat, quod in ſtatera

multó magis sit admirandum, ubi non jam dico nullus circulus, sed lanx unica sit, atque interdum lanx omnino nulla: unico tamen unco & æquipondio jus & æquitas in ea ponderatur, & ubi libræ species nulla sit, pro infinitis per totum jugum spatiis æquipondio vagante innumerabiles libræ reperiuntur. Quamobrem mechanica rotundi anima potius, quàm figura hanc in hominum genus beneficentiam exercet: beneficentiam, inquam, tantam primis hominibus visam, ut Astrea libræ videlicet inventrix pro dea justitiæ culta sit, & in cœleste signum relata, æqualiter tempora diei noctisque distribuit, unde poëta,

Libra die somnique pares ubi fecerit horas,
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem.

Quare hodieque imperatorum, regum, civitatum, tribunalia & fora, non græcas romanasve legislatorum tabulas, sed libram definienda & demonstranda populis justitia in Astreæ manu constituunt. Quapropter metamorphosis è rotundo in libram prima ejusmodi fuit primis hominibus, ut inde geometricum numen coleretur. Verùm heus Aristippe, dormis fortasse, neque satis ea quæ contra calumniam tuam dicuntur, animadvertis. Rotundi anima alteram sibi machinam multo subtiliorem machinata est. Ecquamnam, inquies. Vectem, inquit Aristoteles, μόχλος καὶ μοχλιὸν græcis dicitur. Palus est acuta cuspide: Hic circuli nulla peripheria, nullum centrum apparet, diameter est tamen, terminique duo pondera sunt, alterum lingua, alterum caput. Ad locum autem ponderi propiorem presio seu fulcimentum lapidis aut durioris cujuslibet materiæ, id est hypomochlium, subjicitur. Ergo mochlium subjecto hypomochlio pondus levabit unius hominis viribus, quod multarum manuum conjuncta multitudo levare nequeat. Itaque in altis ædificiorum substructionibus unus vectis pro multis fabrorum manibus superest, modoque pondera lapidum, trabiumque fabris & architectis sublevat, modò eisdem collopis forma suculas versat, modò tollenonis specie aquas è puteis olitoribus exhaurit, modò phalangæ forma bajulis & phalangariis proportionalia radiis pondera partitur, modò jugi nomine in aratro bobus æquum arationis laborem dispensat. Vectis igitur hominum generi commoditates maximas & amplissimas machinatur, sed vectis plerumque inversus est, terraque vel aqua est pro levando onere, mobilis ponderis angulus pro hypomochlio & presione, qualis plerumque vectis est, in aquis præsertim, in quibus non jam sustollit onera, sed rotarum instar currum vehit. Hinc enim transmissio fluminum atque æquorum hinc toto mundo mare perambulatum. Quare remus agit atque impellit navigium: quia vectis est: scalmus est, hypomochlium: mare, mobile pondus: remex est vectiarius. Gubernaculum exiguum in extrema puppi collocatum ingentes triremium moles inflectit, & quidem sedentis gubernatoris, & tanquam nihil agentis manu, quia gubernaculum est vectis & radix gubernaculi est hypomochlium. In extremo autem gubernaculum collocatur, quo facilius obliquet navim, indeque motus ad proram facilius perveniat. Modica enim motio in puppi facta, ad proram latius extenditur. Aequalium siquidem angulorum

major cruribus, major est basi. Age verò ad mathematicam Aristotelis philosophiam propugnandum, Aristotelis arma copiosius expediantur. Quæ vis igitur imperare ventis, velut equis potuit, ut navigia tanquam plaustra veherent, idque facerent modò vehementius, modò remissius? Vectiarium, inquiet mechanicus Aristoteles, imperium istud fuit. Malus enim mochlium est: edolium vero calxve mali, hypomochlium: Itaque quanto altioribus antennis ad summa carchesia velum suspensum fuerit, tanto vectis aurigatio velocior erit ac vehementior. Hinc etiam in spiritus non imperium, sed tyrannis quædam inventa est, ut invitis ac repugnantibus ventis tamen Geometria abuteretur, velis nempe à puppi remissis obliquè modiceque ad proram obliquatis remigum inhibitione contraria: Et sic nimirum Palinurus Maronis machinatur,

Colligere arma jubet, validisque incumbere remis,
Obliquatque sinus in ventum. ——

Magna igitur exiguæ machinulæ opera sunt, sed quia quotidiana sunt & ordinaria, mirabilia videri non solent. Ac primos θαυμάτων istorum authores credibile est seculis suis admirabiles fuisse. Hinc Dædali & Icari fabula: hinc Neptunus etiam deus maris effectus: & certè poëtæ mechanicam, opinor, veritatem secuti, Neptuno tridentem tanquam mochlium attribuerunt, ipsumque μοχλευτὴν, id est vectiarium nominarunt, & sic apud nostrum eundem poëtam ista machina trojanæ naves scopulis illisæ sublevantur.

Cymothoe simul & Triton adnixus acuto
Detrudunt naves scopulo: levat ipse tridenti,
Et vastas aperit Syrtes, ac temperat æquor.

Quapropter ut libra Astreæ, sic vectis Neptuno consecratus est. Libra suum numen suamque deam sibi reperit, vectis etiam suum sibi numen, suum deum reperit: Neptunus græcis poëtis est μοχλευτὴς tanquam concussor & machinator, quia terram mareque moveat & concutiat. Quod verè quidem dicitur, sed ea vis parum animadvertitur, unde machina nempe neptunii tridentis vectis est, & Neptunus ipse mochleutes vectiarius est, vectisque machinatio verè terræ marisque commotio concussioque nominatur, cum terra marique pondera vectis tam multa moveat concutiatque. Itaque hic alterum è geometricis utilitatibus numen sacratum est. Sed infinita sunt vectis opera & emolumenta: vectis non solùm levandis & portandis ponderibus, fabris, architectis, olitoribus, bajulis, agricolis, nautis opitulatur, sed sylvas, latomias & liquidorum præla ingressus, ligna, marmora dividit, vina, olea, unguenta exprimit. Etenim duplicatur in cuneo, magnasque moles arborum & marmorum duobus in contrarias partes distrahentibus vectibus divellit, pars acuta secat acumine, superficies utrinque planæ altera deorsum deprimit, altera sursum erigit. Hypomochlia sunt ora utrinque cuneum excipientis rimæ. Sic uvæ, oleæ, mala, pyra, cæteraque humida prælis subjecta cuneis premuntur, & quidquid liquoris habent, persolvere domino compelluntur. Ex eadem facultate secures exertæ, cunei nempe tanquam malleo alligati. Sed præcipuas vectis laudes machinulæ duæ

forceps & forfex quotidiano & propé perpetuo hominum usu complexæ sunt. Etenim uterque vectis communi hypomochlio duplicatus est. Ecquid (inquiet irridens hoc loco Aristippus) etiamne geometriæ usum in officinis omnium opificum reperies? Certè dicet Aristoteles & mechanici qui vulgò appellantur nil nisi geometriæ practici quidam sunt & geometrici usus discipuli, quamvis ipsam Geometriam ignorent. Cogita igitur, quibus tandem manibus candens ferrum, æs, argentum, aurum, ab infinitis opificibus metalla tractantibus exerceantur, digitos illos, vectes, manus illas forcipes esse intelliges.

Prensant enim, ut poëta noster ait, *versantque tenaci*
forcipe ferrum:

Meditetur itaque Aristippus quibus cultris tonsores capillos hominum, pastores vellera ovium, sartores pannos vestimentorum, opifices alii plumbum, stannum, ferrum etiam argentum atque aurum: metalla denique omnia secent, cultros istos forfices vectiarios, communique hypomochlio cuneatos intelliget. Has igitur duas machinas, nisi geometria vitæ humanæ suppeditasset, quot & quantis ad commodé apteque vivendum adjumentis hominum genus privatum ac destitutum esset? Quare vectis fabros & architectos, vectis olitores, vectis per omnia flumina mariaque naviculatores & navitas, vectis lignatores, lapicidas, marmorarios, vinitores, olearios, unguentarios, ferrarios, aurifices, metallicos, chirurgos, tonsores, pastores, sartores: omnes deinde opifices beneficiarios habebit. Quid plura? cum primis hominibus deus esset egregiis emolumentis mortales adjuvare, mirum esse non debuit, si geometria divinos honores tam variis numinibus adepta sit. Quæ cúm Aristoteles ita fere nominatim recensuerit, nonne Aristippo mathematicas artes ut inutiles irridenti irascetur, dicetque quod in philosophia dicit, mentiris Aristippe, mathesis non est hominum vitæ inutilis: sed vita hominum sine mathesi, non inutile modó sed miserabile ævum traheret. Aristippus hic expallescet, opinor, seque turpi vel ignorantia vel malitia lapsum confitebitur: gratiasque habebit Aristoteli, debebit certe, qui mechanicam talem, id est tam popularem alterum geometriæ usum exposuerit: unde intelligeremus Platonis illud oraculum esse longè longeque verissimum, deum in administranda mundi machina μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, cúm in administranda humana vita hominem μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν videamus. Ideoque ex hominibus deo propinquos charosque esse, qui geometriæ studium colunt ac tuentur, tanque singulares hominum generi commoditates exquirunt. Fatué autem & stolidé imperitos, vel flagitiosè improbos qui vituperant & calumniantur. Sedenim Aristotelea tot utilitatum mechanica subtilior & acutior est fortasse, minusque ab Aristippo percipitur, crassiora igitur magisque ante oculos posita mechanicæ commoda differamus. Metallica Aristoteles confitetur parum sibi perspecta esse: Geometria tamen huc finem usumque suum dilatavit. Agite igitur, erigantur animi, atque attendant ad mechanicas geometriæ actiones & utilitates, quas deinde proferam. Pluto divitiarum

tiarum deus fingitur à poëtis apud inferos regnare, credo quód universa argenti aurique vis in terræ visceribus occulta teneatur. Cúm itaque de mundi nobilibus scholis studiosé mortales omnes, qui alicunde peregre ad nos rediissent, percunctarer, nulla in gente tam multas mathematici studii scholas comperiebam publicis stipendiis ornatas, quàm in Germania, caussamque unam esse subterranea audiebam illa Plutonis regna, quod maxima principibus & liberis civitatibus penderentur tributa é fodinis auri argentique & cæterorum metallorum, quę geometrico innumerabilium machinarum artificio pręcipué sustinerentur ac sarcirentur. Ergo germanicus ille Pluto geometricis manibus divitias suas Germaniæ effodit atque eruit. Geometria nobis Astream in libra & Neptunum in vecte consecravit: jam Plutonem etiam suis machinis deum fecit. At romanus ille Curius gloriosius esse judicavit aurum habentibus imperare, quam aurum ipsum possidere. Quare fictitios hosce deos, commentitia ista numina prætereamus, subterraneisque divitiis illis omissis divitiarum potius ipsarum dominia imperiaque meditemur. Hæc enim Aristippe tibi gratiora erunt, & tamen é geometriæ copiis etiam comparata. Hic enim geometriæ mechanicæ præcipuum regnum est. Ergo á metallica mechanica ad militarem mechanicam transeamus. Etenim, ait ille noster Plato de principe civitatis, ad castrametandum, ad occupandum locum, contrahendum & laxandum aciem, tum copias cæteris modis ordinandū in ipsis & itineribus & præliis plurimum interest, geometricusne sit, an non. Perpendantur hæc Platonis verba singula. Castrametatio, ait Plato, geometrica est. Etenim signum à centurione tanquam punctum ponitur, unde vel circulus, si copias exiguas videri oporteat, uel quadratum, si magnas, circumquaque certo intervallo describitur: dimetiente linea transversa latera secantur. Itinera in pontium & navium fabrica, in fluminum derivatione, equitum hinc & illinc inter pedites medios collocatione, geometrico artificio conficiuntur. Quid tum veró? Locus iisdem artibus oppugnatur & propugnatur: hinc enim aggeres, vineæ, turres ambulatoriæ cæteræque machinæ oriuntur. Machinalis illa geometria fuit Archytæ, Eudoxi, Archimedis, Procli, Prisci, é quorum historia tota ista utilitatis quæstio tractari expedirique potuit. Ergo Geometria utilitatem hanc militiæ dedit: sed eadem suis figuris præliorum varietates admirabiles efficit. Cuneo facto pauci Cæsaris milites, Sicambrorum nescio quot millia perruperunt & incolumes evaserunt: Orbe autem facto trecenti legionarii sex millia Morinorum amplius horis quatuor sustinuerunt: Quin si orbis multitudinę hostium circumventus sit, longitudo quam maxima veluti rectæ peripheriam exequantis porrigatur, alternisque conversis cohortibus corona hostium dextro sinistroque cornu media dividatur, divisaque profligatur, cæteraque illa in militia Cæsaris à nobis explicata, quid aliud quám velut in abaco geometriam demonstrant? Quapropter platonicæ mathematum utilitates istæ magnæ sunt & illustres: patriam & Remp. non solum hostili servitute liberare sed subacto hoste finibus amplificare, provinciis augere, felicem denique ac fortunatam facere

Geome-

Geometriæ geodæticæ usus magni sunt: geometriæ per totas humanæ vitæ partes, terra marique mechanicæ usus magni sunt: magni in metallis, magni in præliis: Quapropter qui regnare atque imperare cupient, mechanicas istas Geometriæ vires & facultates exquirant necesse est. Quid multa? da mihi hominem geometricis facultatibus ac viribus armatum: hunc tibi pro multis millibus præstabo. Esto apud barbaros & agrestes Americæ populos inter infinita millia unus grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, arithmeticæ facultatibus, quæ animi propriæ sunt ornatus: Hîc eloquentia sapientiaque animi cæteris animis imperabit, omniumque consensu animus ille, rex animorum erit. Itaque geometricæ vires in aliquo uno corpore similes illis animorum viribus sunto: corpus istud geometricis armis armatum, sic in corpora ut animus ille in animos imperium habebit. Quod ne cui ut admirabile, sic incredibile videatur, quid aliud Alexander magnus cúm millibus 30. domuit innumerabilia millia, demonstravit? Ergo in Germaniam unicam mathematum scholam, vel potius unicam militum officinam redeamus. Etenim subit hoc loco gentis ut procera robustaque corpora, sic animos fortes mathematicis viribus elatosque suspicere atque admirari. Finxit vetustas Martem in Thrachia genitum: Vulcanum cælitus nescio quo delapsum: fabula utraque in Germania revera ac veritate fidem accepit. Nullum hodie in Gallia, Britannia, Dania, Polonia, Pannonia, Italia bellum sine Germano milite geritur. Germania generum omnium arma quotidie nova machinatur, vicinis omnibus populis largitur: Germania suis bellis, quibus ipsa quotidianis ac fere perpetuis veluti confirmandæ virtutis ludicris exercetur, non modó sine externo milite abunde sufficit, sed vicinis bellis viros, equos, arma suppeditat. Hæc veré Martis schola est: hæc Vulcani officina est. Sed Martem, Vulcanumque, Martisque scholam & Vulcani officinam mathesis genuit, aluit, informavit. Henricus Hassianus centesimo abhinc & octogesimo feré anno primus mathematicas artes Lutetia Viennam transtulit, unde brevi tempore per universam Germaniam proseminatæ mathematicorum tanquam familiæ, indeq; mirabiles tres artes sunt inventæ. Primó bombardica seu tormentorum bellicorum mechanica: cujus usus bello Veneto contra Genuenses, qui se interfici sentiebant: quo tamen teli genere non animadvertebant: bello inquam, Veneto circa annum fere 1400 primúm innotuit mundo, á germano quodam nominis ignoti primum repertus: deinde multis modis auctus & amplificatus. Secundo ex eadem gēte mathematico beneficio prodiit typographia, quæ videtur in Purbachii tabulis ad Regiomontanum referri, inter cujus opera saltem tentata ars illa mirifica literarum formatrix appellatur: neque chronologia repugnat, cnm primum typographiæ exemplum Mogontiæ editum sit anno 1466 á Petro Gerneso puero Joannis Fustei, ut constat é Ciceronis officiis, quæ prima omniū librorum typis æneis impressa sunt: exemplar officiorum istorum habeo in membrana impressorum: quæ ad finem hanc adscriptionem continent, Præsens M. Tullii clarissimum opus Ioannes Fust moguntinus civis non atramento, plumali, canna, neq; ærea, sed arte quadam per-

dam perpulchra, manu Petri de Gernshem pueri mei feliciter effeci, finitum anno M. C. C. C. C. L X V I. quarta die menſis Februarii. Hæc inquam adſcriptio poſtrema, tempus indicat libri primum typis impreſsi. Ita ars artium omnium conſervatrix, typographia é mathematis Germaniæ primum nata eſt. Poſtremo nautica atq; in omnes univerſi orbis oras navigatio excitatis jam per univerſam Italiam mathematis: uſus nempe aſtrologiæ verſatur, ut in medicina, agricultura, ſic præcipué in nautica: & ea jam olim fuerat Thaletis quædam aſtrologia, quæ mathematicis auſpiciis renovata á Columbo anno 1491, á Veſpucio 1501 antipodas terrarumque atque oceani tractus omnes Ariſtippis atque Epicuris aperuit. Tres, inquam, hæ ſingulares artes, bombardica, typographia, nautica mathematicæ germanicæ inventa ſunt. Itaque mathematica repente gratiam imperatorum, regum, populorum omnium admirabilem adepta eſt. Maximilianus imperator publicas mathematum profeſsiones liberali ſtipendio Viennæ inſtituit. Mox tam nobile Imperatoris exemplum in ſingulis academiis principes liberique populi ſecuti ſunt. Sed mathematicorum germanorum unus Regiomontanus longiſsimé excelluit: monimenta ingenii orbi terrarum nota ſunt, ſed ingenio delatus honos non omnibus fortaſſe notus. Vienna profeſſore Regiomontano glorioſa eſt. Matthias Hungariæ rex ſeculo ſuo regum decus pro tabula aſtronomica pretioſam veſtem & hungaricos aureo octingentos dono miſit. Ephemerides annorũ triginta, novus tum & ignotus antea matheſeos fœtus, ita gratus accidit, ut exemplaria ſingula duodecim hungaricis aureis venderentur germanis, hungaris, italis, gallis, britannis certatim coëmentibus: ſed ſummus ille á Sixto pontifice romano honor fuit, abſentem Regiomontanum Ratiſponæ epiſcopum deſignatum eſſe. Honor igitur alit artes (ait Tullius) omneſque incenduntur ad ſtudia gloria. Ergo matheſis in Germania præcipué effloruit. Noriberga tum Regiomontano fruebatur: mathematici inde & ſtudii & operis gloriam tantam adepta, ut Tarentum Archyta, Syracuſæ Archimede, Byzantium Proclo, Alexandria Cteſibio non juſtius quám Noriberga Regiomontano gloriari poſsit. Extinctis enim mathematicis Archyta, Archimede, Proclo, Cteſibio matheſis tarentina, ſyracuſana, byſantia, alexandrina extincta eſt. At inter artificum noribergenſium Regiomontani mathematis eruditorum delitias eſt, muſcam ferream ex artificis manu velut egreſſam convivas circumvolitare, tandemque veluti defeſſam in domini manum reverti: Aquilam ex urbe adventanti imperatori longiſsimé obviam ſublimi aëre procedere, atque adventantem ad urbis portam comitari. Deſinamus itaque Archytæ columbam mirari, cum muſcam, cum aquilam geometricis alis alatam Noriberga exhibeat. Ergo nobiles illi quondam in Græcia atque Aegypto artifices hodie nulli ſunt: Regiomontani Noribergæ ſuperſunt. Senatus enim populuſque Noribergenſis operam dedit, ut perpetuos Regiomontanos haberet. Itaque Vernerus primum: deinde Sconeri pater & filius Regiomontani animam deinceps excitarunt. Sed illud de civitate ſingulare eſt, atque apud omnes civitates prædicandum: Stipendium dare de publico ma-

I thematum

thematum professori non ei solùm qui doctis & eruditis prælegat, sed ei quoque, qui vernacula lingua latiné græceque ignaros opifices erudiat: hinc etiam nobiles sine literis artifices: imo mathematicæ disciplinæ etiam apud posteros doctores. Durerus enim pictor hanc Noribergensibus laudem tribuet. Quin siqui mechanicorum operum artifices insignes non ignavia aut culpa, sed adversa valetudine aut fortuna in egestatem inciderint, opem ferre miseris atque afflictos sublevare Noribergensium quotidiana claritas est. Superi tibi Noriberga gloriam istam perpetuo conservent atque augeant. Quid reliquas Academias mathematicis laudibus illustres commemorem? Vitembergam equidem Melanchthone fortunatam judico. Plato pro summa eloquentiæ & eruditionis authoritate mathematicum studium in Græcia excitavit: Melanchthon in plerisq; Germaniæ academiis jam mirabiliter excitatum reperit, sed Vitembergæ perexiguum: itaque pro variæ ac multiplicis doctrinæ, pro uitæ innocentioris & sanctioris authoritate, quantam meo quidem iudicio, nemo doctor vel professor, in patria consecutus est unquam, mirabiliter inflammavit: ut Vitemberga non solùm theologiæ & eloquentiæ, quibus laudibus tum præcipué præstabat, sed mathematicæ disciplinæ studiis antecelleret. Melanchthonis hac de re præconium in Milichio, in Rheinoldo sempiternum erit: Séd Milithius medicus esse postea maluit: Rheinoldum ut primum legi, mirandum in modum probavi. Literæ erant in eo latinæ & græcæ, sermonis ea facilitas, ut Melanchthonis discipulum facile posses agnoscere: mathesis & matheseos diligentia tanta, quæ bibliothecas omnium mathematicorum, si superfuisset ætas, mathematicis cujusque modi libris expletura videretur. Et tu Peucere alterum Melanchthonis præconium in mathematicis futurus eras, nisi medicinam pluris quam mathematicam fecisses, vel potius sine mathematicis nullam constantem veramque medicinam judicasses. Gemma Lovanium, Appianus Ingolstadium, Stoflerus & Scheubelius Tubingam, Monsterus & Vurstisius Basileam, Osvaldus Friburgum, Tagautius Genevam, Nabodus Coloniam, Ioannes Stenius edito de variis artibus progymnasmate ostendit quantam mathematum laudem Luneburgensibus suis meriturus esset, si se totũ his studiis penitusq; dedidisset. Herlinus Argentinam, Valentinus Engelardus Erphordiam, Rheticus & Homilius Lipsiam: Rheticus etiam Cracoviam mathematis illustravit. & literis nostris ad studium liberandæ hypothesibus Astrologiæ spem quoque illustrandæ parisiensis academiæ dederat: ac nisi medicinam mecœnatis cujusdam loco perdiscere & exercere coactus esset, jampridem alterum Copernicum mathemata celebrarent. Homilius etiam Carolo imperatori & Augusto Saxoniæ electori mathematum magister fuit, & ab utroque ampla prẹmia consecutus. Hieronymus Volfius præclarum antea nomen conversionibus Demosthenis & Isocratis assecutus, præclarius assecuturus, si mathemata sicuti potest, Augustanis suis illustrarit. E' reliquis, quos superstites esse audio, musis bibliothecæ nostræ noti sunt, Daniel Santberus Stadius, quem præsentem Lutetiæ vidi, & regium professorem vidissem, nisi tum terror nescio quis plus apud eũ, quám noster amor potuisset.

potuiſſet. Siderocrates egregiis ingenii monimentis mihi percharus eſt, ut Leovitius, cujus vaticinium illud tanquã é tripode mihi ſpeciatim redditum, equidem ſic accepi. Scribis enim, doctiſsime Leoviti, é magna illa ſyderum conjunctione, unde & purioris religionis aureum ſeculum brevi rediturum vaticinaris, artes quoque plurimas, quæ adhuc abditæ latuerant, emerſuras, reſque maximas modico impendio perfectum abſolutumque iri: adeó ſolertia & expedita ingenia his temporibus exiſtent. Faxit Deus optimus maximus ut hæc omnia ad ipſius gloriam, ad Eccleſiæ & Reipub. ſalutem referantur. Hæc tua & tuis verbis deprecatio mihi tecum communis erit: Cõmunis itaq; voti uterque reus lætaque animi cõſcientia compos eſto: ut & tu ex aſtris verum deprehendiſſe: & ego per inertiam atque ignaviam curſui naturæ nihil obſtitiſſe videar. Daſypodius nobis etiam familiaribus literis notus, Herlinum Argentinæ exuſcitat, & quas opes animi Herlinus Platonico illo neſcio quo zelo occuluerat, in vulgus expromit. Sed infinitũ ſit mathematicos omnes tot academiarum inſignes nominare: Neq; dubito quin pleroſque nonnullis nominatis inſigniores prætercam, quoſque pro meritis ingenii libenter obſervem ac liberaliter colam. Equidem cúm de ſcholis extra Francorum regnũ poſitis ſtudioſé interrogarem, Tigurinam miratus ſum mathematum profeſsione tandiu caruiſſe. Pagus tigurinus eſt helvetiæ civitatis princeps non ſolúm amœnitate regionis & loci, ſed ſingulari quodam erga doctos homines etiam peregrinos ſtudio atq; amore. Literas latinas, græcas, hebraïcas, ſed imprimis ſacras alit colitque, ut jam Theologia nulla pleriſque Europæ populis niſi Tigurina videatur. Ecquid veró perceptis primis literis & linguis ad politicam vel humanã vel divinam mathematis aptius vel antiquius optari Pythagora, Platone, Ariſtotele judicibus potuit? Itaq; felix tuis bonis & fortunata civitas una mathematum adeoq; liberalium artium reliquarũ acceſsione felicior quotidie ac fortunatior in perpetuũ eſto. Verumenimveró Germania, quod é Germanis in Galliam profectis, & é Gallis é Germania reverſis frequenter audio, principibus doctis & eruditis præcipuẽ fortunata, præcipueque beata eſt. Jucundum mihi fuit didiciſſe quanto mathematum ſtudio tenẽatur principes Heſsiæ, Saxoniæ, Auſtriæ. Guilielmus Landgravius Heſsiæ videtur Caſſellas Alexandriam tranſtuliſſe: Sic Caſſellis artifices organorum obſervandis ſyderibus neceſſariorũ inſtruxit, ſic quotidianis per inſtructa organa obſervationibus oblectatur, ut Ptolemæus ex Aegypto in Germaniam cum armillis & regulis veniſſe videatur. Narrat Gellius é bajulo Protagora philoſophum á Democrito eſſe factum. Narrant Germani á Guilielmo Landgravio Heſsiæ, Democritica nempe ſolertia prædito ex Eberhardo ſartore artificem ſingularium in aſtronomicis rebus operũ mirabilem factum eſſe. Sed Landgravii mathematica organa Auguſtum Saxoniæ electorem pari amore Aſtrologiæ incenderunt, jam ſua ſponte, & Homilio doctore vehementer incenſum. Itaque ἀυτόματον aſtrarium Landgravius optanti Auguſto, non illud quidem ſuum donavit: ſed elegantius alterum per opifices ſuos conficit. Auguſtus etiam ad cæleſtium motuum emendationem animum illo Julii Cæſaris animo nihilo inferiorem præ ſe ferre dicitur, ſi Soſigenem nanciſcatur. Quid

Maximilianus Imperator, nonne hæreditariam avi Maximiliani, patrui Caroli, patris Ferdinandi imperatorum, è mathematicis studiis gloriam obtinet? Tu igitur Crato Imperatoris medice, quia es idem singularis etiam mathematicus, imperatoriam istam gloriam amplificato. Carolus Archidux Austriæ manu fabricatus est instrumenta, quorum fabrica vel ipsis opificibus etiam operosa fuerit. Danubius isto loco Matthiam illũ Corvinum rursus ante oculos subjicit, non solum duobus orientis & occidentis imperatoribus formidabilem, sed regali in omnes laudandas artes magnificentia apud omnes nationes gloriandum & sæculis omnibus prædicabilem: ut te quoque Ioannes electe rex Hungariæ gentiumque aliarum cohorter ad majorum tuorum gloriam. Mathias extincto Ioanne patre, obtruncato etiam fratre in vincula conjectus, tandem á fratricida rex factus est. Solymanus Turcarum imperator te vagientem in cunis infantem patre rege orbatum regnoque pene toto spoliatum regiis muneribus excepit, liberis Selymo & Bajazeti osculandum præbuit tanquam imperii consortem habituris. Itaque regia educatio in armis & omnibus ingenuis artibus deinde perpetua fuit: indeque adeo doctores linguarum atque artium excellentes ad nobilem academiam construendam undique magnis præmiis evocati. Denique purior religio summum summi futuri regis augurium suscepta, & subditis tuis communicata. Hunc igitur sic excitatæ sic exercitæ virtutis tam singularem cursum summus ille in cælo regnorum atque imperiorum & eversor & instaurator cælesti aura dirigat: teque alterum Hungaris Mathiam faciat, á quo cum reliquarum doctrinarum artifices, tum Regiomontani imprimis honorentur, & ad hæc nobilia studia excitentur. Sed in Germaniam redeo. Heidelberga mathematicis studiis etiam reconditioribus præ cæteris Germaniæ scholis non ita pridem floruit: Virdungus, Curio, Morshenius, Leovitius, aliique permulti inficiantem facile refellerent: atq; imprimis Grynæus, qui hoc tempore mathematicam professionem, qua potest industria, tuetur. Sed fama nescioque percrebuit mathemata á nonnullis academiæ patronis (á quibus tuenda fuerant) oppugnari: fama sane indecora nobili academiæ, quæ præsertim reliquorum liberalium studiorum mecœnatem tam raris virtutibus excellentem nacta sit. Itaque Palatine Comes comitum longé optime & humanissime, imperioque non Germaniæ solũ, sed universæ terræ propter eximiam religionis pietatẽ dignissime, mathematicam disciplinam inter cæteras liberales disciplinas fructu liberalitatis tuæ dignam judicato, & calumniis repressis hanc etiam inter eximias laudes tuas mathematicam laudem excitato. Unus tantæ tot tanque magnarum artium arithmeticæ, musicæ, geometriæ, opticæ, astronomiæ, cosmographiæ professioni professor, quamlibet idoneus satisfacere pro dignitate nisi diurno tempore non possit, collega tanti laboris socioque opus est. Habes domi Xylandrum cum plerisque laudibus aliis tum conversis mathematis & Pselli latinê, & Euclidis Germanicé celebratum: aliosque fortasse nobis ignotos, qui mathematicam professionem egregié tueantur. Christophorum ducem Palatinum omnibus ingenuis exercitationibus

(quæ

(quæ Palatini electoris filium deceant) studiosè deditum, hujus meæ postulationis procuratorem apud te & oratorem mihi constituo. Valde enim confido paternæ gloriæ patrimonium tam locuples non esse contempturum. Ultimus Septentrionis Bootes ille, quanvis cæli motu tardus, tamen ingenia ad mathemata percipiendum colendumque prompta velociaque genuit. Christianus rex Danorum & Norvegorum mathematis vehementer oblectatus, Haffniam academiam his instituit: Tibi verò Erice rex Suecorum, id est Gothorum Cymbrorumque gloriosum est à teneris annis expeditissimum latinæ linguæ usum habere, omnes liberales artes amplecti: Upsaliam literarum academiam subditis imperio tuo populis liberaliter impertiri. Memēto igitur quæ Huberto Lanqueto laudum tuarum per Galliam præconi de promovendis ingenuis artibus receperis, eaque, ut docto & magnanimo rege dignum est, cumulatè præstato. O' beatam Germaniā, quæ tales principes habeas! Astræas antea Neptunos, Plutones, Martes, Vulcanos in mathematicis tēplis suspeximus, jam Mercurios suspiciemus: Neque mathematica tantùm est armigera germanis, sed conciliandæ pacis interpres est atque internuntia. Duo lubet ad duos Cæsares conciliandum nobilia exempla commemorare Christianus rex Daniæ, à Cæsare Moscovitarum pacem pro Livonia impetrare cupiens misit argenteum αὐτόματον cælestium motuum affabrè atq; artificiosè factum cum aliis muneribus: cætera quidem munera Moscovita accepit: αὐτόματον verò cùm didicisset cælestium motuum organum esse, contumeliosè derisum Dano remisit, inquiens ipsum de cælo stultè solicitum esse, cùm de terra inter ipsos armis certaretur. Hic Cæsar dicitur ducentis equitum millibus comitatus in prælium descendere: At videmus ab humanitate quam inermis nudusque sit. Hunc Aristippo vel Epicuro discipulum in disciplinā, si lubet, tradito: Virgilium in Bonifacii gratiam cupidissimè condemnabit. Alterum exemplum est de Imperatore Turcarum, qui ad imperii sui fines propagandum, mathemata studiosè perdiscunt, & in arithmeticis, geometricis astronomicisque artibus summos doctores habent. Sed hoc exemplum alterum ut illustrius, ita magnificentius à Paulo Jovio narratum est, cùm de legatis Ferdinandi Imperatoris ad Constantinopolitanum Cæsarem loquitur. Tulere, ait, munera, excelsum germanico more ex auro poculum, lectissimis exornatum gemmis, eruditaq; insuper admirationis argenteam machinam, in qua non horarum modò spatia, sed errantium etiam sydeṛum motus, menstruique Solis ac Lunæ coitus, exactissima ratione monstrabantur: intus scilicet dentatis rotis, certisque ponderibus, admirabili momento, vel in multum ævum minutissimas temporum mensuras dispensationibus: quin inter celeres tardosque orbes, in tam vario inæqualique polorum ordine, audaci quadam supremi motoris æmulatione conjuncta congruerent. Ea à peritissimis astronomis excogitata perfectaque Maximiliani Cæsaris fuisse dicebatur, cujus ingenium nobili semper studio, nec deterrente unquam sumptu rara atque admiranda concupivit. Hæc Jouius, à quo paulo post narratur, ut legati lautè splendideque excepti tandemque remotis mensis ad Solymanum

ſunt introducti. Illata quoque eſt illa machina ſuccollantibus duodecim ſervis, quæ Solymani animum & barbarorum oculos admiratione complevit. Adduxerant enim artificem, qui ſolutis machinæ fibulis interiora admirabili rotatione circumacta repanderet: is libellum quoque detulerat, attritæ vel luxatæ machinæ remedia continentem, tradentemque præcepta, quibus tot orbium curſus nunquam interitura ratione regeretur. Ea enim ingenii ſubtilitate Solymanus fuit, ut non modó ſacris literis, quibus ſuperſtitionis ſuæ leges continẽtur, eſſet eruditus, ſed aſtronomiæ coſmographiæque præſertim curioſé operam daret Hammone medico ex Bethica oriundo perdocente, quum vir acutus ſingulas terrarum regiones ſinuſque maris in membranis depictiſque orbibus demonſtraret, ut inde regius animus per otium utili & peramœna delectatione caperetur. Hæc igitur Byzantii Cæſaris humanitas ſarmaticæ illius feritatis longé diſsimilis fuit, quæque Ariſtippis noſtris atque Epicuris flagitioſæ calumniæ pudorem afferre debeat: cúm videant apud barbaros & immanes populos, qui vulgó creduntur, eam mathematicis reverentiam ac pené venerationem exhiberi. Et quidem mathematicus iſte inter reges Mercurius nequaquam modó natus eſt. Inter munera á Perſarum rege ad Carolum Magnum miſſa ſcribitur fuiſſe horologium αὐτόματον mira arte fabrefactum, quod ſonitu tintinabuli horas diſtinxit & indicavit: Idque præcipué Carolus eſt admiratus & imitatus eſt: Neq; id in Perſis mirum, ut qui primam juvenilis ætatis eruditionem in arithmetica & geometria ponerent, in eoque Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis ſententiam veré ſequerentur. Quę cúm ita ſint, matheſis intelligitur eſſe non ſolúm belli, ſed pacis comes & adminiſtra. Quamobrem mathematici per univerſam Germaniam profeſſores, mecœnates veſtros nõ tam fortuna & opibus, quám virtute & ingenuarum artium dignitate præſtantes amate & colite: voſque generoſi vereque germani principes, populi liberi Spartam veſtram exornate. Vnicus in academia una, quod in pleriſque eſt, mathematicus profeſſor grave onus ſuſtinet. Aſtronomica itaque feré geometricis minus excultis tractantur. At geometria, ſphærica, conica, cylindrica, totaque ſtereometria doctoris induſtriam diligentiamque valdé jampridem deſiderat, & é partibus illis derelictis magis admirabiles fructus expectari poſsint. Profeſſores itaque binos ſingulis academiis decernite, alterũ arithmeticæ, muſicæ, geometriæ, opticæ, alterum ſcientiæ aſtrorum variæ & multiplici geographiæ præficite. Tibi veró dux Auguſte, quoniam auguſtas illas Cæſaris cogitationes ſuſcepiſti, non Soſigenem tantúm, ſed Regiomontanum, Copernicum, Rheinoldum exoptabo, qui aſtrologiam jam á nobis exoptatam non é fictis hypotheſibus, ſed ex ipſa aſtrorum veritate ac natura ſolis arithmeticis & geometricis fundamentis innixam & fundatam moliantur ac machinentur. Illa fuit Aſtrologia Chaldæorum, & ante Ariſtotelem Aegyptiorum & Græcorum. Neq; ideo quiſquam mihi perſuaſerit Germaniæ difficile futurum, quod Chaldææ, Aegypto, Gręciæ facile quondã fuerit: neq; methodi vel artis ſpecie fabulam hypotheſium prætexam, quam contra omnes logicas bene inſtituẽdæ artis leges confictam video.

Seligan-

Seligantur logicæ, arithmeticæ, geometriæ artifices, non solùm præceptis sed usu bene atque accuraté confirmati, & jubeantur remotis hypothesibus & commentis, imó veró observationibus veterum, cælum tanquam modó factum intueri, omnia motus cujusque momenta notare, experimentis variorum & observantium & locorum & annorum ratione & proportione comparatis, si modó constans in cælo quicquam est, catholicum theorema tandem logicé inducetur & concludetur: Sin varium temporibus & mutabile seculis cælū est, scientia vel ars hinc effici nulla unquam potuerit. Puriorem igitur illam ac synceriorem astrologiam, Dux Auguste, sempiternam gloriæ tuæ palmam consecrato. Dixi paulo ante Melanchthonem in ora Saxoniæ mathematicis studiis excitandis germanicum Platonem fuisse. Tuæ jam, Camerari, partes illæ sunt, qui reliquus es ex illis argonautis ad virtutes, ad laudes, ad disciplinas publicas tuendum. Neque enim tu latinis tantúm græcisque literis ornatus ita es, ut excellentem professorem decet, sed mathematis sic instructus esse voluisti, ut mathematicæ professioni facilé par esses: Tuæ, inquam, sunt partes cum Peucero tibi communes, ne patiamini in vestro principe tam cælestes animi divinosque motus inanes fuisse. Hubertus certé Languetus, ut mihi valdé persuadeo, cúm in Saxoniam redierit, utrumque vestrum ad hoc opus alacriorem faciet, gloriamque Augusti sui omni studio, diligentia, mente denique tota procurabit. Hic etiam te Sturmi, parentem argentinensis academiæ, quam é privata schola publicam academiam imperatoriisq; præmiis & honoribusq; universitatem fecisti, cohortabor, ut ad præclaros tuarum laudum titulos hic unus accedat atq; modo prædicetur, Sturmius argentinæ latina græcaque studia, rhetorica & philosophica instituit: sic item prædicetur, Sturmius etiam mathemata altero professore amplificavit. Dasypodium itaque nostrum consorte mathematicorum laborum socioque sublevato. Sed mathematicas artes utiles esse disserebam: Germaniam mathematicis opibus opulentam esse, mathematicis armis reginam gentium dominamque factam. Traducamus in omnes Galliæ academias mathematicas Germaniæ professiones, fodinis auri atque argenti, quibus olim abundavit, Gallia rursus abundabit. Mars gallicus, Vulcanus gallicus efficietur, Galliaque rursus, ut olim & sibi & vicinis bellis militem abundé suppeditabit: imó, quod bis antea accidit, primum Belovesso, deinde Gothofredo ducibus gentium omnium victrix efficietur. Verumenimvero cúm tam solicité mathematicas utilitates collegerim, exque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis præscripto physicum neminem aut politicum, nisi prius mathematicum, esse dissueruerim, vereor ne moribus nostris importunus esse videar, nimiumque oneris nostris hominibus imponere, maximo Aristoteleæ philosophiæ sed præcipue civilium legum studio occupatissimis. Sed de Aristotele deque reliquis artium liberalium magistris sententiam alias amplissime exposui, ut regendi & conformandi sint: De Iurisprudētia & scientia facultatis civilis majus est opus. Itaque politicos omnes & magistratus, atq; uno nomine civitatum curatores, patronos,

patronos, judices iſto imprimis loco attentos eſſe cupio. Romanam politiam infinitis libris confuſam magis quàm deſcriptam, vel impendio melioris ætatis, ut in Ciceroniano jampridem conqueſti ſumus, perdiſcendam arbitramur, utilitate an dignitate adducti, nihil hic moveor. Utilitatem enim & dignitatem eandem vel etiam majorem cupio. Romani de condendis legibus ſoliciti, Athenas & Lacedæmona legum ſapientia inclytas eſſe audierant. Itaque legatos eò dimiſêre, qui non quaslibet ſanctiones, ſed ex omnibus legalem prudentiam romanis moribus congruentem ſeligerent, romanoque ſermone deſcriberent: hinc duodecim tabulæ ad verbum pueris ediſci ſolitæ. Franci de condendis legibus ſoliciti, Conſtantinopolim videlicet juriſprudentia cæteris gentibus præſtantem legatos decrevêre, ſed legatione longè diſsimili. Nam pro duodecim tabulis populari lingua deſcriptis, myriades legum ignoto francis ſermone deſcriptarum, aggregatæ ſunt, quæ in ſcholis multorum annorum auditione vix ac plerunque ne vix quidem intelligerentur. Ecquid verò nullàne unquam in tot Franciæ tribunalibus & academiis florentiſsimo præſertim omnium liberalium atque artium ſeculo ingenia præſtare francis ſuis poterunt, quæ paſtoritius & ſine literis populus patriæ ſuæ præſtitit? Utrum confuſio & obſcuritas formidatur? At unicus elementorum mathematicorum liber decimus, confuſione & obſcuritate omnes Juſtiniani pandectas facilè ſuperabit. Et inventus tamen eſt, qui non modò hominum nulla laude invitatus, imò contumelia affectus, confuſionem & obſcuritatem non decimi tantùm, ſed omniũ omnino elementorum alacri animo devoraret. An præſtãtiſsimos Franciæ jureconſultos idem experiri nefas erit? Utrum Jacobus Cujacius, ut pro multis millibus unũ nominem, viribus ſuis imparem provinciam iſtam judicabit? Certè imparem atque inferiorem, cùm nullus adhuc tam deſertus in tota tot legum vaſtitate angulus fuerit, quem non ingenii doctrinæque luce perluſtrarit. Confuſio igitur & obſcuritas in romano jure nequaquam tanta eſt, ut latinè græceque peritum, ut in rhetoricis, logicis, mathematicis, phyſicis, politicis verſatum, ſed maximè omnium in logicis exercitatum, deterreat: & tamen nobiles animos pudor hic excitare debeat. Nam ſi de barbariſmo, de figura, de ſyllogiſmo quæſtio in forum veniret, ad peritos artis referre, opinor, pudeat, quia hæc ingenuè educatum ſcire æquum ſit. De herciſcunda familia, de dirimendo lucro damnove, de regundis finibus aut figurandis, de pariete caduco, de ſtructuris ad perpendiculum exigendis, deque ſimilibus mathematicis problematis ad peritos artis referre, id eſt de principiis ingenuæ doctrinæ dubitare, quid Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis judicio fuerit? Utrum Verres ille redierit è tertia Verrina ἀγεωμέτρητος, ideoque Ciceroni deridendus? Tu Verres (ajebat) architectus Prætori, hic quod moliare nihil habes, niſi fortè vis ad perpendiculum columnas exigere: homo (ait orator) omnium rerum imperitus, quærit quid ſit ad perpendiculum. Itaque ne Verres ſæpius à Cicerone derideatur, jura & leges duodecim tabulis francico ſermone francia deſcribito. Nulla quondam Athenis & Lacedæmone, nulla etiam Romæ in Conſſ. repub. cognoſcendis juris academia fuit. Legiſlatores

illos in

illos in astris ponimus: Imitemur igitur eorum sapientiam: academia juris audiendi nihil opus erit: Tumque ætatis ad mathematicas artes perdiscendum satis superque fuerit. Tempus peregrinis legibus, & plerunque nihil ad patriæ mores pertinentibus consumi solitum, liberalibus artibus impendatur, æquitatis ac justitiæ fontes illic invenientur, quique grammaticas, rhetoricas, logicas, mathematicas, physicas, politicas Aristotelis & Platonis, Euclidis, Mosis & Pauli leges didicerit ad controversias civium dirimendum, non multas præterea leges requiret. At, sancte deus, si quis unquam vel in Græcia vel Italia gloriam istam conformatæ jurisprudentiæ adipisci potuit, tu, meo judicio, unus es Michaël Hospitalis cancellarie præstantissime, cujus non solùm consilio, & omnium nobilium artium intelligentia, sed integritate atque constantia regni tot miseriis afflicti status retinetur & conservatur: Tibi in tot periculis turbulentissimæ tempestatis mens illa Catonis nunquam defuit, ut á recto metus ullus te abduceret: Tessera denique tua fuit illa,

Ὀρθὰν τὰν ναῦν, ἄπαξ θανεῖν.

Tu, inquam, unus es, qui tantùm opus præstare possis: nisi forte & jam præstiteris, sed tibi, nondum patriæ. Verùm ad mathematica redeo. Respub. beatas fore, dixit Plato, cùm reges in ea philosophabũtur, aut philosophi regnabunt. Tantùm veró boni nunquam patriæ equidem invidebo, sed magistratibus philosophiæ tantum optabo, quantum vel septem annis percipi in tenera ætate possit ad ingenuitatem animi, ad jus suum cuique justius tribuendum reddendumque, ad fraudes cavendum & evitandum. Dixit idem Plato τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, ut qui in regenda rep. idem faciant, se divinorum studiorum imitatores esse recordentur. Itaque nihil hic opto, quod principibus, regibus, summis gentium imperatoribus didicisse gloriosum non fuerit. Quæ cùm ita sint, veniat jam Aristippus, veniat Epicurus & mathematicas artes, ut inutiles, cavilletur: Certé in Germania calumniator nõ audietur: Aristotelis stomachus protinus objicietur: Mentiris Aristippe, nec enim si mathematicæ artes verbo pulchrum aut bonum non appellent, opera autem & rationes demonstrent, idcirco de bono & pulchro nihil profitentur. Præstantissima siquidem pulchri & honesti species est in ordine, symmetria, comprehensione, quæ mathematicis artibus præcipuè demonstrantur. Hoc argumento mathematum gloria adversus calumniatorem ab Aristotele defenditur. Aristippus, inquam, in Germania non audietur, imó flagris, si in illas cathedras irrepserit, expelletur. Tulit olim Germania Bonifacios & Utilones, hodie non ferret. Veniat Epicurus, & in Platonis academia mathematicas artes cavilletur. Plato, ait Tullius, é figuris planis circulum, é solidis globum pulcherrimum esse censebat: Epicurus tanquam præ se ferret se expertem esse doctrinæ, & tanquam quoddam novum oculorum judicium haberet, conum sibi ajebat & cylindrum & pyramidem pulchriorem videri. Sed, ait stoicus ille Ciceronianus ad Epicureos, Hæc non videtis, quia nunquam eruditum illum pulverem attigistis, ne hoc physici quidem intelligere potuistis, hanc æqualitatem motus, constantiamque ordinum in alia

figura non potuisse servari. Itaque nihil potest esse indoctius, quam quod á vobis affirmari solet. Nec enim hunc ipsum mundum pro certo rotundum esse dicitis. Nam posse fieri, ut sit alia figura, innumerabilesque mundos, alios aliarum esse formarum, quæ si bis bina quot essent, didicisset Epicurus, certé non diceret. Sed dum palato quid sit optimum, judicat, cæli palatium, ut ait Ennius, non suspexit. Quamobrem mathematicæ calumniatores erubescant aliquando, & inutilitatem falso criminari desinant, calumniæ periculum gravius ipsis impendet quám arbitrentur. Nihil isto loco licet adversus Cyclopas & Polyphemos terrendi caussa mathematicis miraculis abutar. Columbus mathematicus insignis militari seditione in insula jamaica laborabat, Jamaicensibus propterea ipsius mandata despicientibus, syderis defectus instabat mathematico notus, denuntiat barbaris cælestem vindictam postridie sensuros esse. Itaque cum dicto die barbari lumen cæli deficere animadverterent, tacti religione protinus imperata faciunt. Strategemate ejusmodi non abutar, verum proponam. Nostine igitur ὁμηρομάστιγα,

Ingenium magni livor detrectat Homeri
Quisquis es, ex illo zoile nomen habes.

Hic cum sua in homerum scripta Ptolemęo regi recitasset, rex indignatus nihil ei respondit: Cumque Zoilus inopia pressus á rege subsidium vitæ peteret: Homerus, rex ait, multos pascit: quare tu qui illo doctior es, saltem te ipsum pasce: Tandem Zoilus parricidii damnatus, jussu regis cruci affixus est. Quid mathesis? quid Aristippe tibi faciet? Zoilus poëta fuit, & poëticæ laude Homerum superare contendit: tu mathematica ignorantia etiam te gloriosum facis, dum palám mathematicas artes sine fine, sine populari usu esse clamitas, & tamen doctrinæ atque eruditionis nomine regibus commendari cupis? Quid si Carolus Ptolemæum imitetur, tibique respondeat, Mathesis innumerabiles toto terrarum orbe mortales pascit, ejusque professoribus honoris ergó stipendium proposui: Tu mathematicam ut inutilem calumniãdo, & omnis ingenuę scientię initia ignorando, mathematicæ eruditionis fructum in mathematicæ calumniæ præmium requires? Sed reliquam Ptolemæi indignationem prætereo, pœnas illas non persequor: pœnas tamen calumniatori calumniæ suæ debitas proponam. Etenim si Aristippo, si Epicuro mathesis suas vires ac facultates velut ingratis nebulonibus detraxerit, quæ bestia miserabilior excogitari poterit? Numerare rerum suarum nihil poterunt, nullam rationem rei cujusquam cum quoquam habebunt, nil ratione ac proportione factum judicabunt: neque stare loco, neque moveri poterunt, nil pulchrum, nil turpe symmetriæ atque asymmetriæ sensu detracto percipient: Fraudulento mensori cuilibet ludibrio erunt: de fructibus illis innumerabilibus antea commemoratis nullum gustabunt. Verùm Aristippus iste varius homo est, modo scholasticus, modo aulicus. Vituperat alio loco mathematicas artes in odiũ patroni, apud alios alia personæ alterius gratia mirificé collaudabit, & personata philosophia placet homini,

Omnis Aristippum decuit color & status & res.

Etenim

Etenim Aristippus, ut est apud Vitruvium in prooemio libri sexti, naufragio facto, cúm ejectus ad Rhodiensium littus animadvertisset geometrica schemata descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur: Bene speremus, hominum enim vestigia video. Ergo mathemata afflictum Aristippum laudatorem habent, & spe humanitatis consolantur. Sed Aristippos nil moremur: nec Aristipporum similes deliros nescio quos, quibus mathemata putida atque odiosa sunt,

Vel quia nil rectum, nisi quod placuit sibi, ducunt:
Vel quia turpe putant parêre minoribus, & quæ
Imberbes didicêre, senes perdenda fateri.

Solidas illas é mathematicis artibus, & per universam vitam diffusas utilitates recordemur: ad reliquas disciplinas physicas politicas thelogicas percipiendum, ad infinita belli pacisque opera conficiendum. Quamobrem Catharina Medicea, vides improbis calumniis honestissimas artes & utilissimas ab ignaris, ideoque scientiæ inimicis accusari. Quare

Tu ne cede malis, sed contra audentior ito
Quò tua te fortuna vocat. —

Catharinæ gymnasium, id est mathematis omnibusque laudandis artibus hospitium instaurato, & ut Laurentius Græciam antiquis authoribus spoliavit, sic Germaniam mathematicis quibusque instrumentis spoliato, tuamque bibliothecam opimis illis spoliis exornato, ut non solúm exquisitis libris, sed commodis librorum instrumẽtis bibliothecas omnes longissimé superet: Imó veró á Carolo rege filio impetrato, ut in omnibus christianissimi regni academiis mathemata ante physicam & politicam doceantur, neque regia liberalium artium privilegia cuiquam nisi mathematicis artibus erudito & instructo concedantur.

LIBRI SECUNDI FINIS.

P. RAMI PROOEMII MATHEMATICI, LIB. III.


HACTENUS utilitatis quæstio disputata est, obscuritatis multo major difficultas est reliqua: potest enim dici, ut jam prædictum est, utilitatem quidem mathematicæ certam esse, sed tantis obscuritatibus obsitam, ut spes assequendi nulla sit. Equidem si mathemata obscura esse negem, non satis verecundê dicere videar. Quis ignorat (ait orator) ii qui mathematici vocantur, quanta in obscuritate rerum & quám recondita in arte & multiplici subtilitateque versentur? Nihil igitur dissimulabo, fateor quindecim libris elementorũ nihil unquam humana manu obscurius scriptum esse: fateor etiã cúm ad Euclidẽ pervenerim, antecedentium artiũ studiũ, jocum & ludũ nõ studiũ mihi visum esse: elemẽtis veró mathematicis qui daret operã, eũ serio studere ac discere, hic veré esse μάθησιν καὶ μαθητὴν disciplinã & discipulũ. Nusquã animus magis excitatus & erectus, magis ad rem attẽtus conver-

susque, nusquam judicium acrius, nusquam memoria promptior constantiorque exigitur. Potes grammaticam & rhetoricam ita perdiscere, ut earum quælibet opera prompte ac memoriter exequare, qui arithmeticas & geometricas commentationes prompte ac memoriter semoto pulvere atque abaco præstare posſit, hominem arbitror esse neminem: cujus obscuritatis ac difficultatis argumentum illud est, quod ab Euclide duo fere annorum millia elementis nihil omnino detractum vel additum: quamvis ex elementorum demonstrationibus à Theone nonnihil immutatū sit, quamvis à summis authoribus alia quædam sint elaborata, στοιχείωσις tamen eadem permansit. Quid plura? veré quidem affirmare possum studium omnino nullum esse, nisi mathematicum, discipulumque omnino nullum esse, nisi mathematicum. Nec immerito principia studendi, elementa discendi à philosophis illis veteribus Pythagora, Platone, Aristotele in mathematis esse constituta. Verumtamen, ut Plutarchus adnotavit, obscuritas ista ubi semel initio devorata sit, ridicula videtur: & miramur id principio nobis perobscurum fuisse, quod perceptum, facillimum imo jucundissimum gratissimumque accidat. Ergo labores mathematicos, ergo studia mathematica demonstrant illæ voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis, Archimedis, Persei sacrificiis declaratæ. Verumtamen obscuritas ista, quæ mathematicis artibus tantopere objicitur, majorne est aut gravior logicæ analyseos, aut physicæ acroaseos obscuritate? At utraque obscuritas illa tum logica, tum physica in cathedris & scholis omniū academiarum sine querimonia versatur: imó Aristoteles ipse de industria obscurus esse à suis interpretibus prædicatur. Quid igitur Euclidis potius, quam Aristotelis obscuritas improbatur? Præmia, inquies, à regibus Aristotelecæ philosophiæ, non Euclideæ mathematicæ proposita sunt. Et munera, inquam, utilitatum tam variarum jam tibi sunt proposita: & tamen privilegia regia mathematicis artibus platonicus Apollo aliquis impetrato, ut perinde Euclidis atq; Aristotelis obscuritas toleretur: & veró voti hujus compotē spero brevi Parisiensem academiam fore. Quapropter quid vetat nostro marte adversus istam obscuritatē tanquā formidabilem pueris empusam decertare? quin etiā certamē hoc præcipuum alacriter expetere ac deposcere, nedū recusare? Etenim quo majore & illustriore argumento agricola agriculturam, nauta nauticam, medicus medicinā probaverit, quam si asperum agrum araverit, mare fluctuosum navigaverit, morbū periculosum curaverit? Omniū porró artium difficillima & obscurissima est mathematica, inquis. Ergo si logicus es, si perspicué docendi artē tenes, quid dubitas, aut quem locū probandæ artis insigniorē expectas? hæc materies de tuis in logica studiis dijudicabit. Quapropter hoc onus nostris humeris imponamus. Et quidē ut fiduciæ meæ expressa signa teneantur, volo, ut medici solēt ante morbi curationem, caussas ipsius & symptomata penitus intueri, ut de remediis cōtrariis spes amplior animo capiatur: obscuritas alia doctrinæ est, alia doctoris. Potest enim rerum natura, quæ præceptis traditur sic occulta esse ac recondita, ut facilis effici ægrē posſit: potest cōtra doctoris esse culpa, neq; perspicuo sermonis genere loquentis,

quentis, nec distincta & facili via procedētis. Colores alijs alij sunt obscuriores vel illustriores: sed tamē sunt omnes certo situ certaq; luce visibiles: Ita de mathematis statuo esse, illa quidem acuta subtiliaque, sed tamen modo quodam doceri instituique posse, ut minore multo labore ac difficultate perdiscantur. Atq; id omnino studium mathematicæ philosophiæ doctoribus video propositum fuisse. Sic enim Pythagoræ Hippocrates, Hippocratis Leo, Leontis Theudius, Theudij Hermotimus, Hermotimi Euclides, Euclidis Theon στοιχείωσιν retexuit & emendavit. Virtutes igitur illorum mathematicæ procerum æmulemur & imitemur: neque varios Aristipporum latratus pertimescamus. Grammatici inquiunt rhetores, logici antea tibi in tua professione displicuerunt: mathematici etiam modó displicent. Etenim vereor ne prævaricatores istos ad meam laudem de meo sinu apposuisse videar: attendant igitur importuni reprehensores quid hîc de mea professione, deque professionis caussa & origine respondeam, pauca ex ijs repetam, quæ libris alijs copiosissimé à nobis disputata sint. Socratis sapientia, vel Apollinis oraculo notissima est, inter cuius laudes vel illa insignis ac præcipua fuit, artium liberalium fines ad humanæ vitæ fructum referre, ut homines his artibus instructi prudētius de rebus agendis deliberarent, paratiusque deliberatas ac promptius exequerentur ac conficerent: nimium in scholis esse documentorum ac librorum, id est subtilitatum atque argutiarum inaniū nimium: nautas, architectos, agricolas non fieri altercando de præceptis nauticis, tectonicis, georgicis: sed cum artes breuiter intellectæ essent, nauigando, ædificando, arando, id est, opus artibus descriptum faciendo & exercendo. Sic Grāmaticę, Rhetoricæ, Logicæ fructum bene loquendo, dicendo, disserendo metiendum ac terminandum esse: mathematum quæ tum præcipué ferebantur, cognitionem illam quidem imprimis ingenuam & liberalem, sed usum potiorem esse & antiquiorem: arithmeticam ad mercium, ponderum, numismatum permutationem, metallorum rerumque physicarum permistionem, vectigalium publicorumque munerum rationem ac judiciorum proportionem: Geometriam ad mensuram magnitudinum, ad architecturam urbium, castrorum metationem, acierum & præliorum instructionem: musicam ad mores regendum & temperandum: astrologiam ad nauticam, medicinam, agriculturam expetendas esse. Hanc Socraticam philosophiam cùm è Platone & Xenophonte didicissem, & in Academiam Parisiensem induxissem, Socratis miseriam & calamitatem mirabilem mihi conciliaui, judicijs omnibus, pro impudente & ignaro calumniatore, pro impio etiam damnatus: religionis enim fundamentum nonnulli, tum in scholasticis sophismatis collocarant: scribere quicquam aut loqui publicé priuatimque prohibitus. Id fuit manus & linguam velut amputare: denique Socratis præter cicutam nihil nobis admodum abfuit. Verum Deus optimus, qui scit quamobrem ab ipso geniti procreatique simus, judicii huius exitum perduxit ad Henricum regem é quo soluti & pristinæ docendi scribendique libertati restituti sumus: imó veró regia professione ornati, quo non solum liberius, sed liberalius atq; alacrius institutam socraticæ philosophiæ quæ-

stionem persequeremur: itaque liberali regioque præmio atque honore invitati diligentiam, curam, mentem denique totam adhibuimus in artium liberaliũ usu exquirendo, in supervacuis argutiis secernendis. Quare, si dicerent reprehẽsores nostri, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philosophorum, Mathematicorum errores severê notauit ac reprehendit, verum illi quidem dicerent. Tum veró si adderent, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philosophorum, Mathematicorum laudes virtutesque quam magnificentissimê potuit, extulit atque commendavit, multó verius etiam dicerent: id enim vigiliis & laboribus nostris propositum præcipuê fuit é via ingenuarum disciplinarũ, spinas, silices cæteraque studiosæ juuentutis impedimenta tollere, ut iter planũ, simplex, expeditum, directum esset, quo facilius ad laudandarum doctrinarum non intelligentiam modo, sed utilitatem & fructum perveniretur. Hæc veræ & antiquæ Philosophiæ & Aristoteli supra Philosophos omnes uni probatæ sacro sancta lex est: amicus Plato, amicus Socrates, magis amica veritas: & tamẽ istius antiquæ philosophiæ severitas nulla unquam in arte major quam in mathematis fuit, in quibus nulla authoris cujusquam quantumlibet præstantis atque excellentis authoritas pro argumento fuerit: ratione opus est, eaque necessaria, secus ignorantia judicatur. At grave & periculosum certamen nobis subeundum esse video. Euclides enim duo fere annorum millia existimatur toto terrarũ orbe ab omni reprehensione liber & sacrosanctus fuisse, & si quid post homines natos solidæ scientiæ comprehensum & animadversum est, id Euclidi uni acceptum refertur. Itaque Aristippus veritus ne reliquum calumniæ suæ tectorium aperiatur, contra talem doctorem, talemque doctrinam dicere, permagnæ temeritatis planeque capitalis insolentiæ esse clamitabit. Quapropter Hegetorides ille Thasius apud Polyænum nobis in mentem venit, Thasum oppugnabant Athenienses: legem jusserant Thasii: qui scripserit fœdus cum Atheniensibus faciendum esse, morte multator. Hegetorides Thasius videns multos ciues perire diuturno bello ac fame, laqueum injiciens collo, venit in concionem. Viri, inquit, Thasii me quidem, ut vobis libet, & quemadmodum vobis prodest, utimini: at reliquos & superstites cives mea morte conservate, legẽque hanc antiquate. His auditis, Thasii & legem abrogarunt, & Hegetoridem incolumem servarunt. Ita mihi accidit in hanc concionem prodeunti aduersus Euclidem legibus omnibus judicio multorum mortalium superiorem, ut videar maledictorum & probrorum pondus Aetna grauius collo trahere, verúm pro communi mathematum salute maledicta & opprobria quælibet subeunda sunt. Quanquam ea me dicturum confido, quæ non modo veniam facto nostro, sed gratiam sempiternam mercantur. Enimveró jam de Euclide vel Theone (pro eodem enim uterque nobis esto) tam magnificê sentio, quam Hippocrates sensit de Pythagora, Leon de Hippocrate, Theudius de Leonte, Hermotimus de Theudio, Euclides de principibus illis omnibus, Euclidisque elementa nobilia, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Archytæ, Platonis, Aristotelis, & reliquorum inventa esse

statuo: neque ullum in totis elementis mathematicum Euclidis errorem propono. Nullus enim paralogismus, nulla ψευδογραφία, in totis elementis, nobis quauquam severè inquirentibus animadverti potuit: quam laudem singularem esse profiteor, quanque nulli adhuc neque Grammatico, neque Rhetori, neque Logico concedere potui, ut in Grammatica, Rhetorica, Logica nihil falsi docuisset. Quomodo igitur tantus mathematicus mathemata non bene docuit? quomodo in iis instituendis erravit? Atqui, inquam, vel summis artificibus facillimum est in alieno artificio aliquid offendere. Visus est optimus judex colorum, at coloris specie deceptus è bile mel esse judicabit: mel autem & fel non sunt judicio visus subjecta: tactus est certissimus judex calidi, frigidi, sicci, humidi: at complicatis digitis ex uno lapillo plures esse judicabit: numerus enim non est tactus cognitioni subjectus: sic summo cuilibet artifici in alieno artificio peccare facillimum est. Apelles summus pictor fuit, Philo singularis architectus, Tiphys eximius nauclerus: attamen facillimè labi, tum in architectura & nautica Apelles, tum in pictura & nautica Philo, tum in pictura & architectura Tiphys potuêre: Dissimiles & diversæ sunt artes: in una exercitatus, potest in alia rudis esse. Chrysippus valentissimus logicus habitus est, ut Euclides, ut Theon mathematici præstantissimi, utque Chrysippus in mathematicis errare, sic Euclides in Logicis offendere tam facile potuit. Mathematicam didicerat, Logicam non item. Et quidem vitia quædam Mathematica nominatim in Aristotelis Logica notantur: quæ tamen Euclides in elementis est sequutus, ut certum argumentum sit Euclidi Logicam Aristotelis ignotam fuisse. Itaque obscuritas, quæ in Mathematicis elementis accusatur, non est doctrinæ totæ, sed magnam quidem partem est doctoris. Agedum de obscuritate & difficultate Euclideæ στοιχειώσεως quæratur, neque veró quæstio hæc est: imo Euclidi viuenti præsentique objecta. Quid enim aliud fuit Ptolemæi regis problema? aut quid aliud quam στοιχειώσεως obscuritatem querebatur? Itaque regis cum Alexandro rege liberalibus disciplinis & Mathematicis, summo illo doctore Aristotele, eruditi, tum in Aegypto doctissimorum Mathematicorum principis judicium cum Euclidis judicio comparetur; fac Ptolemæum vel ex Aristotelis schola, faciendarum artium leges & vias, vel á sacerdotibus Aegyptiis etiam speciatim de Euclideæ στοιχειώσεως statu edoctum, id ab Euclide percunctatum esse, in re nihil interest, quoniam & hodie idem quæri potest. Obscuritatis igitur & difficultatis Euclideæ caussas exquiramus, & Ptolemæi regis gratia στοιχείωσιν clariorem & faciliorem veterum στοιχειωτῶν exemplo meditemur. Regius sum professor, & professionis regiæ proprium fuerit regiam caussam, tam nobilem præsertim & ad omnia regna pertinentem, omni studio diligentiaque considerare: & tamen quæstionis & considerationis nostræ leges ratas & confessas esse necesse est. Nam si qui disceptant inter sese legibus contrarii sint, nunquam judicium recte atque ex ordine constituetur. Tu Atheniensis es, ego Lacedæmonius

nius ſum. Ambo legibus patrię obſequuti eiſdẽ de rebus diverſa judicia facie-
mus. Hic hominum communis error latiſsimé pervagatur. Quinque & viginti
perpetuos annos pro artium veritate & utilitate adverſus infinitos mortales di-
ſputaui: neque adhuc mihi obſtitit quiſquam qui logicis legibus judicium ſuũ
conformaret: ſed ſcriptoris conſilium, voluntatem, authoritatem, & quamlibet
potius vanitatem quám logicam legem reponeret. Noluit Quintilianus: Cõſi-
lium Ciceronis non fuit, Non intelligis Ariſtotelis voluntatem, ita nunc objici-
tur, neſcis quid Euclidi fuerit propoſitum, an tu acutius vides in conſtituendis
artibus, quám præſtantiſsimi artifices & tot ſæculis conſecrati viderunt? Hanc
logicam in adverſariis meis expertus ſum. At (inquam) ſi diceres, logica id non
vult: conſilium logicæ longé aliud eſt, non tenes logicæ mentem, logica nil acu-
tius ad recté iudicandum, audirem philoſophi vocem. Ac iſtam ſophiſticam ad
tuendum barbariſmum aut ſolœciſmum contra Grammaticæ leges factum pro
ferre pudeat: quæ ad graviſsimos elenchos defendendum adverſus logicæ artis
leges factos tam obſtinaté á diſſolutis neſcio quibus andabatis affertur. Anda-
batæ enim ſic oculis clauſis præliantur, ut iſti nullo generali & logico judicio,
ſed alieno tantum ſenſu atque exemplo ad probandum vel improbandum mo
uentur. Hoc igitur præcipué poſtulo, ut quæſtio certis legibus atque inter reos,
quorum res nempe agitur, id eſt inter Ptolemæũ & Euclidem conceſsis & cõfeſ-
ſis diſceptetur. Quæ ſunt igitur bene docendi leges Ptolomæi? quæ ſunt leges
Euclidis? Certé prorſus eædem: Logica nempe una eſt omnium artium, omniũ-
que artificum communis. At ne qua ſuſpicio ſubeſſe poſsit, á Proclo Euclidis pa
trono repetamus. Quid igitur hic Proclus ait? quas bene conſtituendæ & faciẽ-
dæ diſciplinæ leges habet? Totam ſané Ariſtotelis logicam hac de re diſputans
in cõmentarios ſuos effudit: de materia artis, de forma artis, ſed involucris qui-
buſdam ſic implicatam, ut vix poſsit agnoſci. Res igitur explicetur á nobis & il-
luſtretur. Caput eſt Procli undecimum totum in primo commentario, quæ á ma
thematico poſtulanda ſunt, ubi terminos mathematicæ materiæ definit. Quid-
quid mathematicus docebit, ait Proclus, neceſſariis rebus addicet, & iis rationi-
bus, quæ redargui non poſsint. Illud eſt Ariſtoteli κατὰ παντὸς de omni. Deinde,
ait, res cognatas & homogeneas explicabit, nec alienum quidquam aut ſuper-
vacuum docebit, ut rectane pulchrior quám peripheria? Illud eſt Ariſtoteli καθ'
αὑτὸ, per ſe, idemque exemplum, ſed & illud Ariſtotelis multó clarius. Arithmeti-
ca doceantur arithmeticé, ait Ariſtoteles, geometrica geometricé: ſecus, geome-
tricum in arithmetica ſit ἀνάριθμον, arithmeticum in geometria ſit ἀγεωμέτρητον.
Tertio, ait Proclus, mathematicus generalia generaliter, ſpecialia ſpecialiter de-
clarabit, ut externos rectilinei angulos æquales eſſe quatuor rectis, generale eſt:
tres trianguli interiores æquales eſſe duobus rectis, ſpeciale. Itaque illud gene-
raliter de rectilineo, hoc ſpecialiter de triãgulo. Illud eſt Ariſtoteli καθ' ὅλου πρῶτον,
univerſaliter primum. Concludo igitur iſtas leges Procli de elementis mathe-
maticis examinandis & probandis Ariſtotelis logicas leges eſſe, & ex Ariſtote-
lis libris depromptas, ut elementa ſint neceſſaria, homogenea, propria: poſtre-
mo

mo Proclus lib.2.cap.7. ait, Tollendum eſt quicquid ſupervacuum fuerit: impedimentum enim id eſt doctrinæ: omnia autem eligenda quæcunque rem propoſitam complectuntur atque conſtituunt. Quare Logicæ de materia artis leges Ptolemæi & Euclidis ſunt leges: nec aliam ſyllogiſmi logicam vel Euclides vel Ptolemæus habebit, cum quæſtio de hac differentia nulla adhuc fuerit. At fortaſſe aliam univerſorum elementorum methodum, alium ordinem, aliud judicium, & ab Ariſtotelis methodo, ordine, judicio diverſum Proclus ſequitur. Minime gentium. Sed Ariſtoteleus hic item totus eſt: valde tamen eſt confuſus & variis locis diſperſus. Sex enim diverſis capitibus hanc methodum uſurpat. Primus locus eſt lib.1.cap.2. é Philæbo Platonis aſſumptus de methodo, quæ intra duos terminos πέρας τε καὶ ἄπειρον finitum & infinitum mathematicam complectatur. Illud enim πέρας eſt in Ariſtotelis organo γενικώτατον generaliſsimum: ἄπειρον veró ἄτομα individua ſignificat, quorum intermedia ſunt ὑπάλληλα ſubalterna. Hæc, inquam, mutatis verbis apud Platonem methodus eſt Ariſtotelea. Secundus Procli locus eſt lib. 1 cap. 3 quod pulchritudo & ordo ſit mathematum communis: ubi proponitur μέθοδος ἀναλυτικὴ & συνθετικὴ á notioribus ad ignotiora, & ab iis ad illa reditus. At prior illa á notioribus ſola univerſæ eſſe diſciplinæ poteſt, poſterior unius tantûm elementi & ſingularis quęſtionis eſſe poteſt, ita tamen ut elenchus ſit in doctrina, quia ab ignotioribus progreditur. Atque unica eſt doctrinæ methodus, ſicuti in logica ad caput de methodo adverſus Galenum & reliquos Ariſtotelis interpretes copioſé diſputatum eſt á nobis. Tertius locus lib.1. cap. 4. nomine primæ philoſophiæ, quæ cæterarum artium principia conſideret, ubi & eadem illa methodus multiplex mutatis verbis valde obſcuratur. Quartus eſt lib.1.cap.7. de viribus mathematicæ, ubi primus de duobus terminis locus, & ſecundus de methodis repetitur verboſê admodum. Quintus locus eſt lib.1. cap.4. ſumptus é republ. Platonis, quod dialectica ſit θριγκὸς καὶ σύνδεσμος vallum & vinculum mathematum, ubi ſuperiorum plurima eadem rurſus accumulantur. Sextus locus eſt lib.2.cap.2. in multitudine methodorum ἀναλυτικῆς, συνθετικῆς, ubi ἀποδεικτικὴν addidit & ὁριστικὴν demonſtrativam & definitivam, quę ſingulorum elementorum logicam indicant, non complectuntur univerſæ στοιχειώσεως formam, de qua ſola modo quæritur. Definitio enim & demonſtratio non eſt unica totius artis omniumque partium, ut eſt unica methodus & unica forma, & tamen de apodictica Ariſtotelis quâm horribile commentum ſit, in apodicticis ipſis copioſê dictum eſt á nobis: ut demonſtrationis (quam ſomniaſſet Ariſtoteles) neque materia neque forma eſſet ulla, utque omnium liberalium artium teſtimoniis & exemplis refellatur. Quamobrem de doctrinæ ordine & via, id eſt methodo, Proclus cum Ariſtotele conſentit, legeſque bene conſtituendæ & faciendæ artis Ariſtoteleas probat & laudat, quod etiam poſtea magis intelligetur: Et ſi Proclus omnino de iis legibus taceret, imó verô etiam ſi diſſentiret: attamen ſi bene loqui vis, Grammaticæ bene loquendi: ſi bene dicere vis, Rhetoricę bene dicendi leges tibi ſeruandæ ſunt: Ita ſi bene docere vis, bene docendi ars tibi tenenda eſt. Atqui ars illa docendæ ar-

tis logica singularis & unica est, neq; exceptioni ulli vel excusationi cōtra leges illas ullus locus esse posit: numeratio vel dimēsio contra leges vel arithmeticæ vel geometriæ facta, nunquam arithmetica vel geometrica dicetur, quacunq; de caussa paralogismus aut ψευδογραφία cōtigerit. Sic doctrina cōtra catholicas logicæ leges informata, logica haberi nullo modo posit, quancunq; elenchi & sophismatis occasionē prætexueris, nihil consiliū, voluntas, libido, authoritas hominū cōtra leges istas audienda sit: logica perpetuis analogiis constat, anomalias nullas habet, neq; authoritas rationis, sed ratio authoritatis regina dominaq; esse debet. Bene itaq; res habet, atq; hoc nobis fundamentū esto, fundamētum inquā, é legibus partium cōsensu receptis atq; approbatis positū & locatū. Mathesis legitima cōplectitur mathemata necessaria, homogenea, propria, ordine que á natura prioribus disposita. Lex ista est instituti inter Euclidem & Ptolemæum judicii, hæc syllogismi est propositio. Agite dum assumptio cōsideretur. Si nihil Euclides in elementis & singulis & universis cōtra leges istas aberravit, regiā viam tenuit. Sin multa in singulis, plura in totis & universis ab eo contra has leges cōmissa sunt, Ptolemæus jure aberrantē in viā revocabit. Id igitur attētis animis agatur. Proclus paratū se atq; alacrē præstat in assumptionis hujus assertione, omninoque profusus est in Euclidis non dico excusatione, sed exornatione & cōmendatione. Sic logicā ejus extollit atq; exaggerat, ut delectus vel ordo accuratior in elemētis optari posse non videatur. Et quidē de scholis omniū artiū ac professionibus nulla cōstantiorē logicā ut prædixi, tenuit quàm mathematica: sola mathesis errore falsitatis in totis elementis caruit: de grāmaticis, rhetoribus, logicis id affirmari non potest. Mathematicici verū sibi confirmandū religiosé proposuerūt, legēq; illam de logicis primā κατὰ παντὸς sancté coluerūt: attamē præter eam legē nullam admodùm coluerūt. Itaq; laudes quas Proclus cōmemorat, neq; posit neq; velit Euclides agnoscere. Rē confusius ab eo descriptam distinguemus, & gradatim persequemur, expendemusq; in singulis rebus nō solùm Euclidis, sed Procli judiciū: multis enim nugis hic interpres elementa mathematica refersit, quarum præcipuas breviter attingam. Primo loco quęstio est de origine mathematū. Proclus verbosissimê disputat lib. 2. ca. 4. & 6. adversus Platonem & Aristotelē mathematicas artes ab hominibus sensuū beneficio neque observatas neq; inventas esse, sed á natura insitas & ingeneratas, quia á sensibus nulla accurata & invincibilis ratio demōstratioq; oriri posit, quia sensilia sunt posteriora intelligibilibus, quia mens est nobilior sensu & præstātior. Pythagoras summus philosophus fuit, ut antea patuit, sed quod de Platone & Aristotele dictū est, non semper Pythagoras: metēpsychosin immortaliū animorū é corporibus aliis in alia corpora cōmentus est: unde absurda permulta sunt consecuta, ut ista sunt, quæ modó Proclus cōmemorat. Proclus igitur pythagoreorū somnia verbosissimé ca. 1. li. 2. repetit: unde cōcludit animū mathematici generis authorem parentemq; esse, qui á divina mēte delibatas omnium rerum species non solùm mathematicas acceperit. Itaq; mathemata singularibus formis antiquiora esse in animis, neq; ut Aristoteles putavit, animū hominis esse ta-

bulam

bulā nudā,ſed mathematicis rationibus pictā & ornatā, ſeq́ʒ ſuapte natura pin-
gentē & formis omnibus exornantē. Sed enim iſta Procli argumenta valde jeju
na ſunt,& in analyticis primó,deinde multo copioſius in metaphyſicis refuta-
ta,ubi hac de re abūdê dictū eſt á nobis ē ſentētia Platonis & Ariſtotelis,animo
facultatē omniū rerū percipiendarū á Deo & natura datā eſſe,ut oculo facultatê
omniū colorum cernendorū, non autē animo formas rerū:ut nec oculo ſpecies
colorū:ut tamen Pythagoras nimiū videtur iſtā percipiēdę diſciplinę in animis
noſtris facultatē auxiſſe, ſic Ariſtoteles fortaſſe imminuiſſe nimiū:præſertim cū
Ariſtoteles ipſe naturales virtutes & naturalē logicā dicat,ut non tantū faculta-
tes virtutū & artiū,ſed initia quædā & ſemina noſtris animis attribuat: nec ani-
mus tabula planê nuda ſit, ſed pigmētis etiā quibuſdā & lineamentis naturali-
ter aſperſa. Quare pythagoreis hîc nōnihil ignoſco animi immortalitatē,proin-
deq́ʒ divinā facultatē pauló cupidius efferentibus : Procli veró elenchū impro-
bo,qui melioris ſententiæ juſtiorisq́ʒ judiciū á Platone & Ariſtotele propoſitum
repudiarit. Verūtamen Proclus etiā novum ad hanc quæſtionē argumentū attu
lit:ad pythagoreā enim ἀνάμνησιν,recordationē nominis etymū retulit.li.1.ca.15.
Hoc autē ipſum mathematicæ & mathematū nomē, quærit undenā á veteribus
inditū his diſciplinis dixerimus,& quamnā probabilē rationē habēt? Reſpōdet
non vulgo id nomen,ut cætera,factū eſſe,ſed á pythagoreis impoſitū ē recorda-
tionis argumēto,quód omnis quæ dicitur diſciplina, recordatio eſt,ſed ea præ-
cipuê, quæ matheſis appellatur, quæq́ʒ æternarū in animo rationū recordatio,
& propterea mathematica præcipué nominata eſt,ut quæ conferat notiones ad
earū recordationē. Hæc Proclus,cui ſatisfactio eadē erit,quæ fuit de origine ma
thematicæ. Recordatio iſta adhuc in nemine tā felix invēta eſt, ut ejus beneficio
ſine ſtudio & labore ars ulla præciperetur. Nomē veró ipſum pro arbitrio factū
eſt,nec ulla quidē initio excellētia,ſed proprietate:ſolę enim multis ſeculis artes
mathematicæ fuerūt. Grāmaticæ principia ad Ariſtotelē & diſcipulū ejus Theo-
dectē referūtur. Rhetoricā primus Corax & Tiſias excitavêre. Logicę inventionē
Plato refert ad Prometheū: Ariſtoteles Zenoni attribuit, qui cū Socrate diſpu-
tat in Parmenide Platonis. In logico organo Ariſtoteles ipſe licet falſó,attamē lo
gicā ſibi vēdicat,ſicut in rhetoricis inventionē & actionē. Superiorib. igitur illis
tēporib. mathematicæ diſciplinæ,ſolæ diſciplinæ pueris in ſchola tradebātur,&
ideo μαθήματα diſciplinæ vocabulo generis appellatę: atq́ʒ mathematis pceptis
tū reliquæ ex his deductæ diſciplinæ phyſica & ethica percipiebātur,ut antea pa
tuit: nomē etiā fortaſſe poſtea ppter diſciplinę ſubtilitatē & acumē remāſit,qd a-
pud Vallā Anatolius videtur dicere, cū ait mathematicas inde nominatas, qd
præ cæteris artib. doctoris interpretisq́ʒ lumē reqrāt,vixq́ʒ niſi magiſtro præeūte
pdiſcātur. Sed qd plurib. argumētis quæſtionē hāc diſputare neceſſe eſt? nōne to
tus liber primus expoſitorū mathematicorū,induſtriæ,laboris,diligētiæ exēplis
uberiorib. nō ſolū adverſus Proclū,ſed é Procli imprimis authoritate deprōptis,
docuit mathematicas artes á ſēſu,inductiōe,experiētia ad animū pfectas,nō ani
mis noſtris ingeneratas,nec beneficio recordatiōis alicujus beatę excitatas eſſe?

denique advenas esse non indigenas? Itaq; patiatur Proclus è pythagorea schola in academiam lyceumque se reduci, & Platonis hac in re Aristotelisq; philosophiã potius amplectatur: Nihil est hic κατὰ παντὸς, nil καθ' αὑτὸ, nil καθ' ὅλου πρώτον, leges deniq; positę à mathematis ista rejiciunt. Consimilis apud Proclũ quęstio est, quo de genere artis sit mathematica, ad cujus quæstionis explicationem distinguitur artis judiciiq; differentia â Proclo è Platonis philosophia, & ex Aristotelis consimili in metaphysicis doctrina triplex lib. 1. cap. 1. Prima νόησις intelligentia æternorum, incompositorum, impartibilium, individuorũ, qualis theologia sit: Secunda δόξα opinio mutabiliũ & variis compositionũ divisionumq; modis subiectorum, ut physica: Tertia διάνοια ratiocinatio, quæ sit inter utramq; media & quodammodo particeps ambarum: rerum quippe æternarum atque immutabililium, variis tamẽ demonstrationum viis ad scientiam pervenientiũ, accessionibusq; & decretionibus, divisionibusq; & interuallis obnoxiarũ, qualis est mathematica. Deniq; νοητὰ intelligibilia divinis, διανοητὰ, tãquam diceres, ratiocinabilia, mathematicis: δοξαστὰ & opinabilia physicis attribuuntur, quod rursus alia Platonis partitione â Proclo differitur lib. 1. ca. 5. & 6. quód alia sunt νοητὰ & intelligibilia, alia αἰσθητὰ & sensibilia: sed illa vel simpliciter esse νοητὰ, ut divina, vel διανοητὰ, ut mathematica: itemque hæc vel simpliciter esse αἰσθητὰ vel εἰκαστὰ imaginabilia. Eadem differentia cognitionis & judicii repetitur toto cap. 10. lib. 2. ex qua utraq; partitione Proclus concludit mathematicam esse disciplinam διανοητικὴν ratiocinativam: judicioque τῆς διανοίας & ratiocinationis dijudicari. Hæc Procli quæstio est, hæc ad quæstionem Procli è Platone & Aristotele responsio. Sed enim scholastica & quæstio & quęstionis explicatio, verbosa magis est & arguta in mathematicis, quám cõstans & logica. Etenim Procle doctissime, mitte splendida ista nomina Platonis & Aristotelis, mathematicê mecum agito, rem per se considerato. Plato & Aristoteles magni quidẽ illi philosophi sunt, sed tamen non semper magni: neq; Plato, ut dixi, semper Plato: nec Aristoteles semper Aristoteles. Primum quid hic mathematicę proprium doces? quid nõ cõmune omnium artium? Certé nihil. Idem enim de grammatica, de medicina quæri potest: Tũ veró quod ais mathematicam esse διανοητικὴν, non autem νοητικὴν, nõ δοξαστικὴν, vehementer erras. Singularũ enim artium institutio potest illã triplicẽ vel quadruplicẽ judicii dissimilitudinẽ capere. Nã cúm principia per se claramanifestaq; considerantur & judicantur, νόησις est, cũ ex his alia demõstrata & cõclusa judicãtur, διάνοια, cúm in exẽplis usus ipse nõ perinde certus est, δόξα uel εἰκασία: & sic Aristoteles ipse licet alibi aliter, attamẽ in posterioribus analyticis, unde tã multis in unũ commentariũ trãslatis, magnificus videri vis, νόησιν, διάνοιαν, δόξαν usurpat. Et quidem singulorum elemẽtorũ, si per se manifesta sunt, judiciũ νόησις est & enuntiationis solum: item singulorum exemplorum, si protinus manifesta sunt, judicium δόξα, vel enuntiationis tantúm. In cæteris elementis dubiis διάνοια & syllogismus est. Quin etiam in conclusionibus demonstrationum judicium est συλλογιστικὸν & διανοητικόν. Itaque Proclus ab Aristotele refellitur, â veritate ipsa clara & manifesta refellitur: imo veró Proclus â seipso refellitur: sic enim

postea mathematicas demonstrationes, triplices facit, τὰς μὲν νοεροτέρας, τὰς δὲ διανοητικωτέρας, τὰς δὲ καὶ δόξαις ἐφαπτομένας; alias intelligentiæ pleniores, alias ratiocinationi conjunctiores, alias viciniores opinioni: ne alio nobis argumento Proclus refellẽdus sit quàm Procli ipsius authoritate & testimonio. Quare ista quæstio, ut superiori proxima, sophisticam speciem & inanem habet, dupliciterque ê mathematicis artibus explodendam, non solúm quia sit artium omniũ communis, neque ideo καθ' ὅλου πρῶτον legem teneat, sed multo maximé quia fallax & captiosa, primæque legi κατὰ παντὸς præcipué repugnet: verùm Procli reliqua persequere. Euclides ab eo nunc geometra, nunc στοιχειώτης, tanquam diceres elementator, appellatur, per excellentiam videlicet, ut poëtæ nomine Homerum, sic geometræ appellatione Euclidem intelligamus: Appelletur sané ut poëta princeps poëtarum, sic geometra princeps geometrarum, laudo: sed quisnam hic sit, requiro. Quid tum deinde? elementum, ait Proclus lib. 2. cap. 7. tribus modis dicitur. Primo ut literæ in grammatica dicuntur elementa, unde syllaba, dictio, oratio componitur: sic geometriæ principia dicuntur elementa, unde cætera deducuntur: Secundo elementum dicitur, unde aliud confirmatur, sic antecedentes propositiones sunt elementa consequentium. At, inquam, ista significatio secunda comprehendit etiã primam. Tertio elementum dicitur, in quod cùm sit magis simplex, compositum resolvitur, quomodo Euclidis elementa facta sunt. At veré tertius hic modus cum primo convenit, nec potest elementis Euclidis convenire, quia sic sola principia dicerentur elementa, non autem propositiones. At totum opus elementorum nomine inscribitur, non principia solum, nec Euclides, opinor, στοιχειώτης appellari velit â solis principiis: fallitur itaque Proclus in nominis & tituli ratione, sicuti falsus & deceptus est in mathematum origine & genere. στοιχεῖα igitur, id est elemẽta, á Platone primúm, ut dictum est, deinceps á cæteris nominata sunt præcepta de numeris & figuris, quia é Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententia plurimarum postea disciplinarum principia essent, ut astrologiæ, opticæ, musicæ, physicæ, universæ denique politicæ. Et sic maximus in προθεωρίᾳ, τὰ στοιχεῖα vocat εἰσαγώγας introductiones. Atque híc Euclidem non attingo: de Proclo Euclidis patrono tantúm loquor. Hæc igitur de titulo & inscriptione operis. Caussa obscuritatis deinceps é materia & forma στοιχειώσεως universæ disceptetur, é materia primo singulorum elementorum, singularum demonstrationum. Enimverô, ait Proclus lib. 2. cap. 4. 5. 7. Euclidis judicium totis elementis admirabile fuit: Modi elementorum instituendorum permulti, & valde differentes diversis authoribus placuêre. Euclides optimum selegit. Audio, inquam, sed duo contraria vitia ἔλλειψιν defectum primó, deinde ὑπεροχὴν excessum & redundantiam, nostris illis catholicis bene docendi legibus contrariam in στοιχειώσει Euclidis video. De ellipsi primum agatur, quam Proclus etiam videtur in laudibus Euclidis numerare. Non omnia, ait, sibi sumenda existimavit, quæcunq; dicere poterat, sed ea tantúm delegit, quæ poterat in elementa concludere, quam opinionem video recentioribus geometris ad Euclidem saltem excusandum vulgo placuisse. Sic enim Campanus ad 6

p 12 ait Euclidem ſolis elementis contentum multa prætermiſiſſe, quæ quamvis eſſent ex elementis conſequentia, tamen á ſtudioſis ſine difficultate non perciperentur. Itaque cenſet Proclus non modó ab omni reprehenſione vacuum & liberum Euclidem fore, quod multa prætermiſerit, ſed laudem habiturum. Atque hæc Ptolemæo adverſus Euclidem jam cauſſa eſt, nõ adverſus Proclum. Quare quiſquis hæc legis, animum erige, omnemque mentis intelligentiam exuſcita, ut de tanta re graviter ſeverê conſtanterque judices: ἐκλογὴ, ut loquitur Proclus, delectus Euclidis animadvertatur. Ponatur ante oculos communis lex illa ſyllogiſmi futuri propoſitio. Logicus in ſcientiis delectus definitus eſt á Proclo, & quomodo ſunt conſtituenda elementa ex lege pactus eſt nobiſcum, nempe ut κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον ſit unumquodque documentum, taliumque unumquodque & ſolum deligatur, contrarium omittatur. Excuſatio contra vel exceptio cujuſcunque vel conſilii, vel voluntatis, vel authoritatis, vel argumenti cujuſvis nulla audiatur. Analogia hic perpetua eſt ut dixi, nulla eſt anomalia: hanc igitur materiam στοιχειώσεως urgeamus, ſubducatur ad iſtas logicæ leges Euclidis delectus, ellipſiſque & prætermiſsio conſideretur, & quænam ſint iſta, quæ Euclides ſciens prudenſque velut ab elementis aliena prætermiſerit. Sed ſingula genera ex arithmeticæ geometriæque partibus ſubducantur, quæ in elementis eſſe debuerant, quæque eſſent neceſſaria, cognata, propria, intelligentur quæ deſint: Mathematicæ definitiones in elementis multæ ſunt, nonnullæ etiam ſunt prætermiſſæ: Partitio autẽ in totis elementis, quod equidem vehementer admiratus ſum, legitima partitionis ſpecie prorſus nulla. Numeratio communis de additione, ſubductione, multiplicatione, diviſione nulla eſt ſimplicium numerorum integrorum, fractorum, item comparatorum. Comparationum in rationibus genera & ſpecies tribus tantùm definitionibus multiplicis partis, partium comprehenduntur, aut ne comprehenduntur quidem. Proportio arithmetica nulla eſt: quæ tamen omnia ſunt neceſſaria, cognata, propria. In ellipſi autem arithmetica numerat Proclus Apollonii perturbatas rationes, quas perinde tueri vix auſim. Ergo iſta eſt ellipſis arithmetica. Quid é geometriæ partibus, quid Euclides in iſtum delectum nõ adhibuit? Nihil adhibuit, ait Proclus, de variis generibus linearum & angulorum, & certé nihil adhibuit de lineis curvis, qualia & Archimedes περὶ ἑλίκων: qualia & Nichomedes περὶ κογχοειδῶν: qualia Geminus περὶ κισσοειδῶν. Non adhibuit fabricam trianguli æquicruri & varii, ait Proclus: Verùm & alia multa á poſteris de triangulis animadverſa non adhibuit, quæ ſunt in quinque libris á Regiomontano ex variis authoribus recollecta. De ſuperficiebus planis tantùm præcepit: de rotundis & miſtis, deque earum lineis & affectionibus tacuit. Stereometriam in ſolidis corporibus perexiguam propoſuit. Hypſicles duos Euclidi ex Apollonio libros adjecit: Archimedis libri duo ſunt, de ſphæra & cylindro, de ſphæroidibus & conoidibus, de quadratura parabolæ: Theodoſii tres de ſphæra: Apollonii quatuor de conicis: Sereni duo de ſectione cylindri, quot & quantas res hic addiderunt? Quare tot ac tanti authores Euclidis ſtudium non æquarunt

runt

runt modô, ſed multis modis ſuperarunt. Nullum enim Euclidis inventum ne á Proclo quidem ipſo cõmemoratur. Solæ demonſtrationes Euclidi attribuuntur. Nihil veró eſt è tam multis ab Euclide prætermiſsis, ſi non partibus omnibus, ſaltem genere ipſo non κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον. Deinde elementa dicis matheſeos tanquam rudimenta, quæ vulgó grammaticis appellantur. Quid igitur in Euclidis elementis faciet puer rudis & ignarus additionis, ſubductionis, multiplicationis, diviſionis, quid, inquam, rudimentis illis atque elementis ignoratis faciet? Quare qui laudat Euclidem quod hæc omnia contempſerit, quomodo defendet eos qui addiderunt? Faceſſat igitur iſta laus, & confiteamur in hac ellipſi magnam prorſus eſſe obſcuritatis cauſſam. Neque veró exceptionem Ptolemæus audiet, quod noluerit hæc Euclides, quod illa ſola voluerit Euclides: Voluntas enim Euclidis ad bene docendum pluris logico nunquam fuerit quám catholicæ bene docendi leges: Neque Euclidis nomen pro demonſtrationis argumento in elemẽtis ipſis adhuc á Theone appellatum eſt: neque inter illas pactas & conſtitutas leges, in quas conventum, in quas juratum eſt, voluntas aut conſilium aut authoritas Euclidis recepta eſt. Ego veró viam iſtam inficiabor eſſe regiam, neq; inficiationem noſtram Ptolemæus improbabit. Euclides igitur potius á nobis laudetur, ut Thales á Pythagora, Pythagoras ab Hippocrate, cæterique illi doctores á ſectatoribus & æmulis ſuis laudati ſunt. Quod igitur Euclides potuit, laudo: quod non potuit, quod ignoravit, rejectum ab eo deſpectumque equidem non arbitror. Reddantur igitur elementis tam multa aut ſaltem ex his neceſſaria, cognata, propria, erit via ad mathematicam plana, ſimplex, directa, ideoque magis compendiaria, quám Euclidis στοιχείωσις tot interjectis præcipitiis interrupta. Quid multa? Via hæc regia erit, illa non erit: Ariſtippos, Epicuros nihil metuo: nihil enim de totis rebus iſtis omiſsis intelligunt: mathematicos potius rebus ipſis inſtructos, logica deſtitutos vereamur. Sed matheſis eſt ἀπαθὴς, veri tantúm eſt amans & ſtudioſa, â receptis legibus oculos non deflectit, eoque duntaxat intentas omnium mathematicorum mentes eſſe confido. Quare prætermiſſa illa obſcuritatis minimé prætermiſſæ argumenta prætereamus, redundantium, quæ multó plura ſunt, obſcuritatem multó majorem attendamus: de redundantia in elementis primum dicamus: ea duplex eſt, altera logica, altera mathematica. Logicã dico quæ temeré ex logicis in mathematicam accerſita eſt, qualis redundãtia eſt partim é Proclo, partim ex Euclide. Ergo Procli τὴν ἐκλογὴν anté examinemus. Multa enim Proclus in cõmentariis cõmentus eſt ex ſeſe, vel ab aliis elementorũ interpretibus cõmenta ſibi vendicavit, quæ non ſolúm in mathematicis elementis, ſed in logicis ipſis, unde traducta ſunt, plané ſophiſtica ſunt & nugatoria, ut ſcholæ de talibus nugis logicæ plenius expoſuerũt. Quare in ſingulis breviter & ſuccincté artificiũ Procli perſtringatur. In enuntiatis veró Euclidis explicãdis ſubtilis prorſus artifex eſt, dum quęſtionũ, principiorũ, propoſitionum, cõverſionum differẽtias perſequitur. Proclus igitur ad primã Euclidis propoſitionẽ: Omnia quæſtionum genera adhibet Euclides, ait. Quærit enim an eſt, quid eſt,

quale

quale quid eſt, propter quid eſt. At Procle diligentiſsime Euclides nuſquam quærit an ſit, aut quid ſit linea, ſuperficies & corpus, ſed ſine quæſtione docet & definit: problemata quidem quæſtiones quædam videntur eſſe, quomodo fabrica conſtituenda ſit, ſed vanitas iſta mox apparebit: & tamen problemata iſta affirmant non dubitant. Quamobrem, autem nullo in elementis loco quæritur. Commentum hoc ex Ariſtoteleæ demonſtrationis commento Proclus huc attulit: non obſervavit ex elementis Euclidis, in quibus nuſquam quæritur διότι, ſed ὅτι tantum concluditur. Perge igitur, totum hoc negotium eſt alienum negotium veró obſcuritatis plenum, mathematicæ artis inane. Age verô, quid ſequitur? Proclus lib. 2. cap. 8. principiorum genera diſtinguit in hypotheſes, poſtulata, axiomata: quomodo definitiones facit Proclus ſuppoſitiones, & tria principiorum genera in elementis ita diſtinguit. At iſta diviſio principiorum, licet nobis diutiſsimé nondum ejus fuco in mathematicis explorato placuerit, tandem tamen aliquãdo valde diſplicuit. Definitiones enim, diviſiones, & propoſitiones quævis aliæ per ſe manifeſtæ admittuntur in diſciplinis, non poſtulati, vel axiomatis, ſed ipſo tantúm ſuæ claritatis & perſpicuitatis nomine: Et ſi quam utilitatem ea partitio haberet, in omnibus artibus parem haberet. At in nullius artis conſtitutione diſcrimen illud adhibetur, & ab Euclide tantúm adhibetur primo libro, in cæteris poſtea libris contempta eſt iſta principiorum differentia. Archimedes initio iſorropicorum vocat αἰτήματα pro axiomatis, ut Geminus adnotavit: totamque hanc bellam principiorum differentiam pro nihilo habuit: Euclides ipſe uno nomine in opticis & catoptricis hypotheſes nominat quæcunque principia. Hæc ſecunda obſcuritatis in Procli delectu redundantia eſt: Euclidi verô propoſitio proprie eſt enuntiatio dubia & demonſtrabilis. Propoſitio, inquit Proclus, habet duas partes, datum & quæſitum: ut, Super data recta, triangulum conſtituere: hic datur recta, quæritur conſtitutio trianguli. At propoſitio, inquam, ſæpe nullum datum habet, ut 10 p 4, ut ait Proclus idem & datorum apud Euclidem ipſum geometria quod aliquid detur ratione, ſitu, magnitudine, ſpecie, alio tempore cujuſmodi ſit conſiderabitur: quare partitio nugatoria eſt. Perge, propoſitio, ait lib. 2. cap. 8. eſt Euclidi problema vel theorema. Problema, eſt propoſitio quæ proponit aliquid invenire & machinari, ut invenire maximam menſuram, ſecare lineam, conſtituere triangulum, deſcribere quadratum, & ſimilia in magnitudinum additione, ſubductione, contractu, ſectione, poſitione, applicatione: & quidem proponit enuntiatione tantum imperfecta. Proponit enim poſsibile eſſe invenire, ſecare, conſtituere, deſcribere, verbumque δυνατὸν, id eſt poſsibile interdum adhibet, ut 18 & 19 p 9. Itaque talis propoſitionis explicatio demonſtratione continetur. Theorema veró cognoſcere demonſtrareque ſtatuit inventæ & conſtitutæ rei qualitatem. Itaq; Euclides iſtam differentiam ſingulariter videtur obſervare, & in concluſionibus problematum dicere, quod feciſſe oportuit: quia in problemate fiat, in theoremate demonſtretur aliquid. Hæc á Proclo differentia mathematicis adhuc valde placuit. Sic initio tertii libri proponitur á Pappo, ſic uulgo á

mathe-

mathematicis problemata, sic theoremata nominantur: At inanis est planeq; sophistica, nec ab Euclide ipso observata, qui sæpe in eodem theoremate, ut secundo & sexto libro, & deinceps aliis libris & fabricam & fabricæ proprietatem proponit: imo definitione nonnunquam istam fabricam tanquam per se manifestam comprehẽdit, ut in circulo, sphæra, cono, cylindro. Neq; fere ulla in totis elementis Euclidis fabrica est, quæ disertis verbis expressa, postulanda non fuerit. Quapropter Euclides in illis definitionibus, materiam fabricandi & machinandi satis ostendit non esse problematis propriam: imó veró aliquando problematis materiam specie theorematis, Euclides ipse proponit, ut 1 p 7. ut 8, 9, 10 p 8, ut 11, 12, 13, 18, 19 p 9: ubi proponit inventionem mediorum posibilem, quod problematicum est: Inventionem autem ipsam non proponit. Ita de problemate fecit imperfectum theorema: contrà in 1 p 7. é problemate fecit theorema integrum. Quin differentiam illam clausularũ, quod fecisse, quod demonstrasse oportuit, Euclides ipse valde ridiculam ostendit, cum in illo 1 p 7. probleme theorematicé proposito dicat, quod demonstrasse. At in 2 p 7. ubi problema item problematicè propositum est, dicit etiam, quod demonstrasse: in 3 p 7. ubi problema item problematicé propositum est, dicit, quod fecisse. Denique in hac differentia nihil aliud posis animadvertere, quam Euclidis á vero & logico doctore differentiam. Quin Euclides ipse in Opticis 18, 19, 20, 21. problemata quæ dicuntur in elementis, Theorematum nomine appellat. Enimveró post Euclidem, Archimedes bellam istam problematis & theorematis differentiam, non re sed verbis tantúm constare docuit secundo de sphæra, ubi ait se é problematis theoremata fecisse, tanquã materies una esset, sed orationis forma discreparent, cũ problema breviter & imperfecté proponatur, theorema plena enuntiatione comprehendatur. Quin Archimedes in quadratura parabolæ, theorema nudis exemplis tantúm proposuit, nulla omnino propositione expressa. Quænam igitur occasio talis confingendæ differentiæ fuit? Sanè difficultas orationis, in cujus studio minus essent exercitati, videtur mathematicos rerũ ipsarum cogitatione vehementer occupatos ad istam problematis & theorematis differentiam adduxisse. Sic Archestratus ait apud Athenæum pythagoreos tacuisse inopia verborum: & quidem verborum & orationis difficultas in Euclide, Archimede, Apollonio, Theodosio, cæterisque tanta plerumq; est, ut é rebus divinanda sit orationis intelligentia. Quin etiam plerumque videas in problematis tantam esse, non geometricam lineamẽtorum, sed grammaticam verborum difficultatẽ, ut de summis difficultatibus pertinacia nostra devoratis, hæc una imprimis facile mihi videatur. Tam sæpe Euclidi & Theoni Aristarchi grãmaticam optavi: tam sæpe geometras Cratylo cõparavi: ut enim philosophus ille digitis, sic geometræ radiis potius & literis quám verbis locuti sunt. Ita mathematicis grammatica inventa est, quæ non aures auditu & sonis, sed oculos visu & pigmentis institueret. Verumtamen plerisque locis etiam problematis caussam deprehendi: Studium demonstrandi, ut postea plenius exponam, insanum quoddam in mathematicis fuit scholis: Neq; tamẽ si disertis verbis pro-

M blema

blema esset expressum, quicquã demonstrandũ supererat. Itaq; problematis epigramma demonstrationum caussa factum est: quæ caussa est etiam absurdior superiore. Illic inopia tantùm orationis, hîc vanitatis copia arguitur. Quare cúm differentia problematis & theorematis rebus subjectis nulla sit, sermonis difficultate sublata, si quis oratione plena propositiones omnes in elemẽtis proposuerit, sustulerit magnum artis impedimentũ. Quod Archimedes in paucis fieri posse docuit, & nos ejus exẽplo in omnibus idem tentavimus. Itaq; appellato omnes propositiones theoremata, ut Speusippus, Amphinomus, Archimedes, Theodosius, é recẽtibus itẽ Vitellio fecêre, vel problemata, ut Menechmus dicit appellasse. Sic enim veterũ alii, ut Pappus tertii libri initio docuit, nominarunt omnẽ propositionẽ ꝓblema, alii theorema, nihil in sciẽtia intererit. Si nõ partẽ propositionis, sed totũ una oratione proposueris, magnũ mathematicis emolumentũ, & ad intelligẽtiã & ad memoriã attuleris. Quare tota ista problematis & theorematis differẽtia, scholastica & cõmentitia est, mathematica nõ est, neq; tamẽ istã in delectu tertiã redũdantiã Proclóne an Euclidi potius attribuam, satis intelligo, cúm in totis elementorũ libris græcè æditis ea differẽtia nusquã sit, alterutrius tamen esse necesse est, utrilibet igitur assignato. Postrema apud Proclũ de enuntiatis laudis euclideæ cõmendatio est conversarum propositionũ. Varias, ait Proclus, conversionum species Euclides habet modó simplices, modó cõpositas, modó tota totis cõvertentes, modó tota partibus, modó cõtra quasdam partes quibusdam partibus. Antea Proclus laudavit in Euclide varias differentias propositionũ: nunc conversionũ genera simili commendatione prosequitur. Hæc una laus fortasse superiora illa tam multa redundãtiæ sophismata diluet. Audiamus igitur. Negatio generalis generaliter convertitur, affirmatio utraque specialiter tantum, negatio specialis non convertitur, ait in analyticis Aristoteles. Verúm, deus bone, propositionum conversio in totis elemẽtis nulla prorsus est: est tamẽ conversio rerum seu terminorũ, ut scholæ vulgó loquuntur, frequentissima pręsertim subjecti & proprii adjuncti: ut, Si quatuor numeri sunt, proportionalis factus á mediis æquatur facto ab extremis, & si hoc, illud: Nulla autem est propositionis talis cõversio, neq; hujus cõmentitiæ conversionis usus ullus est ad ullam quæstionẽ probandam, nec homines unquã humanitatis tam expertes erunt, ut ullus esse possit, sicut septimo scholarũ logicarum libro copiosè docuimus: nec in totis Euclidis elementis ulla demonstratio hinc sumpta reperietur, ut antecedens per cõversam, vel conversa per antecedentem demonstretur, sed conversæ plerumq; probantur per impossibile oppositũ antecedentis. Commẽti hujus occasionem Proclus arripuit é vitiosis quibusdam Euclidis propositionibus, qualis est sexta primi libri, ubi & præclaré artes conversionum istarum repetuntur, qualis item 8, & 19 p 8. & locis quibusdam aliis. Quare mirabile Procli videatur ingenium in hoc primo logici judicii delectu Euclidem sic efferentis, ubi bene attentis judicibus turpiter prævaricando vituperare potius videatur. Atq; hic postremus tam nugatoriæ laudis elenchus parte aliqua Euclidis esse videatur, qui tam importunis nugis argumentum æmu-

lis &

lis & sectatoribus, ut nunc Proclo, præbuerit. Quamobrē è logica in elemētis á
Proclo redundantia, quantā & quantæ obscuritatis caliginē intuemur? Sed ob-
scuritas ista Proclo, sed obscuritatis hujus culpa Proclo potius quám Euclidi tri
buatur, & redundantia rerū quidē prorsus inutiliū & elementis extrinsecus ad-
ditarū. Verum á sophismatis istis digrediamur. Ingrediamur igitur in ipsa Eucli
dis elemēta, inque viscera ipsa penitus subeamus: sanguinē, spiritum, carnē, ossa
retexamus: intimas propositi ad curandū morbi caussas perscrutemur. E logi-
cis sophismatis temere in mathematicas á Proclo accersitis redundātia illa tota
est. Quænā deinceps logica vel mathematica ab Euclide ipso in elemētis redun
dantia erit? Quinquaginta elementorū logicorū arithmeticorū redundantia il
la est: E logica rationū & proportionū, primo sunt novem definitiones quinti,
ut 3,4,6,7,8,9,11,12,13. Sunt itē propositiones novē è materia logica 4,7,8,9,
10,11,13,14,16. Deinde propositiones quatuor libri septimi de alternatiōe repe
titæ è lib. 5,9,10,13,15: illic enim fuerāt magnitudinis nomine: hęc prima redun
dantia est duarū & viginti elementorū è logica materia in mathematicas artes
traducta. Secūda redundantia est arithmetica repetitarū è quinto libro in septi-
mum trium definitionū, partis, multiplicis, proportionis: item octo propositio-
num, quæ nomine magnitudinis fuerant item quinto in libro, & tandē nomine
numeri repetūtur septimo: nēpe 5,6,12, de cōpositione: 7,8,11, de divisione: 14
de æquatione ordinata: 22 de perturbata. Atq; hæc redundantia magna quidē
est, sed redundantia etiam absurdior est octodecim specialiū propositionū nul-
lum habentiū usum, quem generales non habeant uberiorem & promptiorem,
imó quæ speciem doctrinæ nullam novam habent: sed speciem tantúm exem-
pli subjecti, ut quod generaliter de omnibus proportionalibus præcipi potest,
præcipitur de multiplicibus, de partibus quotis & quantis, qua inani redun-
dantia licebat per omnia genera inæqualitatis excurrere, & similiter præcipe-
re de superparticularibus, & subsuperparticularibus, de superpartientibus
& subsuperpartientibus: & cæteris generibus. Tales propositiones sunt unde-
cim quinti libri ut 1,2,3,4,5,6,14,20,21,24,25. item sex propositiones septimi,
ut 5,7,8,9,10 p 7. itē 20 p 9. Talis igitur Euclidis redundantia in elemētis quin-
quaginta in mathematica secundū receptas leges instituta redundantibus. At-
que hæc logica & arithmetica redundantia est. Perge veró, quæ reliqua est Eucli
dis in elemētis geometricis redundātia? Sane primis in libris rarior est á nobis
animadversa: est tamē ea quædā ut 7 p 1. ut (ne singulas referā) exceptis symme
trorum & rationaliū definitionibus totus decimus liber. E quinq; postremis li-
bris, qui stereometriæ attribuūtur: si 24. propositiōes subduxeris ex 85, reliquæ
61. speciales è generalib. deductæ aut prorsus inanes & otiosæ reperientur. Atq;
ita geometrica & stereometrica redundātia erit 171. propositionū: quæ si priori-
bus aggregētur, redundātia erit 222. elementorū, ut ea etiam præterea, de quib.
dubitatio aliqua possit esse: de quib. omnibus suis locis accuratius agetur. Hæc
igitur est è redundantib. elemētis obscuritas tāta: obscuritas tamē nō potius Eu
clidis, quā Hippocrat. Leontis, Theudii, Hermotimi, veterumq; mathematicorū

omnium,ſed obſcuritas tamen doctrinæ perſpicuitati contraria,ideoque tollen-
da. Quare Ptolemæus obtinebit hac tam multorum elementorum redundan-
tia ſublata viam magis cõpendiariam ad mathematicas artes, magiſq; regiam
fore.Sané in demonſtrationibus redundantia vix eſt credibilis:& Theonis cul-
pa hæc videri propria poſsit,qui demõſtrationes aſſumpſit ſibi.Enimveró quę-
ſtio hæc præcipué conſideranda,præcipué animadvertẽda eſt.Obſcuritas enim
mathematicarum artium incredibilis hinc eſt orta. Incredibile enim dictu eſt,
quanta ambitio mathematicum feré præſtãtiſsimum quemq;, inſano quodam
demonſtrandi ſtudio ita tranſverſum egerit, ut nihil ſit in totis mathematicis
magis deplorandum.Matheſis ſimplicior fuit in Thalete,Pythagora & reliquis,
uſq; ad Hippocratem : deinceps cum fœcundis frugibus inutiles herbas neſcio
quomodo collegit. Itaq; ut quiſq; ſibi pauló ingenioſior atq; acutior viſus eſt,
ita non uſu & exemplis inſignibus, ſed ſyllogiſmis undecunq; expletis, quam-
cunq; rem oblatam demonſtrandam ſibi judicavit. Sed tamen artificiũ demon
ſtrandi Euclideum videamus.legem demonſtrabilis enuntiati,legem etiam de-
monſtrationis exquiramus.Ea veró utraque jam ante cõprehenſa eſt:Materies
artium non eſt uniuſmodi, elementa alia per ſe clara & manifeſta ſunt, ideoque
definitionibus,partitionibus declarãda,poſtulãda,omninoq; in principiis nu-
meranda:judicio denique νοητικῷ contenta: alia ſunt elementa per ſe obſcura &
ignota,ideoq; ſyllogiſmo demõſtrabilia,& διανοητικῷ judicio ſtatuenda.De pri-
ma parte primo loco agatur, de ſecunda ſecundo. Principia non ſunt demon-
ſtrabilia ſyllogiſmo, ſed exemplis duntaxat inducenda : ſenſu deniq; & digito,
ut Ariſtoteles loquitur,7.cap.2.poſteriorum demonſtranda. Lex igitur illa Pto
lemæo & Euclidi,vel Theoni potius,communis eſto.Principia ne demonſtrato.
Hic mathematicos attentos & conſideratos exopto. Rem enim non ſolúm no-
vam prorſus & inauditam antea, ſed incredibilem dicere exiſtimabor : at cauſ-
ſam ſuſcepi regiam & publicam.Itaque dicendum, agendum, aſſerẽdum quid-
quid ad eam pertinebit. Dico igitur magnam partem indemonſtrabilium ele-
mentorum ab Euclide in demõſtrationum quæſtiones adduci : Dico materiam
principiorum,definitionum,partitionum,poſtulatorũ,dico quod præcipué in-
credibile ſit, niſi pené oculis cernenti & intuenti ſyllogiſmorum complexiones
demonſtrationibus ab Euclide ſubjici:ideoq; infinitam quandã demonſtratio-
num multitudinẽ redundare:indeq; infinitę obſcuritatis cauſſam exiſtere,ut ex
elementis mathematicis, velut ænigmata non pueris, qui olim pomis & cruſtis
ad has artes invitabantur,ſed viris ætate confectis ænigmata,inquam,facta eſſe
videãtur. Exempla rerum quædam hic indicabo, res ipſas diſceptabo ſuis locis
amplius.Definitiones alternationis, compoſitionis, diviſionis, æquationis ab
Euclide ſunt in dubias propoſitiones converſæ in quinto & ſeptimo libris. In
geometricis id eſt rarius, aliquando tamen : ſic é definitione æqualium an-
gulorum facta eſt 23 p 1. ſic é definitione parallelogrammi factæ ſunt 33, & 34
p 1. E' partitionibus ſunt etiam factæ propoſitiones, licet non multæ : attamen
quædam, ut in arithmeticis 4, & 34 p 6: é definitione bimediæ & parti-
tione

tione simul 25 p 10: Postulatorum verò materies in propositiones demonstrabiles conversorum infinitior est. In arithmeticis postulanda prorsus sunt omnia, quæ quidem utilitatem insignem & artis nomine dignam habeant, aut protinus è propinquo elemento deducenda, ut demonstrationibus Euclidis in arithmetica nihil opus sit. Tales sunt propositiones quatuor librorum Arithmeticorum, ne singulas recenseam, quinti, septimi, octavi, noni. In geometricis turba minor est, sunt tamen propositiones quædam, ut primi libri 2.3.31.46. ut secundi decem primæ, quæ numeris etiam possunt explicari, ut tertii præsertim 5.6.10.11: quarti & sexti non tam multæ sunt, sunt tamen nonnullæ, ut quarti problemata disertè expressa, 1,6,7,8,9,12,13,14: sexti autem propositiones 16, 17, 21. Decimi libri præcipua ἀλογία ista fuit. Materies enim illic fuit definitionum tantùm & partitionum: In undecimi libri propositionibus quadraginta, nulla propositio fuit, quæ si generales antecederent, syllogismum requireret, in reliquis libris apodictica Euclidis vel Theonis non multo accuratior fuit. Quæ elementa tam multa cur nequaquam isto modo demonstranda sint, suo tempore & loco diligenter & accuratè disseretur: exempla tantùm hic indico. Quamobrem quantam demonstrationum redundantiam, quantam matheseos obscuritatem, quàm discentibus difficilem, quàm odiosam, quàm publicis studiis perniciosam hîc esse arbitramur? Ego verò ista consideranti non dubito furoris similem ambitionem in tam multorum principiorum demonstrationibus visum iri: Attamen furor iste animi eò pervasit, ut sol ille in mathematicis elementis clarissimus, Quæ eidem æqualia, etiam demonstrabilis visus sit. Apollonius enim alioqui præstantissimus author, demonstrare tentavit, quem videlicet æmulatus esse dicitur Regiomontanus, ingenio fortasse nihil inferior. Prima siquidem arithmeticæ elementa de additione, subductione, multiplicatione, divisione, Euclidis theorematis demonstrare conatus est, indeque algorithmus ab eo creditur esse demonstratus: qui morbus ignavis & inertibus ingeniis accidere non potest, sed generosis tantùm mentibus, tãquam victa quavis oblata rerum difficultate, olympicũ aliquod præmium expetentibus. Morbus tamen est gravissimus, cujus contagione nobilissimas disciplinas ad interitum penè redactas animadvertimus: principia namque sumenda & postulanda, cætera autem ex iis demonstranda. Hæc partitio tenenda est, inductione, exemplis, sensu, digito illo Aristotelis hîc opus est, non syllogismo. Hoc igitur primũ in demonstrationibus sophisma est obscuritatis immensæ, quo principia demonstrantur, quo hypotheses, id est definitiones, partitiones, quo postulata demonstrantur, quantum erit & quantæ obscuritatis sophisma, quo syllogismi positis antecedentibus complexiones demõstrantur? Syllogismus enim est singularis & summa in judicio enuntiatorum dubiorum regula, potiusque omnes mathematicæ artes falsæ fuerint, quam syllogismi concessis propositione & assumptione, conclusio nõ vera sit: & mathematici quicunque unquam fuerunt, syllogismum concludendæ veritatis & judicandæ instrumentum esse crediderunt: secus quid erat opus syllogismo, nisi veri examinandi instrumento?

Attamen Theon hoc tanto, tamque divino judicii lumine tenebras demonstra-
tionum suarum clariores esse putat. Ecquis igitur credet syllogismi complexi-
onem, syllogismi judicium á Theone demonstrari? Nemo ita me deus amet,
nisi qui rem ipsam oculis subjecerit, nisi qui manu tractaverit. Syllogismus ali
quando plenus sæpius enthymemate solo comprehenditur. Syllogismus inte
ger est, in 14. & 16 p 8. hoc modo. Si quadratus metiatur quadratum, &
latus metietur latus. Et si latus metiatur latus, & quadratus metietur qua-
dratū. Si quadratus nō metiatur quadratū, neq; latus metietur latus. Et si latus
nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratū. Hic duo syllogismi sunt
involuti, evolvantur hoc modo. Si quadratus quadratū metiatur, latus metie-
tur latus. Ergo si latus nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratum.
Secundus est hoc modo. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadra-
tū. Ergo si quadratus nō metiatur quadratum, neq; latus metietur latus. Pro-
positiones amborum syllogismorū sunt in 14 p 8 Assumptiones & complexio
nes sunt in 16 p 8 ubi é complexione syllogismi, data nempe & concessa propo
sitione & assumptione Theon facit propositionem demonstrabilem, non alio
tamen, quod magis mirere, argumento, quam syllogismi ipsius. Tales syllogi-
smi sunt in 30 p 1, in 4, 9, 21, 24, 30, 33, 34 p 3, in 11 p 5, in 15, 17, 18, 37, 41
p 7: in 1, 3, 7, 15, 17, 22, 23, 24, 25 p 8: in 3, 4, 5, 6 p 9: in 7, 8, 9, 10, 16, 18 p 10.
de quibus suis locis subtilius & accuratius agetur. Quamobrem in ista syllogi-
sticæ complexionis demonstratione, Euclidis vel Theonis logica, quid aliud
indicare potest quâm Theonem, quamvis arithmeticum & geometram tan-
tùm, tamen in docendi & demonstrandi arte non satis attentum logicum fuisse?
justissimamque adversus tales elenchos Ptolemæi querimoniam esse? Atque
hæc de syllogismo perfecto. Quid enthymema, ubi saltem pars omissa manife-
sta sit, etiamne á Theone demōstratur? Equidem Euclidis diligentiam plerisque
locis laudabilem hac in re animadverto: siquidem ubi animadverterit ipse é de
monstrato aliquo aliquid concludi posse, fecit λῆμμα καὶ πόρισμα sumptum & co-
rollarium. Lemma quod aliqua tantùm declaratiōe indigeat. Talia sunt lemma
ta ad 22 p 6, & 28 p 10. Corollarium, quod protinus é facta demonstratione tan
quam lucrum aliquod accipitur. Ejusmodi corollaria sunt ad 4 p 2 & 1 p 3, & 16
p 3, & locis præterea plurimis. Et de iis tres libros ab Euclide scriptos esse antea
dictum est. Atque in his lemmatis & corollariis, enthymematum judicium Eu-
clidis vel Theonis valde laudandum est: quippe qui viderit quid ex quo jam es
set demonstratum, ne inutiliter nugando idem repeteretur. Veruntamen diligē
tia ista perpetua non fuit. Frequenter enim enthymematis propositio vel assum
ptio præterita erat manifesta. Atque ex ejus tacitæ intelligentia, syllogismi judi-
cium facile potuit expleri. Attamē tanquā nusquam ea fuisset, ita propositiones
demōstrabiles ex talis enthymematis cōplexione quadam factæ sunt, ut 4 p 1. u-
bi deest syllogismi propositio illa cōmentariis Procli declarata: imo ab Euclide
ipso in 23 p 1 conversa ex axiomate æqualiū angulorum. Anguli cruribus con-
grui sunt æquales. Itaque si æquicruri sunt æquales, æquantur basi. Hinc de æ-
qualitate

qualitate reliquorum angulorũ & basis assumitur 4 p 1, & cõcluditur sine alio ullo argumento. Ad æqualitatẽ autẽ triangulorũ propositorũ, quæ tertia pars est propositionis, ἐφαρμοσις & cõvenientia sola ab Euclide adhibetur, nobis autẽ cõsectariũ est ex æquealtis: Ex quo eadẽ æqualiũ angulorũ axiomate ingẽs propositionũ familia, primo libro demõstrat, ut suo loco patebit. Ergo Theonis sophisma inde est. Illic igit propositio syllogismi deest, propositio tamẽ ex sese manifesta, quia axioma est æqualiũ angulorũ. Aliquãdo contra assumptio deest enthymemati, cũ propositio ejus antè expressa sit, ut in 19 p 7. Sic Euclides loquitur, Si quatuor numeri sint proportiõales, factus é primo & quarto est æqualis facto é secundo & tertio. Deinde sequitur in 20 p 8. Si tres numeri sint cõtinué proportionales, factus ab extremis est æqualis facto à medio. Euclides nõ facit cõsectariũ, sed propositionẽ demõstrabilẽ. Verùm assumptio tãtùm deest ejusmodi. At tres cõtinui sunt quatuor ratione, & medius est pro secundo & tertio. talis est logica Theonis ad propositiões secũdi libri, sæpeq; alias: Quid multa? admirabilis sané é tali logica minime necessariarũ demõstrationum turba nata est. Si quis enim subtiliter, ut græci permulti fecére, versus heroici modo quindecim elementorũ libros metiatur, supra quadraginta millia versuũ in demõstrationib. ejusmodi reperiet, tãta oneris importunissimi mole nobilissimas artes gravatas & oppressas animadvertimus. Aristoteles in veterũ philosophorũ decretis, multa peccata, ait esse διὰ ἀπαιδευσίαν τῶν ἀναλυτικῶν, cujusmodi exempla ista sunt insignia. Quamobrẽ Euclides vel Theon demõstrat cõplexiones syllogismi, demõstrat cõplexiões enthymematis, omissa parte clara & manifesta. Ecquisnã mirari poterit, si Ptolemæus στοιχείωσιν magis cõpendiariã requirat? Si regiã in tali doctrina viã desideret? Si redũdãtiã tã multarũ demõstrationũ in mathematicis, ut infinitæ obscuritatis caussã improbet? Euclides demõstrabat antea principia, ut definitiões & partitiões, itẽ postulata, id est clarissima enuntiatorũ singulorum judicia: nunc denique syllogismũ & plenum & enthymematicum, quamvis omissa parte probatum, attamen probat & demonstrat. Quare redundantia ista tam multiplex, tam multis locis cumulata, longissimé superiorem redundantiam superat, tantoque justiorem caussam Ptolemæi superioremque efficit. Atque hæc de apodictica Euclidis Theonisque laude prima pars est, quod Euclides vel Theon demonstret indemonstrabilia. Secunda pars superest de modo & artificio demonstrationis. Legem igitur demonstrationis etiam hîc constituamus. Demonstrativa methodus, inquit Proclus, est transitus à principiis ad quæsita. Hîc Proclus demonstrationem facit quæstionis ex caussa conclusionem, quæ demonstratio sola legitima est solaque scientiam parit: quia ex caussis prioribus & notioribus sola progreditur. At si caussa sit ignota, quæstio occurret, utrum præstet inductioni & experientiæ rerum simpliciter credere, quam á posterioribus argumentis licet necessariis, ut adjuncto signo, ut opposito impossibili, ut proportionali comparato rem antecedentem & natura priorem demonstrare: sophisma enim hîc est Aristoteli τὸ αἰτεῖσθαι τὸ ἐξ ἀρχῆς petere propositum, non demonstra-

re.Itaqu:

re. Itaque & mathematicorũ elementorum veteres illi authores, Thales, Pythagoras, Oenopides, Anaxagoras, Theodorus, per impoſsibile nihil demonſtrarunt. Primus Hippocrates, ut antè Proclus ipſe nos docuit, ἀπαγωγὴν in mathematicas artes induxit, & quidem hæc demonſtratio docet tantùm per accidens, ait Proclus ad 1 p 1, nec ideo ſcientiam ullam parit. Quæ cauſſa fuit ut στοιχειῶται ſequuti quidam talem demonſtrationem rejecerint, ait idem Proclus lib. 2. cap. 6. ubi etiam ait à nonnullis & comparationis argumentum repudiatum eſſe. Nec enim comparatio eſt apodicticum ſcientiæ argumentum. Quæſtio, inquam, illa occurret, ubi cauſſa ignoratur, utrum inductioni exẽplorum & experientiæ ſit acquieſcendum potius quàm à poſterioribus & obſcurioribus argumentis verum utcunque ſyllogiſmo convincendum. Atqui, inquam, ubi res aliqua dubia fuerit, ibi ferè Euclides, Hippocratis ἀπαγωγὴν, vel comparationem aliquam adhibet. Ex cauſſa autem demonſtratio rariſsima eſt. Hæc, inquam, quæſtio occurret, cui reſponderi poſsit argumentum ex cauſsis & ſubjectis eſſe quidem natura prius: ex oppoſitis & comparatis, non eſſe poſterius ut falſo putatur, ſed eſſe natura ſimul, ut in logica docuimus: & in totis ſyllogiſticis demonſtrationibus, quæri non διότι (ut falſo putavit Ariſtoteles) ſed ὅτι, & utrum verum, quod quocunque argumento modo neceſſario & aperto cõcluſum ſit, ſatisfactum videatur: & tamen qualiacunque argumenta ſint, ſi propoſitiones (è quibus demonſtratur) ſint generales & univerſales, cauſſæ erunt ſpecialium: quod in logica ad caput de methodo diſſeruimus. Sed tamen perge: videamus in rebus demonſtrabilibus à Proclo demonſtrationis artificium. Omnis, ait Proclus, problematis & theorematis partes ſunt ſex: propoſitio, expoſitio, determinatio, conſtructio, demonſtratio, concluſio. Propoſitionis partes duæ, datum & quæſitum. Datum quadrupliciter fit, ratione, ſitu, magnitudine, ſpecie, ut prædictum eſt. Expoſitio eſt dati, ideoque quatuor illis modis fit. Determinatio eſt quæſiti, conſtructio eſt adjectio deficientium dato ad quæſiti venationem. Demonſtratio, collectio propoſiti ex conceſsis: concluſio reditus ad propoſitionem confirmando. Concluſio eſt duplex, alia prorſus reſpondens propoſitioni, alia rem generaliter propoſitam ſpecialiter concludens, ſed à particulari ad univerſale recurrens. Hoc procleum eſt mathematicæ demonſtrationis artificium, quo, deum immortalem, quid ineptius excogitari poſsit! Primum propoſitio genus eſt problematis & theorematis, & hîc tamen pars efficitur. Deinde Proclus ipſe eodem loco bellam hanc partitionem ſex partium refellit, treſque neceſſarias eſſe dicit, propoſitionem, demonſtrationem, concluſionem. At, inquam, Procle ingenioſiſsime, concluſio ipſa pars eſt demonſtrationis, & re ipſa debet eſſe eadem cum propoſitione demonſtrabili, neque concluſio duplex eſt illa, ſed exemplum quod ſubjicitur, eſt exemplum propoſitionis univerſalis. Quare ſophiſmata hæc procul amandentur, & tamen ſophiſmata non Euclidis ſed Procli, & indigna ſane quæ pluribus refellantur. Perge, Euclidei judicii laudes expone. Euclides, ait Proclus, omnes ſyllogiſmorum ſpecies habet à cauſsis, à ſignis. Equidem ne prolixius idem repetam,

petam, elementorum illorum omnium minimé demonstrabilium demonstrationes omnes vacare & redundare dico, totque caussas obscuritatis adnumero. In reliquis autem, quæ necessariæ videntur, nulla omnino talis est, qualem duobus de demonstratione libris Aristoteles comminiscitur: ubi proprietas de subjecto per propriam caussam concludatur: imó veró per naturam esse nulla potest: proprietas enim illa inest per se, ut ex Aristotele ipso in analyticis demonstravimus, & admirabile tanti philosophi commentum, vel potius horribile monstrum est, artem profiteri, cujus exemplum nullum professor ipse unquam viderit: imó per naturam artis ac scientiæ, rerumque arte & scientia comprehensarum comminisci non possit. Apodictica veró Aristotelis, analytica illa ê mathematicorum ἀποδείξει satis constat in logicas artes derivata esse, sed derivatione valde tortuosa: Satis enim superque é mathematicis ipsis constat apodictica eadem ad syllogisticæ conclusionis regulam sine exemplo ab Aristotele derivata esse: neque in totis mathematis ullam esse demonstrationem, ubi syllogismo proprietas de subjecto per propriam caussam concludatur. Eheu miseris mortalibus! Ecquis impostura tam incredibili tot secula, tot hominum græcorum latinorúmque millibus impositum esse crediderit? At impositum est, nec imposturæ tamen Aristippi ignari atque inertes patroni desunt, qui publicorũ studiorum miseria pascantur. Verúm, perge. Demonstratio proprietatis de subjecto per caussam propriam nulla syllogistica sit in demõstrabilibus elementis. Quænam igitur erit? præcipua demonstratio est, ubi ex causis non propriis, sed generalibus speciales propositiones explicantur: quam equidem suscipio libenter & retinendam censeo: Hæc πρῶτα μέτρα hic sunt, quæ Philoponus (ut Aristoteleæ demonstrationis fabulam tueretur) ὕστερα facit. Turba veró illa multo est maxima, ut dixi, per impossibile, perque simile, unde tamen non universa propositio, sed singulare aliquod exemplum in eo comprehensum concluditur, diciturque idem futurum de cæteris. Utrum veró dicetur fictum é literis exemplum pro generali proposito esse? Dicatur sané, neque enim id urgeo, & jam dixi opposita & comparata non esse posteriora natura, sed simul: Et si Philoponus ex ipsa elemẽtorum geometria quam ex Aristotelis persona hãc quæstionem cõsiderare maluisset, ὕστερα μέτρα geometricæ demõstrationis hic collocasset, eaque πρῶτα fecisset. Sed tamen quæ totis elementis per simile, perque impossibile sit ista demõstratio, si quis logico & cõstanti judicio reputet quibusdam locis non sophismata argumẽtorũ, sed prodigia quædam mentiũ reputabit. Laus doctrinæ est in succincta & brevi perspicuitate: Atqui hisce nostris demonstratoribus demonstratio præstantissima visa est, quæ prolixissima esset & quamplurimas antegressas propositiones complexa: ut 35 p 11. sex & quadraginta syllogismos habet, cui par est 11 p 13. in quibusdam syllogismorũ medius fidius oceanus est, ut in ultima noni: actum demonstratio demonstratori suo visa est pulcherrima & excellentissima, cum esset prolixissima & obscurissima. Atque proportionum & similitudinum tam multiplices tamque varii nexus ferendi sint, præ quibusdam propositionibus ad impossibile. Etenim,

Barbara pyramidum sileat miracula memphis:
Assiduus jactet nec Babylona labor.

Miracula illa corporum & manus opere factorum, nihil præ nostrarum demonstrationum miraculis fuerint: labyrinthos, Aegyptus, Creta, Samos, Jtalia meandris inextricabilibus admirabiles imperitis habuerunt: Demonstrationes autẽ 2,5,10,11,12,18 p 12. per imposibilia majoris & minoris, quibus ambagibus involutæ & implicatæ sunt? An nõ livianus ille nescio quis præceptor, qui discipulos obscurare quæ dicerent, jubebat, σκότισον illud suum mathematicis dictasse ac promulgasse videatur? Res modó tantúm propono, suis locis singula subtilius explicabo: atq; abunde, ut bona spes est, satisfaciam. Unum certé demonstrationis genus est in elementis rarissimum, sed animadversum á nobis secundo libro, ubi demonstratur aliud quám propositũ fuerat: æqualitas planorum illic proponitur, figura autem & fabrica demonstratur, quod non tantúm logicam, sed memoriam demonstrationis mirabiliter arguit. Demonstratio igitur ejusmodi ad redundantiã sine dubio pertinebit, & inter obscuritatis caussas erit. Quamobrem ut syllogisticæ redũdantiæ summa concludatur, omnium ex elementorum materia obscuritatum, obscuritas demonstrationum præcipua & maxima est, cúm elementa minimé demõstrabilia, ut definitiones, partitiones, postulata, syllogisticæ cõplexiones demõstrãtur: Secunda est cúm dubiæ propositiones per simile vel per imposibile tam odiosis ambagibus demõstrantur. Quare si principia in principiis habeãtur, si demonstrabilia ex caussis generalibus demõstrentur, aut saltem ex oppositis vel comparatis manifestis succincte addicãtur, lux magna mathematis afferatur, omninoque si quis ea quæ desunt, expleverit, & quæ redundant, amputaverit, mathematica στοιχειώσεως laude Hippocratẽ, Leontẽ, Theudiũ, Hermotimũ, Euclidem, Theonem superaverit: Id enim certamẽ, eamq; palmã στοιχειῶται omnes illi sibi proposuerũt. Verũenimveró duo capita laudis euclideæ facta sunt á Proclo ἐκλογὴ καὶ τάξις delectus & dispositio: delectus multas obscuritates habuit in ellipsi prætermissorũ: sed longé plurimas in redundãtia assumptorum: ἡ τάξις collocatio & dispositio universorũ elemẽtorũ & methodus superest, quæ fortasse sua virtute superiores illas offensiones perspicuitate aliqua cõpensabit. Ergo caput hoc reliquũ studiosé expendatur & exploretur. Methodi legem anté pactã & compromissam rursum paciscamur, denuo compromittamus, Universa disciplinæ & scientiæ elemẽta & documẽta ordine naturæ collocata, naturaque priora præponito, posteriora postponito. Hæc igitur in hoc reliquo judicio sancta lex esto. Quid Proclus? qualem ordinem, quam viam, quam denique methodum in Euclidis elementis approbat? quomodo denique regiam viam (hîc enim cardo regii problematis vertitur) quomodo, inquam, regiam viam, quo artificio sibi vindicat? Artificium Procli singulare antea explicatum est, idem & hic explicatur. Euclides (ait Proclus) præcipué suspiciendus est & admirandus τῆς τάξεως ἕνεκα, gratia ordinis & collocationis, omnes dialecticas methodos adhibuit, διαιρετικὴν, divisivam ad species inveniendum, ὁριστικὴν definitivam in essentiæ

rationibus,

rationibus, apodictica in trāsitu á principiis ad quæsita, analyticā in quæstionū reditu ad principia. Verum divisio, definitio argumēta sunt ad disponēdū methodo ꝓposita, & tāquā lapides sunt in hac architectura methodica, ἀπόδειξις syllogismus ex caussa concludēs effectū, ut recté hîc Proclus loquitur. Analysis est quædam inversio ἀποδείξεως, ex effectis nempe caussam cōcludens, qualē significat Proclus in totis elemētis ab Euclide frequenter adhibitam & tractatam esse. Theon Euclidem hac in re non probavit, in quinꝗ tantum propositionibus reliquit, nempe in 1, 2, 3, 4, 5 p 13. Archimedes secūdo de sphæra in aliquot propositionibus usurpavit: Pappus initio libri 7. alibi in totis mathematicis ἀνάλυσιν nullā talē animadverti: vera est analysis & quadrati & cubici lateris, & imprimis utilis: & sæpe ꝓdest absoluti operis causā analysi investigare: at tales analyticæ demōstrationes (quales illæ sunt in elemētis planē) sunt sophisticæ, duasꝗ ejusdē rei doctrinas, alterā apodicticā, alterā analyticā facere, ut illic Theon & Archimedes & Pappus faciunt, sophisma est. Nā si ex caussis rē intelligēter & perspicué demōstrasti, demōstras insciēter & obscuré ex effectis. At in quā hæc omnia definitio, divisio, ἀπόδειξις, ἀνάλυσις sunt tanquā lapides in ædificiis ipsis, collocādi aūt & disponēdi logicā (qua res invētæ & sigillatim judicatæ collocētur inter se perpetuo ordine, ac disponātur) id est methodū nullā afferūt. Hęc persępe jā surdis Aristippis cecinimus: aliam esse logicam cogitandis & inveniēdis argumētis singulis, nec totis artib. aliā collocandis & æstimādis: in singulis generib. species distinguēdas esse, argumētū nō esse neꝗ enūtiatū, neꝗ syllogismū, neꝗ methodū. Ergo si Euclides definitiōe, divisiōe, ἀποδείξει, ἀναλύσει utatur, methodos propterea collocādis doctrinæ suę partib. & mēbris varias nō habet: nisi methodi nomine lubet argumētū, aut docēdi modū quēpiā cōfuse potius, ꝙ ꝑpetuæ per totā artē dispositionis ordinē distincté significare. At logici artificii gradus distincté modo disquirimus, de argumēto, de enūtiato, de syllogismo dictū est antea, & qd in quaꝗ parte desideraret aut redūdaret: nūc de methodo parte ultima & ab illis separata disseritur: nihil igitur cōfuse est agēdū. Sed Procli culpa ista sit Euclidē fucatis laudib. exornātis: Proclus tamē eodē loco verā tandē methodū attingit, ubi τὴν συνέχειαν, τὴν οἰκονομίαν, τὴν τάξιν cōtinuationē, œconomiam, ordinem in elementorum antecedentium & consequentium collocatione singularem esse confirmat, quodque Euclides sive addat, sive adimat: nunquam tamen é scientiæ loco excidat, nec labatur in contrarium errorem vel ignorantiam. Ista igitur est quæstio methodi propria, ubi inventorum, imo etiā νοητικῷ enuntiati, nec διανοητικῷ syllogismi judicio judicatarum compositio antecedentium, consequentiumque per totam artem ordo digeritur, quam methodum, quem ordinem, quod totius doctrinæ judicium imprimis intelligi cognoscique cupio. Hæc enim logicarum laudum & virtutum maxima est, quæque ad mathematicas artes constituendum vires præcipuas habet. Hoc instrumēto singulariter Aristoteles unus licet in partib. plurima peccarit, ad artes distinguēdū usus est, infinitos antiquorū cōmētarios ex Europa, Africa, Asia jussu Alexādri collectos generatim subducēdo & ordinādo, rhetorū in rhetori-

cam, logicorum in logicam, mathematicorum in mathematicam, physicorū
in physicam, ethicorum in ethicam. Hanc methodicæ collocationis prudentiā
in rebus astronomicis Ptolemæus, ut antea subtilius explicavi, imitatus est, Ti-
mocharis, Hipparchi, Menelai, Chaldæorū omnino, Aegyptiorū, Græcorumq;
omnium confusos labores digerendo & disponendo. Hanc methodicā philoso
phiam in rusticis rebus explicandis physici præcipué adamarunt. Quinquagin
ta scriptores græci infinitos de agricultura libros ediderant, hos methodi nobi
litate præteriit Mago carthaginensis, res tam dispersas tamque dissipatas com-
prehendens libris duodetriginta. Cassius uticensis Magonem laude methodi
antecessit græca lingua opere ad libros uiginti redacto. Cassium eadem laude
vicit Diophanes, sex libris eadem omnia complexus. Varro methodica trium li
brorum brevitate cunctos tandem superavit. Justinianus eandem laudem in o-
pere longé maximo ac celeberrimo sequutus est, at facilius assequutus esset, si
Aristotelem operis illius architectum non Tribonianum nactus esset: eadem in
mathematis contentio nostris mathematicis institutoribus fuit. Hippocrates
nō fuit primus in Græcia mathematicæ magister, sed quia primus ordine ma-
themata composuisset, primus στοιχειώτης perhibetur. Leon non superavit Hip
pocratem mathematica solertia, sed quia mathesim doctrinæ copia usuque ac-
curatius ordinavit, secundus στοιχειώτης appellatur: Denique logica eadē Theu
dium Leonti, Hermotimum Theudio, Euclidem Hermotimo, Euclidi Theo-
nem præposuit, præstantiorisque formæ authorem, præstantioris etiam mathe
seos authorem doctoremque judicavit. Hoc igitur certamen omnium disci-
plinarum studiosis olim gloriandum & prædicabile videbatur: quod multis
seculis extinctum prorsus jacuit: Renovata autem ætate patrum nostrorum
& excitata species ejus quædam est, sed in præstantium authorum scriptis legiti-
mæ tantùm lectioni restituendis, sic á doctis hominibus castigati & emendati
poëtæ, historici, oratores, georgici, iurisconsulti, sacri etiam Vates: hinc ad-
notationum, castigationum, emendationum, variarum lectionum, adversa-
riorum & ejusmodi titulorum libri eruditæ & laudabilis industriæ testes locu-
pletissimi: Hinc Rhenani & Erasmi in Germania: Politiani & Victorii in Ita-
lia. In Gallia veró collegarum meorum Turnebi & Lambini labores lau-
datissimi. Plerique jam receptos ac probatos authores interpretandos &
vigiliis suis illustrandos sibi proposuerunt, quæ Merceri & Quinquarborei
collegarum item nostrorum in Hebraicis literis perpetua laus erit. Nonnul-
li etiam corpora artium ad illam veterem limam expolienda sibi proposue-
runt: Hinc grammatica primum ad usum aptior, deinde rhetorica & logica:
sed in medicina duo singularem liberioris & justioris philosophiæ laudem
sunt adepti Vesalius & Argenterius: E' Parisiensibus autem medicis Brisso-
tus primus post Cannensem barbarorum cladem ad bene sperandum si-
gnum sustulit: literas latinas & græcas, sed & mathematicas præcipué tenebat,
unde judicii libertatē constantiāque sibi paraverat. Deinceps ab isto Marcello
medicorū collegiū omni doctrinæ laude celebratū est, in eoq; medici præcipuê

duo ad

duo ad ingenii & doctrinæ gloriam diversis viis pervenêre: Gorræus medicis definitionibus diuturna doctissimi cuiusque græci latinique authoris lectione comparatis, Fernelius omnibus medicæ artis tanquam membris à summo ad imum usque deductis & explicatis. Neque despero ex hoc collegio futurum, ut Brissotus alter excitetur, non qui incendat medicorum libros in Aesculapii templo, ut Hippocrates incendisse dicitur, sed certè qui medicorum omnium medicas sentētias igne methodici judicii liberius exploret, breviusque & accuratius complectatur. Verùm methodi quæstionem concludamus, & tantam in collocandis mathematicis elementis tamque necessariam logicam imprimis intueamur. Nam si methodum veram secutus est Euclides, pleraque illa superiora defectus & redundantiæ peccata facile diluerit, seque à Ptolemæi questione liberarit: Sin præposteram quandam ac perversam confusionem in elementis adhibuerit, in errorem omnium fœdissimum turpissimumque adductus intelligetur. Quare sedulò atque attentè caussa ista disceptetur. Euclides igitur, ait Proclus lib. 2. cap. 8, quæstionem istam repetens communia principia primo ordine constituit, propositiones ex his conclusas secundo collocavit, easque problematis & theorematis distinxit Hæc methodus est Euclidis à Proclo variè & variis locis commendata. Quin etiam, ait Proclus, si quis principia, & quæ de principiis oriuntur, permisceat, totam perturbabit scientiam. Sic igitur Euclides à Proclo commendatur, ut μεθοδικώτερον nihil effici posse videatur: Et nos adolescentes eadem opinione adducti, consimili laude Euclidem exornavimus: Verùm logicæ accuratioris studia & exercitationes aliud judicium sequi coegerūt. Quapropter ista laus expendatur: utrum, ut ait Proclus, universa elementa legitimo sint ordine collocata. Verumenimverò quadruplicem in elementis confusionem mathematum corpora, membra, genera, species propè incredibilem continent. Agedum quænam, & quot in elementis mathematicis corpora nominas? Duo, inquam, nomino, alterum est arithmeticum, alterum geometricum: utrum verò natura prius & simplicius est? Arithmeticum, respondet ex Aristotele Proclus, ideoque & geometricum δευτέραν ἔχει τάξιν, secundū habet ordinem, ait, post arithmeticum, ab eoque perficitur ac terminatur. Quicquid enim est in geometria ῥητὸν καὶ γνωστὸν explicabile & cognobile, arithmeticis rationibus explicatur & cognoscitur. Hæc Proclus verè respondet, & ita 5, 6, 7, 8 p 10 libri docetur. At Procle acutissime, Euclides tuus longè alio ordine disposuit & collocauit geometriam de planis primo elementorū loco, arithmeticam in totis quinto, septimo, octavo, nono libris ordine lōgè diverso permiscuit. Ecquid, inquā, cujusmodi patrocinium & encomium tuum est? Laudas Euclidem quod mirabili ordine elementa disposuerit, priora natura priore loco, posteriora posteriore: neque tamen cogitas interea eum ipsum, pro quo dicis, suo ipsius facto atque argumento contrario teneri, cùm geometriam natura posteriorem parte quadam præponat, arithmeticam natura priorem postponat? Hic primus est in methodo & ordine Euclidis elenchus: Hæc obscuritas est prima non dormitantis, sed altè atque arctè dormientis, vel potius stertentis & somniantis στοιχειωτοῦ. Et

mirabile eſt tot ſeculis tam craſſum, tam oculis incurrentem elenchum, laudatum & probatum eſſe. Atque hic methodicæ confuſionis patronus non deerit, comminiſcetur enim aliquis ac turbabit. Quid igitur, inquiet? Utrum dicet ab Euclide non arithmeticam hîc inſtitui, ſed arithmeticæ tantum aſſumi, quãtum reliquis elemẽtis demonſtrandis ſatis eſſet? at contra logicas illas antè receptas leges, contraq; methodum, de qua nunc agitur, nihilo levius peccatũ eſſet: Arithmetica enim arithmeticè, geometrica geometricè docẽda ſunt, & natura priora priore loco & antè docẽda: & Arithmetica legitimo ordine percepta, paria tamen vel ampliora futuris geometriæ demonſtrationibus adferret. Itaq; ſatisfactio iſta gravioris culpæ erit accuſatio. Pergamus igitur, hæc duorum in mathematis corporum confuſio eſt ex neglecta methodo. Quænam deinde eſt membrorum principum compoſitio? Proclus ſtudio laudis occæcatus nihil hîc planè videt. Principia, inquit, primo ordine conſtituit Euclides: Utrum, inquã, principia arithmeticæ & geometriæ cõmunia? An principia Arithmeticæ? Communia enim præcederent utramque artem, propria arithmeticæ arithmeticã antecederent. Utrum, inquam, Proclus? Neutrum horum putat, ſed geometrica principia. Ergo Euclides geometriam arithmeticæ, quamvis ſimpliciori, quamvis natura priori, tamen præpoſuit: neque tamen Proclus id in Euclide ſentit, ſed principia novo quodam genere logicè Euclides accumulat primo libro planorum, tertio curvilineorum, quinto & ſeptimo numerorum, decimo triplici loco ſymmetrorum, aſymmetrorũ, rationalium, irrationalium, ſecũdo binoniorũ, tertio reſiduorum, undecimo ſolidorũ: At methodus iſta valde agreſtis eſt, valde ruſtica. Neque enim natura initio ſylvæ, omnium arborum radices præpoſuit: nec architectus initio civitatis omnium ædificiorum fundamẽta collocavit, ſed ſuis arboribus ſuas radices natura, ſuis ædificiis ſua fundamenta architectura ſubjecit. Itaque debuerat Euclides definitionem trianguli triangulorum, quadranguli quadrangulorũ, multanguli multangulorum doctrinæ præponere: eamq; viam in cæteris principiis ſervare. Quamobrem Ptolemæus jam duobus argumentis inſignibus problema ſuum probabit, de methodo perfectiore. Præpoſuit Euclides geometriam arithmeticæ: at arithmeticam geometriæ præponere debuit. principia membraque omnium generũ ante genera omnia cumulavit: at ſingula ſingulis prætexere debuit. Hyſterologia duplex tam manifeſta admonere Proclum potuit, ne methodũ & ordinẽ in Euclidis elementis tam ſine judicio laudaret. Quapropter gemina iſta & corporum & membrorũ confuſio obſcuritatem mathematis incredibilem attulit, neque ullis exceptionibus, voluntatis, conſilij, authoritatis excuſabilem. Perge, quiſnam, aut qualis tertius ordo eſt in generibus? Potuit enim utroque illo modo præpoſterum & perturbatum ordinem Euclides ſequi, directum & ſimplicem in generibus habere. Artium enim tanquam corporum membra principiaque diſſoluta eſſe potuerunt: genera membrorum principiorumque legitimè collocata eſſe. Quid igitur, qualis logicus hic eſt Euclides? nolite diſsimilem putare, idem eſt, qui antea fuit: Hyſterologia in generibus propoſitionum par eſt & eadem, ſive arithmeticam,

ſive

ſive geometriam Euclidis cõtemplêre, obſcuritaſque par & eadem. Genera numerorum non ſunt digeſta, comparatorum genera toto quinto libro, & ſeptimi parte præceſſerunt, ſimplicium ſecuta ſunt: Eadem in figuris hyſterologia eſt: figuræ planæ ſunt natura priores ſolidis, & ita geometria á ſtereometria diſtinguitur. At 1, 16 p 12: item 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, præcipuaque pars 13, 14, 15 p 13. ſunt geometricæ de figuris planis, neque quidquam ſtereometria utuntur, ut nullam ordinis cujuſquam hac in parte rationem Euclidi propoſitam fuiſſe palám ſit. E geometriæ figuris, planæ & rectilineæ ſunt priores curvilineis, ideoque omnino præponendæ. Euclides tertio libro præpoſuit curvilineorum, id eſt circulorum doctrinam: rectilineorum autem partim præpoſuit primo & ſecundo, partim poſtpoſuit ſexto: rectilinei & curvilinei adſcriptionem comprehendit quarto. E figuris planis rectilineis priora ſunt triangula quadrangulis. At triangulorum & quadrangulorum doctrina permiſta omnino eſt, nulla cujuſquam anteceſsionis vel conſecutionis cura: ut credibile ſit Euclidem de logicæ diſpoſitionis doctrina nihil unquam didiciſſe: imó nihil inaudiſſe, neque aliud quicquam ei in totis elementis propoſitum fuiſſe, quám ut bellis illis demonſtrationibus elementa exornaret: utrum prioribus, an poſterioribus, utrum notioribus, an ignotioribus nihil cogitaſſe, aut quod etiam abſurdius ſit, judicaſſe, totam iſtam perſpicuitatis in ſyllogiſmo & methodo logicam, nihil ad bene docendum pertinere. Atque ita una generum & arithmeticorum & geometricorum hyſterologia in elementis eſt perpetua, ut ad geminam illam corporum & membrorum confuſionem, & obſcuritatem tertia hæc addita, nil ad obſcuritatem & confuſionem reliqui feciſſe videatur: Quid igitur reſtat denique? Corporum, membrorum, generum hyſterologia iſta eſt in Euclide, utrum generum ſaltem ſpecies, ordinem logicum habuerunt, ut ſingulæ ſuis generibus ſint attributæ & ſubjectæ? Legem pacti & compromiſsi recitato, Genus natura prius eſt, ſpecies poſteriores. Sancito igitur: Generalia ſpecialibus præponuntor. At, inquam, iſta lege non minus tenetur Euclides. Propoſitiones enim ſpeciales plerumque generalibus antepoſuit. Propoſitiones arithmeticæ eiuſmodi ſpeciales multæ ſunt, ut é redundantibus illis 1, 2, 3, 4, 5, 6 p 7. ad 12, 24, 22, 16, 19 p 5 & 11 p 7. Sic 5, 6, 7, 8, 9, 10 p 7. ad 12, 11, 13 p 7. Geometricæ ejuſmodi item multæ ſunt, ut 16, 17 p 1. ad 32 p 1. ut 4, 8, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45. ad 1 p 6. Sic 11, 12 p 8. ad 18, 19 p 8. ſic 3 p 9. ad 4 p 9. Sic in ſtereometricis 29, 30, 31 p 11 ad 32 p 11: imó veró pro paucis propoſitionibus generalibus de proportione ex altitudine, reciprocatione, ſimilitudine infinitas ſpecialium propoſitionum facta eſt. Hyſterologia ejuſmodi ab Ariſtotele valde ac vehementer damnata eſt: id Proclus legerat: atque ita principia jubet anteponi propoſitionibus: ſecus affirmat totum diſciplinę ordinem perturbari. Sed affirmat imprudens & inſciens, prorſuſque aliud agens: neq; cogitat affirmatione ſua Euclidis methodicas laudes, quas tam alté exaggerat, penitus affligi & labefactari.

Hunc

Hunc igitur hyſterologiæ elenchum non tam obſcurum cognitu, quàm elementa obſcurantem cum triplici ſuperiore convictum & manifeſtum teneamus, totiſque elementis ab Euclide arithmeticam & geometriam, id eſt arithmeticæ & geometriæ corpora, membra, genera, ſpecies, perverſé & præpoſteré permiſceri & cõfundi judicemus, cauſſamque obſcuritatis immenſam inde naſci, ut ſi corpora duarum artium ſeparata ſuo ordine doceantur, principiaque generibus, genera ſpeciebus ſuis præponantur, facilitas doctrinæ & perſpicuitas ſingularis orietur. Quapropter totam regii problematis querimoniam cõcludamus. Ptolemæus queritur Euclidis ϛοιχείωσιν obſcuram & difficilem eſſe: Euclides contrá confirmat eſſe perſpicuam & facilem, ut ſi quis illuſtriorem aut expeditiorẽ requirat, lubricam ſemitam quærat, non viam regiam. ϛοιχείωσις Euclidis defenditur á Proclo, cauſſa regis á nobis ſuſcepta, & hactenus ſecundum leges conſenſu partium laudatas ac probatas, acta eſt. Proclus laudavit delectum Euclidis in omiſsione plurimarũ rerũ: nos contrá diſſeruimus ab Euclide multa neceſſaria, cognata, propria, neque cõmodê, neque legitimê prætermitti, indeque mathematicã artem obſcurari. Proclus Euclidem laudavit, quod omnes haberet differentias quæſtionum, an eſt, quid eſt, quia eſt, propter quid eſt, tum enuntiatorũ immediati, ut axiomatis, poſtulati, hypotheſis: mediati, ut problematis, theorematis, tum converſionum univerſalium, particularium. Nos contra in his omnibus ſecundum præſentis quæſtionis legem, meras Procli tantumque mathematicam obſcurantes nugas eſſe docuimus. Proclus Euclidem laudavit quod omni ſyllogiſmorũ genere concluderet, omneſque dialecticas facultates in demonſtrando expromeret: Nos contrá é conſtituta bene demonſtrandi lege infinitam atque immenſam mathematũ é demonſtrationibus euclideis caliginem convicimus, qua principia definitionum, partitionum, principia etiam ſyllogiſmorum incredibili modo obſcurarentur: quæ demonſtrationem requirerẽt legitimo demonſtrationis argumento per cauſſam rariſsimé demonſtrari: per ſimile, multoque frequentiſsime per impoſsibile pleraque magnis ambagibus obſcurari. Atque hæc omnia in uno delectu elementorũ. Proclus Euclidem laudavit ordinis gratia, quod ϛοιχειώτας omnes ante ſe natos lõgiſsimê ſuperaſſet, principia præponendo, propoſitiones principiis attexendo, ut melior & accuratior ordo optari non poſſet: Nos contra expoſita inter nos, ordinis, viæ, methodi lege quadruplicem hyſterologiam in elementis intolerabilem oppoſuimus: quod Euclides geometriam natura poſteriorem arithmeticæ natura priori præpoſuiſſet, quod omnia principia planorum rectilineorum, quod curvilineorum, numerorum, ſymmetrorum, aſymmetrorum rationalium, irrationalium, binomiorum, reſiduorum, quód ſolidorum in varios cumulos confudiſſet, quôd genera non perpetuó diſtinxiſſet, quod ſpecialia elementa plerumque generalibus præpoſuiſſet, nec unam ac perpetuam ordinis viam tenuiſſet. Verumtamen quamvis res ita ſit, uti diſputavi, incredibile tamen pleriſque videbitur atque adeo impoſsibile, ut tanti viri quales Euclides & Theon fuere, toties & tot modis errarint, authoritaſque animo ſemel impreſſa, nullis argumentis

evelli

evelli poterit,imponiq; ſibi potius aliqua diſputādi ſubtilitate á nobis arbitra-
buntur,quam rem quamvis veriſsimā, tamen veram eſſe credant, aut ſi tot ob-
ſcuritatis elenchos animadverterint,ſecuri tamē derideant, dicantque ſatis eſſe
ſi verum doceant, neq; omnino aliud Euclidi propoſitum fuiſſe: At monui Eu-
clidem Theonemque mathematis excellere potuiſſe, omniaq; vel numerorum
vel figurarum opera facere,qui logica tamen nequaquā excellerent, quiq; ideo
mathematicam non ſatis accuraté docuiſſent.Noluerunt,inquis,accuratius do
cere:Ergo,inquam,tanto gravius peccarunt,ſi ſponte peccarunt, ſiquidem pec-
care eſt tanquā juſtitiȩ lineas tranſilire:Neq; enim juſtum eſt voluntati Euclidis
vel Theonis logicam ſubjectam eſſe,ſed Euclidis & Theonis voluntatem ſubjici
logicæ, id demum verum & legitimū jus eſt. Et tamen qui iſto modo Euclidem
vel Theonem defendit,contumelioſus eſt Euclidi Theonique: Nam verum do-
cuerant illi veteres ϛοιχειῶται: Euclides tamen mathematicæ laudē permagnam
ſibi propoſuit,ſi facilius & accuratius doceret.Et laus Euclidis á Proclo ſingula-
ris illa fuit.Euclides ipſe verum docuerat: Theon tamen mathematicæ laudem
permagnam ſibi propoſuit, ſi perſpicuitate & accuratione ſuperaret Euclidem.
Quare faceſſat iſta defenſio:reſque,ut eſt,ita per ſe conſideretur.Mathematicam
igitur illam antiquam ſequamur,& inſtitutam quæſtionem concludamus. De-
monſtravimus logicam magiſtris elementorum valde ac vehementer defuiſſe.
De logicis enim inſtrumentis illis ad inſtituendas artes neceſſariis,unicum fore
κατὰ παντὸς Euclides & Theon in mathematicis ſibi propoſuerūt,ne quid falſum
docerent: de cæteris omnibus non admodum ſoliciti fuerunt:nihil fere καθ' αὑτὸ
in regundis finibus: nihil καθ' ὅλου πρῶτον in generalibus generaliter,ſpecialibus
ſpecialiter explicādis: nihil prope in demonſtrādo natura priores & antiquio-
res cauſſas exquiſierunt,nihil valde regiam á natura prioribus methodū viam-
que:nihil,inquam,illa tam neceſſaria doctrinis informandis inſtrumēta admo
dum cogitarunt unquam vel curarunt. Itaq; judicium, quod modó exercetur,
non mathematicū,ſed de mathematis logicum eſt. Quamobrē omnes mathe-
maticos logicis artibus inſtructos & idoneos judices regii problematis hujus
appello, ut cōtraria cauſſarum momenta perpendant atque examinent, deque
noſtra in colligendis tam multarum tamque variarū obſcuritatum cauſsis dili-
gentia ſtatuant:utrum Ptolemæus juſta & legitima ratione moveatur ad Eucli-
deæ ϛοιχειώσεως obſcuritatem improbandum,ad clariorem & promptiorē ϛοιχείω
σιν requirendum. Ponite itaque ante oculos quicunq; controverſiam iſtam di-
ſceptare & dijudicare contenditis:ponite, inquam, ante oculos logicas illas le-
ges,quas judex æquus nemo velit,nemo poſsit inficiari:logicas, inquam,leges
de condendis & conſtituendis artibus ante oculos ponite.Comparate in Eucli-
dis elementis materiam,formamque conſiderate. Poſtremo ſtatuite quomodo
via tam multis impedimentis & difficultatibus obſtructa & obſcurata poſsit
regia videri: ac decernite tamen utrum meritó de obſcuritate mathematicæ di-
ſciplinæ Ariſtippus & Epicurus conquerantur (neque enim tot cauſsis impulſi
injuria queruntur) ſed tamen neque ſatis idoneo argumento moventur ad ma

thematicam scientiam calumniandum ac penitus improbandum. Obscuritas enim est, sed humana, quæque viribus humanis domari: imo veró funditus atque in perpetuum tolli possit, & quamvis egregié animatus ad hunc laborem accesserim: spero tamen certatim plerosque accursuros, vel potius advolaturos esse, qui nobis istam palmam præripiant. Verumenimveró Britanniam antea cohortati sumus, Germaniam laudávimus: Italía veró omní genere laudis & cohortationis mihi complectenda est, artium præstantia ingeniorumque claritate, ait Plinius, rectrix parensque mundi. Italos itaque ptolemaici problematis non solúm arbitros & judices, sed assertores ac vindices mihi proposui. Habet Italia multas & nobiles academías, in quibus si suus honor mathematis habeatur, ut latinis græcisque literis, ut rhetoribus, logicis, physicis, medicis, jureconsultis habetur, dubitare equidem nullo modo possum, quin Pythagoras in Italiam propediem redeat, & mathemata rursus principia reliquæ deinceps philosophiæ constituat, omniaque clariora & illustriora efficiat. At nescio quo temporum fato in Italia frigescere studia mathematum, & mathematicæ professiones minus honorari cœperint, cúm tamen sive arithmetica in numeris, sive geometria in mechanica, architectura, optica, pictura spectetur, matheseos usus nulla in gente sit insignior. Arithmetica non numerorum potius, quám nummorum non in Italia modó, sed in Gallia, Britannia & reliqua Europa, credo etiam in Asia & Africa italorum trapezitarum manibus exercetur: si quis usquam muniendis urbibus & castellis mechanicus, si quis regum palatiis ædificandis architectus, si quis vivis rerum imaginibus exprimendis pictor egregius est: italus est. Et tamen cum percuntarer de academiis Italiæ, quos professores mathematicos, quibus stipendiis atque honoribus haberent, nil admodum Italia dignum comperiebam: imó si qui mathematis scribendis aut explicandis delectantur, eos non professionis munere, sed ingenii atque otii oblectatione ductos animadverti. Scripsit Hieronymus Cardanus doctissimé mathematica plurima, medicinam tamen profitetur. Maurolycus maximam spem dederat fore ut omnes antiquæ mathematicæ doctores ipsius diligentia velut ab inferis in hanc iterum lucem excitarentur, & orbi terrarum communicarentur: Fama illa, quæ tantoperé increbuerat, nescio quomodo evanuit. Piccolomineus editis in Aristotelis mechanica commentariis ostenderat, quantus mathematum artifex futurus fuisset, si sese penitus illi studio dedidisset. E' veneta nobilitate Barocius converso, & plerisque locis emendato Proclo: item Daniel Barbarus explicato Vitruvio animi caussa non matheseos professione mathematici esse voluerunt: Sic Commandinus é græco in latinum elegantius fideliusque conversis doctrinæque rarioris accessione illustratis Archimede, Apollonio, Sereno, Ptolemæo amplissimé de mathematicis rebus meruit, non tamen ut in cathedram ascenderet. Quamquam talis commentatio professio quædam sit, eaque illustrior fortasse & gloriosior. Itaque Commandine, præsentes futurosque latini nominis mathematicos vigiliis tuis tantoperé obligatos esse, tibi gratulor, utque quotidie magis

ac magis

ac magis obligentur, ut de Pappo præsertim postremis literis nobis recepisti, felicem ac fortunatum longioris vitæ cursum ex animo tibi deprecor & exopto. Quid multa? Italia tota nobilissimus feré quisque mathematicas artes ad otii ingenuitatem, ad domesticos vel bellicos usus adamavit: tametsi mathematicæ professiones & scholæ minus frequentes ac celebres habeantur. Quamobrem Italiæ principes, liberæ civitates, reges, pontifices vestram liberalitatem mathematicæ artes jam implorant, ut non tantúm privatim amentur colanturque, sed in publicas academiarum vestrarum cathedras vestra insigniore munificentia inducãtur. Platonis votum illud est 7. de repub. stereometriam conquerentis vix adumbratam esse. Principes, ait, in rebuspublicis liberales optandi sunt, qui præmiis & honoribus excellentia, ad istam inquisitionem ingenia cohortentur. Itaque Emanuel dux & princeps excellentissime huc te imprimis appellabo, qui viros qualibet eruditione præstantes undique ad Augustam Taurinorum tuorum academiam frequentandum & exornandum magnis præmiis evocas: qui mathematicis artibus & artificibus & instrumentis mirandum in modum delectaris, ut nihil usquam rarum aut singulare mathematici generis prædicetur, quod tibi quovis sumptu comparandum non existimes: qui Margaritam uxorem habeas heroinarum nostri seculi facile principem, pari virtutis amore tecum certantem, teque quotidie vehemẽtius ad omnes egregias laudes incitantem. Vobis hic ampla sempiternæ gloriæ seges est. Cæteræ vos patronos & mecœnates habẽt disciplinæ. Pythagoras, Plato, Aristoteles mathematũ, id est ingenuę eruditionis elemẽtorũ ꝓfessionẽ à vobis postulãt. Hieronymus Roverius Taurinorũ archiepiscopus, vel potius episcoporum elegãtiore literatura coryphæus, Molinæus condiscipulus quondã meus vobis pro raris & medicinæ & prudẽtiæ dotib. charissimus: Cujacius nostrorũ jurisperitorũ decus postulationẽ, sat scio nequaquã improbabunt. Ac si vestris præclaris virtutibus accessio ista facta sit, omniumque linguarum atq; artium laudandarum cognitio & scientia populis omnibus magnificentia vestra patuerit:

Fortunati ambo, si quid mea carmina possunt,
Nulla dies unquam memori vos eximet ævo.

Eadem mihi cohortatione cohortandi essent duces Ferrariæ & Florentiæ, nisi multis insignibus in doctos cujusq; doctrinę professores exemplis mihi planẽ persuasum esset, ducatus potentiã ducibus ipsis virtutis & doctrinæ gloria chariorem non esse. Florentiæ tamen avitum illud literatis omnibus hospitium, & duabus præterea academiis pisensi & senensi exornatum mathematicis artibus ducalem, vel si Porsena pro antiqua dignitate nominetur, regalem ducisque imó regis gloriæ honorem parem vehementius efflagitat. Venetiæ veró cur mihi cohortandæ potius quám omni genere laudis exornandæ? Mitto miraculum urbis, omnium urbium quæ unquam fuerint, pulcherrimæ, sed urbis velut insularis, omnibus tamen viis ac regionibus subternavigabilis, classemq; Xerxis verius, quám fixã ædificiis urbẽ referentis. Quid veneti ipsi? nonne quot patritii, tot non dico solũ reges, ut Cyneas ille de senatoribus romanis dixit, sed

O 2 Pytha-

Pythagoræ, Platones, Archytæ, Aristoteles ſuſpiciendi atque admirandi? Quid
induſtria Venetorum opificum? Equidem quod quotidie nõ à Venetis modò,
ſed ab hominibus noſtris ſæpe jucundeque narrantibus audio: ſi mechanicus
ille geometriæ uſus, de quo diximus, totus undiq; in unum locum conductus
quæreretur, armamentarium venetum conductum demonſtraret. Quid vis am
plius? Veneti opifices, quamvis græcarum latinarumque literarum rudes & im-
periti, tantum arithmeticæ, tantum geometriæ uſum habent, ut libros de arith-
metica deque geometria ſubtiliſsimos conſcribant. Tartalea teſtimonium lau-
dis hujus ampliſsimũ perhibuit. Itaque Veneti profeſſores èloquentiæ, philoſo
phiæ, medicinæ, juriſprudentiæ patavinam academiam jampridem celeberri-
mam fecerunt: Si Euclides mathematicis elemẽtis, Ptolemæus reliquis partibus
profeſſores acceſſerint, cumulum perfectæ eruditionis adferent. Quare patricii
Veneti curam hanc veſtro patriciatu dignam ſuſcipite. Veſtra civitas, licet infi-
nitæ potentiæ hoſtibus tot annos undique obſeſſa & circunvallata, tamẽ Archi-
medeis illis viribus incolumis & libera permanſit: Auctis igitur iiſdem & am-
plificatis æternum in terris beatæ civitatis exemplum permaneto. Bononiam
equidem unicè amo coloque, non ſolùm quia me profeſſorẽ optaverit, ſed mul
to maximè quia una inter doctiſsimas Italiæ academias conſenſu omnium om
nis doctrinæ laude princeps habeatur. Hunc doctrinæ principatum peperit Bo-
noniẽſium humanitas in peregrinos, amor ſingularis erga omnes virtute & do
ctrina præſtantes, & quidem admiratio veneratioque tanta, ut honor virtuti ac
doctrinæ nuſquam verior ac plenior habeatur: Senatus φιλοτιμία quædam ma-
gnifica & generoſa in profeſſoribus deligendis: ut pleriſque populis non ſit ma
jor ambitio de amplificandis finibus, quàm Bononienſibus de oratore, philo-
ſopho, medico, jureconſulto undique exquirẽdo, & liberalibus præmiis ornan
do augendoque: doctorum nempe & eruditorum hominum dignitate, civita-
tis quoque dignitatẽ præcipuè contineri arbitratur. Ergo Bononia doctis pro-
feſſoribus ſemper excelluit ſemperque floruit: hinc præſentia ornamenta bono
nienſis academiæ Sigonius orator, Cardanus medicus, Papius jureconſultorũ
Craſſus Scævolaque: Cupio tamen Bononiam ſine exceptione laudare, audio
Mariam mathematicũ inſignem & Copernici magiſtrum Bononiæ profeſſum
eſſe, Simum deinde ſucceſsiſſe. Itaque mathematicæ diſciplinæ ſtudia (Qua-
draginta viri verè nobiles vereque imperio majore digni) tueri ac ſuſtentare,
imò verò amplificare veſtræ gloriæ proprium eſt. Hæc ingenuæ & liberalis do-
ctrinæ principia & elementa ſi Bononiæ Pythagora, Platone, Ptolemæo, Ar-
chimede dignum honorem adepta fuerint, non Athenas modò ſed Metapon-
tum, ſed Alexandriam, ſed Syracuſas, ſed ſi quid uſquam in terris nomine
doctrinę clarum atque illuſtre fuerit, Bononiẽſis academia ſibi vindicato. Quid
verò te Philippe tam multorum regnorum regem cohorter, ut Ticinum Inſu-
bribus: Salernum Picentinis: Parthenopem Campanis: Palermam Siculis:
Pinciam, Siguntum, Complutum, Salamanticam, Toletum Caſtellanis:
Hiſpalim Granatam, Oſsimam Beticis: Oſcam, Illerdam, Valentiam Tar-
raconen-

raconensibus: Louanium & Duacum Belgis: quid, inquam te cohorter ut tot tamque nobiles academias ditioni tuæ subditas mathematica scientia exornes? Gloria siquidem illa majorum tuorum quondam longé maxima maximeque literis & linguis omnium gentium celebrata fuit. Alphonsus rex in tabulas astronomicas convocatis undique mathematicis insignibus quadringenta coronatorum millia impendit, Alexandri ad Aristotelem in animalium historiam liberalitate penè exæquata. Quare ut numero regnorum reges Europæ reliquos superas, sic excellentibus cúm reliquarum doctrinarum tum mathematicarum doctoribus superato. Nonius Lusitaniam suam mathematis lu culenter exornavit: ac si adhuc quod vehementer opto, patriæ superfit, non dubito quin adhortationem nostram regi suo, licet adolescenti, tamen facile comprobet, persuadeatque Ulysbonam & Conimbricam mathematicis studiis instruendas esse, neque quicquam illi esse aptius ad oras universi maris insulasque toto orbis oceano dispersas retinendum. Enimveró cum christianæ Europæ provincias feré omnes mathematica commendatione peragraverim, quo te piaculo Pie quinte pontifex Romane prætercam? Academiæ academiarum principis dominus es: unde cæteris etiam omnibus academiis orbis Latini tempora studiorum promotionumque gradus, ordines facultatum, laborum præmia & privilegia descripta sunt. Itaque tua singularis cura hîc esse debet, ne qua in academiis usquam disciplina liberalis, mathematica præsertim omittatur. Deus enim primis hominibus nullam grammaticam dedit, quia uno ore atque eodem sermone omnes, natura penè ipsa docente, utebantur: neque forensium caussarum rhetoricam, quia in tanta morum innocentia lis nulla nascebatur: purissimæ mentis & immaculatæ ratio logica ipsa tum fuit. Ergo artes mathematicæ divinitus vel oblatæ vel inventæ, quæ dei potentiam in mũdi creatiõe, sapiẽtiã in administratiõe, pietatẽ ex infinita bonorũ omniũ erga genus humanũ largitate demõstrarẽt: illa primorũ hominũ, ut antea docui, theologia singularis & eximia fuit, quã restituere & stabilire tuæ authoritatis imprimis fuerit, ut iis præclaris artibus erudita juventus, cúm judiciũ ratione obfirmare didicerit, neque cuiquam vanitati temere assentiri consueverit, non facile á uera pietate ad aniles fabulas abducatur. Hæc ad te eó liberius constantiusque dicuntur á nobis, quod fama raræ virtutis, & jampridẽ in romanis pontificibus inauditæ celebraris: ambulare pedibus per urbem: sine satellitibus esse palám: sine armis, in benevolentia civium & conscientia rectæ vitæ custodiam corporis collocare: ex immensis romani pontificatus opibus minimam partem pontifici condonare, maximas partes in publica religionis negotia impendere: stuprorum labes & impuritates antea tota urbe liberas secernere á castis oculis atque auribus: quæ laudabilia quidem ipsa per se sunt, sed majora & splendidiora postulantur. Romã triumphantem historici descripsere heroicis civium virtutibus apud exteras nationes admirabilem. Romam expleto heroibus omnium scientiarum atque doctrinarum: ut cúm ẽ provinciis vel apud suos eximii theologi, jureconsulti, medici, mathematici, oratores, linguarum

magiſtri in urbem venerint: reperiant tamen doctores, á quibus poſsint erudi vi, fateanturque Romam academiarum omnium dominam reginamque academiam eſſe. Id veró futurum eſt, ſi á præmiis virtutis & doctrinæ purpurati Ariſtippi atque Epicuri procul arceantur: Pythagoræ, Platones, Euclides, Ptolemæi, Hippocrates, Solones, Lycurgi, præcipueque Moſes & Pauli ultró acceſſantur, ſummique profeſſores illi ut grammatici grammaticæ, rhetores rhetoricæ, logici logicæ, mathematici mathematicæ, philoſophi reliqui philoſophiæ reliquæ, ſic non Ariſtippi non Epicuri quamlibet genere lauti ac ſplendidi, ſed theologi omnibus illis antecedentibus ſtudiis perfecti & cõſummati theologiæ & cujuslibet de religione controverſiæ judices atque arbitri conſtituantur, primoſque in urbe idcirco honores aſſequantur. Hos enim pædonomos in beata civitate honoratiſsimos eſſe jubet Plato. Tum impietates é chriſtiana religione & immanes ſectas Chriſtiani ſublatas eſſe lætabuntur. Romam tum denique veré triumphantem omnes confitebuntur, lætiſque animis prædicabunt, hunc aureum pontificatum omnes mortales complectentur, fovebũt, oſculabũtur. Sed ô me ſomnio neſcio quo tota cohortatione felicẽ ac fortunatũ! Sũ P. Ramus regius Lutetiæ profeſſor ſolicitus de craſtina mathematũ prælectione, & tamen é bibliotheca egreſſus, Britanniam, Germaniam, Italiam, Siciliam, Hiſpaniã peragravi, Romam veni: Reges, principes, liberas civitates, duces, põtifices inviſi coramque liberé compellavi: jam domũ ad me, meoſque in bibliothecã redeo regiumq; diploma initio mihi propoſitũ meditor, ad quod impetrandum ſi me Aemari Vabrei regii ſecretarii & opera & induſtria & populari illa publicas in cauſſas liberalitate ſingulariter adjutum oblitus eſſem, ingratã mihi atque acerbam vitã eſſe arbitrarer: Diploma igitur hoc unũ mathematicis, imó quacunq; doctrina doctis omnibus impetratum nobilibus atq; ingenuis artibus gratulabor: collegaſque meos ad extremum proprié cohortabor. Itaq; collegæ mei mathematũ profeſſores ac magiſtri, excitate animos, & de profeſsionis gloria magis ac magis cogitate.

Sint Mecœnates, non deerunt, Flacce, Marones:

ait Martialis: At ego etiam contrá:

Non Mecœnates deerunt, ſint, Flacce, Marones.

Ut enim artes auxilio librorum, expedito vitæ viatico, honore laboribus propoſito facilius & alacrius percipiuntur: ita qui præſtant artibus privatæ & publicæ vitæ utilibus, non poſſunt nõ protinus á mortalibus omnibus amari atq; honorari. Ecquis veſtrum, ſi optio fieret non malit ſe Syracuſis Archimedẽ mathematicũ, quàm tyrannũ Dionyſiũ fuiſſe? Ecquid, ſi jam Noribergam cõtrariis ſimul portis, altera ſummus urbis magiſtratus, altera redivivus Regiomontanus adventare dicerentur, utro frequentiorẽ concurſum credimus futurũ? Fructus certé longé nobiliſsimus ingenuis ſtudiis deeſſe nõ poteſt. Fuit igitur quõdam romanæ reipub. principibus glorioſum vias prætorias & conſulares ſternere, ſuiſq; nominibus appellare, Appiã, Flaminiam. Itaq;, ait Galenus, ſimili in quæſtionis genere, cum veteres in Italia viæ injuria temporum neglectæ diffici-

ficiliores essent, Trajanus imperator hoc regium vereque imperatorium opus aggressus, omnes vias refecit: quæ partes humidæ ac lutosæ essent, lapidibus constravit, aut editis aggeribus erexit, quæ sentibus circumseptæ & asperæ essent, perpurgavit, flumina, quæ vado transiri non poterant, pontibus conjunxit, ubi flexus longior esset, brevius iter direxit, sicubi veró propter editum collem aditus arduus esset, per mitiora loca deflexit. Denique si via obsessa feris vel locorum solitudine deserta esset, per cultas regiones & habitatas deduxit, aspera omnia complanavit. Quamobrem, per deum immortalem, mathematici professores, ubicunque terrarum estis, suscipite istam prætoriam vel consularem provinciam, hanc regiam & imperatoriam curam, & quidem tanto majorem & præstantiorem, quanto viæ per artes ac disciplinas gratiores hominibus & fructuosiores futuræ sunt quibuslibet viis per paludes, sentes, flumina, montes, solitudines directis. Via hic appia, illic flaminia dicta, arithmetica vestri nominis fama, geometria vestri nominis gloria prædicabitur. Turpe est posteris habere expressa à majoribus suis exempla diligentiæ, laboris, industriæ, ignavia autem & inertia languere & torpere. At veró Pythagoras Thaleti, Hippocrates Pythagoræ, Plato Hippocrati, Architas Leonti, Eudoxus Platoni, Theudius Eudoxo & Leonti, Hermotimus Theudio nequaquam istas pectoris delitias, tamque degeneres angustias ostendere: non turpitudinis, sed mortis instar generosis illis mentibus fuisse arbitror, nihil ad inventa maiorum adjungere: acceptum doctrinæ patrimonium non auctius & locupletius efficere. Itaque ducentis annis tot ac tanta mathematicæ disciplinæ monumenta Proclus conclusit. At nos mathematici annum propè sesquimillesimum eximii videlicet facti fimus nihil addendo: imó vix, ac ne vix quidem relictæ doctrinæ millesimam partem intelligendo, nihil exercendo. Quamobrē expergiscimini aliquando, & in studium tam illustre, tam magnificum, tam laudabile ardentius incumbite. Materies varia est & multiplex & copiosa non in Euclide solúm & Theone, sed in aliis præterea primariis authoribus, Diophanto, Archimede, Theodosio, Apollonio, Sereno, Pappo: multo etiam major in reliquis illis quæ Aristoteli φυσικώτερα dicuntur. Conformatio materiæ illius compositioque, id est methodus á vobis expectatur & postulatur, ut mathematicis elementis regia via dispositis propositiones singulæ suam veritatem non solúm proponant, sed ordinis sui argumento præcipué demonstrent: Neque veró demonstrent veritatem solúm, sed multo maxime utilitatē, neq; Platonis aliquando non satis neq; sapiens neq; hominum generi commoda sententia de mathematum contemplatione tam superstitiose vel ambitiosé audiatur: Sed Pythagoræ popularis illa in docēdo simplicitas: deinde Archytæ, Leontis, Eudoxi, Archimedis, Heronis præcipué mathematica utilitas exerceatur & excolatur. Quid multa? mathematicum judicemus, qui non solúm propositiones arithmeticæ & geometriæ syllogismo aliquo concluserit, sed multó magis qui exemplo atq; opere fructum arithmeticæ, utilitatem geometriæ præstiterit. Quod si quādo cōtigerit mathematica elemēta nō solum á doctis homi-

nibus ætate & labore confectis, uti nunc fit, sed á pueris, á mechanicis, ab archi tectis, á pictoribus facilius ediscentur, facilius exercebuntur. Quamobrem de um optimum maximum oro & obsecro, ut ad hoc opus catholicis illis & methodicis legibus conformandum, & modis omnibus exercendum & tractandum, omnes ubicunque terrarum sint, hujus tam præstantis scientiæ peritos & intelligentes excitet. Thales & Pythagoras musis mathematicis bovem immolarunt, cúm theoremata quædam geometrica invenissent. Ego veró bovem opimam vel hecatombem potius totam philosophis illis & cupidissimé voveam, & voti damnatus sanctissimé persolvam, á quibus mathematicas artes pueris faciles, opificum vulgo familiares, cognitione denique & usu non tantúm mirabiles, sed etiam populares factas esse videam. Ad te postremó, Catharina Medicea, redeo, & cohortationem in te concludo. Primo libro mathematicos omnes tibi proposui, qui te cúm inventorum suorum varietate & præstantia, tum personarum ipsarum fama ac dignitate commoverent, ut se hospitio tuo dignos judicares. Secundo libro mathematum utilitates declaravi: quę tibi demonstrarent, quot & quantis bonis Caroli filii regnum auctura esses, si mathemata per omnes Galliæ academias docerentur atque exercerentur. Tertio disputavi mathematicas artes via quadam faciliores & clariores effici posse, ne studiosa juventus inposterum á tam nobilibus disciplinis obscuritate ulla re vocetur: ad mathematicam scientiam denique suscipiendum & celebrandum mortales omnes exhortando, Britannos, Germanos, Italos, Hispanos cōplexus sum, id est testem postulationis meæ orbem terrarum, vel adstipulatorem appellavi. Itaque cogita iterum atque iterum te in amplissimo gentium omnium theatro positam, infinitis oculorum millibus circumspectari, exitumque nostræ cohortationis expectari non ab exteris tantúm, sed multo magis á sedecim amplissimi regni academiis Parisiorum, Aureliorum, Biturigūm, Andiū, Pictonum, Rhemorum, Divionensium, Cadomorum, Nannetum, Burdegalēsium, Aqueensium, Gratianopolitanorum, Valentinensium, Tholosatum, Cadurcorum, Nitiobrigum: Avenionem, adderem nisi pontificis quám regis esse mallet: urbi tamen urbium gallicarum elegantissimæ ad egregias reliquarum artium professiones mathematum quoque elegantiam exoptabo. Tot igitur academiis christianissimum regnum ornatum est, sed multo ornatius & splendidius fururum sit, si tot regni partibus mathemata, id est clarissima liberaliū artium lumina pelluceant. Excita igitur mediceum illum animi vigorem, spemque nostram vincito. Si Britannia, Germania, Jtalia, Hispania nostris votis respōderint: attamen tu omnium omnes laudes superato, gymnasiumque Catharinæ Mediceæ ante conditorum gymnasiorum non solum splendore ædificiorum, opulentiaque fundorum, sed multo maximé ingenuarum disciplinarum mathematicarum imprimis professione præstantissimum ac nobilissimū facito.

FINIS.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER QVARTVS IN *primum librum Arithmeticæ.*

TRibus superioribus libris proœmium quoddam fuit cohortationis ad artes mathematicas, deinceps materies nobis pressior erit in singulis præceptis mathematicis. Quartus itaque liber erit in definitionem & partitionem mathematicæ, & in primum librum nostræ arithmeticæ. Quid igitur est mathematica? Est (inquam) doctrina quantitatis: ut veró definitur arithmetica bené numerandi, geometria bene metiendi doctrina, sic generali verbo, modo ex suo fine definiretur mathematica ars, tanquam diceretur, quantitandi. Sed tamen non si vocabulum deest, res ipsa minus intelligatur: nomen autem μαθήσεως, μαθήματος, μαθηματικῆς, generale est, & disciplinam significat, ut μανθάνειν discere, μαθητής discipulum: specialis tamen intelligentia facta est ad doctrinam quantitatis exprimendum. Synecdoche generis pro specie caussam hinc habuit, quod diutissime mathemata sola ex artibus discebantur, ut primo libro patuit, cum nulla dum esset, neque grammatica, neque rhetorica, neque logica: Itaque tanquam hæ solæ essent artes, artes etiam sunt appellatæ: postea autem propter excellentiam generale nomen retentum est, quia hæ disciplinæ omnium certissimæ essent & accuratissimæ: quæque doctoris lumen præcipue requirerent ut solæ artis & doctrinæ nomine dignæ viderentur. Atque hæc mathematicæ definitio qualiscunque esto. Partitio autem est in arithmeticam & geometriam: quia quantitas mathematica est discreta ut numerus, aut continua ut magnitudo. Procli de hac partitione commentatio duobus capitibus libri primi duodecimo & decimotertio producitur. Quapropter partitionem mathematicæ ex ejus sententia declaremus. Quid igitur mathematica, quotuplex mathematicis visa est? Pythagorei mathematicæ partes quatuor numerant, arithmeticam, musicam, geometriam, astrologiam: quoto enim & quanto dividunt quotum per se esse, aut referri ad aliud: item quantum quiescere aut moveri: In primo arithmeticam: in secundo musicam: in tertio geometriam: in quarto astrologiam collocant. At partitio ista non est κατὰ παντὸς, imó plane falsa est: musica non docet doctrinam numerorum, sed rationes & proportiones sonorum: neque astrologia docet quantitatis doctrinam in linea, superficie, corpore, sed naturam & affectionem corporum cælestium. Utuntur artes omnes nominibus & verbis: item argumento, enuntiato, syllogismo, methodo, artes tamen earum rerum sunt grammatica tantum & logica: Itaque dicendum musicam & astrologiam uti numeris & lineamentis, id est quantitatibus in arithmetica & geometria declaratis, quãtitatis tamen doctrinam tantum esse arithmeticæ in numero, & geometriæ in magnitudine. Quare quadripartita distributio mathematum est falsa. Geminus partitionem aliam paulo subtilius instituit, quod mathematica sit intelligibilium vel sensibilium: Intelligibilium, ut arithmetica & geometria: sensibi-

lium: ut Mechanica, Aſtrologia, Optica, Geodæſia, Canónica, Logiſtica. Atque Geminus licet Logicus adverſus Euclidem nonnunquam acutior, attamen non multo accuratius quàm Pythagorei partitus eſt. Artes enim omnes ſunt rerum generalium & univerſalium, alioqui non eſſent κατὰ παντὸς, ideoq; intelligibilium, neque magnitudo minus eſt naturalis & ſenſilis quàm ſol vel luna. Sed Ariſtoteles partitionis hujus lucem, licet non ſatis aperte locis omnibus, aliquando tamen acutius vidit. Secundo phyſico quærit quomodo differat phyſicus á mathematico, cum uterque lineamenta & figuras conſideret, & reſpondet illa conſiderari á mathematico abſtracta á motu & materia, â phyſico autem contra permiſta & conjuncta materiæ motuique. Sed Ariſtoteles multó gravius veriuſque in philoſophia philoſophatur, cum ab eo totum illud ἀφαιρετικὸν abſtractivum mathematicæ diſciplinæ genus deridetur, appellaturque πλασματικὸς ὁ λόγος fabulator ſermo, tamque ἀφαιρετικὴ efficitur phyſica & medicina, quàm mathematica, quod veriſsimũ eſt. Leges enim formandæ artis κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον communes ſunt omnium artium, & perinde à ſingulis rebus præcepta generalia, homogenea, propria abſtrahi jubent: Sed abſtractio mathematica clarius explicatur in metaphyſicis, quod abſtrahere magnitudines nihil aliud ſit, quàm conſiderare ſine grauitate, leuitate, duritie, mollitie, raritate, denſitate, calore, frigore, cæteriſq; phyſicis accidentibus: quod quidem uериſsimé dictum eſt, ſed tam veré etiam de coloribus abſtractio diceretur, ſi Apelles aliquis de coloribus artem aliquam ſcriberet. Conſideraret enim à cæteris rebus nihil naturæ coloris eſſentialibus abſtractos & ſeparatos colores. Quærit etiam Ariſtoteles eodem phyſico ſecundo, utrum aſtrologia ſit pars phyſicæ, quod idem quæri poterat de Optica & Muſica. Sed obſcurius ea quęſtio diſſoluitur: reſpondet enim Ariſtoteles hæc é mathematis eſſe φυσικώτερα magis phyſica: vel potius mathematis cõtraria, quia geometria lineam quidem phyſicam conſiderat, ſed geometricé, id eſt per ſe, & ſolitariam: phyſica autem geometritam, ſed phyſicé, id eſt cũ reliquis phyſicis accidentibus alligatam. Sic (inquam) Ariſtoteles diſſolvit, ſed neq; ſatis aperté, neq; ſatis logicis informãdarum artium legib. congrué, ut ad 2 cap. 2 phyſici dictum eſt á nobis. Nam quod phyſicus conſiderat lineamẽta & figuras, conſiderat non phyſica, ſed mathematica facultate: & ſi phyſica ſit ſcientia corporis materiati & ſenſilis, certê aſtrologia pars ſit phyſicæ neceſſe eſt, & Optica pars erit phyſicæ de viſibilibus, ut muſica de ſonis, & tanquam diceretur de audibilibus. Quare bimembris illa mathematum partitio teneatur. Mathematica igitur eſt arithmetica in numero, geometria in magnitudine, muſica autem, aſtrologia, cæteraque illa φυσικώτερα non ſunt artes mathematicæ. Nihil enim præcipiunt de quantitate, nihil de numero, nihil de magnitudine, ſed de re phyſica numerata, de re phyſica magna. Itaque mathematicæ non ſunt. Logiſticam veró ab Arithmetica, ut geodæſiam à geometria σφαιροποιίαν, μεθεωροσκοπικὴν γνωμονικὴν ab aſtrologia ſeparare non major ratio fuit, quam grammaticam & grammaticæ uſum duas artes efficere, ſic pleraque in mathematicis vulgó numerata artificium quoddam ſepa-

ſeparatum habent, ut Coſmographia, Geographia, in quibus Ptolemæus princeps fuit. Mechanica & Organica, in quibus Archytas, Eudoxus, Archimedes excellucre: ταυτοματοποιητικὴ, cuius principes Eteſibius & Hero fuere: ἰσοῤῥοπικὴ de ponderum æquilibrio, quam celebravit Timæus, ſed maximê Archimedes: hinc libræ & trutinæ: τακτικὴ in re militari, cujus magiſtri Polybius & Aelianus apud Græcos, Vegetius apud Latinos: Architectura, de qua Vitruvius præcepit. Veruntamen non eſt illud prætereundum, quod Proclus communiones & differentias arithmeticæ & geometriæ hic etiam collegit, fecitque Logica illa de materia formaque artium, item de rationum, proportionum doctrina, de alternatione, inverſione, fecit (inquam) Logica mathematicæ communia quædam principia. In quo nihil errat, quod Logicam putat eſſe communem mathematicæ. Eſt enim omnium artium & omnium rerum communis, & in Logica proprie præcipitur de generali arte rationum æqualium, majorum, minorum, proportionum directarum, inverſarum, alternarum, ſed errat ſi putat præcepta illa communia eſſe præcepta artis mathematicæ: ſpecialia ſunt ubi numerus ſpecialiter attingitur & eo numeratur, ut duplum, triplum, ſeſquialterum. Ariſtoteles autem in analyticis & metaphyſicis verius illud admonet, communia eadem illa non eſſe mathematicæ, ſed altioris diſciplinæ theoremata. Age verò differentias Arithmeticæ & Geometriæ ſimiliter audiamus. Quatuor enumerantur à Proclo, in quibus multus eſt lib. 1. cap. 3. & lib. 2. cap. 2. Prima eſt. In numeris datur minimum: in Geometria non datur, ut in quadrato, gnomones arithmetici dantur minimi: in Geometria non dantur. At hæc differentia ut vera ſit, nihil tamen admodum oſtendit: Nam ut magnitudo infinito dividi poſſit, potentia tamen illa eſt mentis, qua poſsit etiam unitas in ſcrupla, & ſecunda, & tertia, & ſic deinceps infinite dividi. Secunda differentia eſt, quod numerus non habeat ſitum, magnitudo habeat. Id ex Ariſtotelis Categoriis diſcrimen eſt: & occupatio loci eſt magnitudinum propria, reſque ipſæ Phyſicæ beneficio magnitudinum ſitum & locum occupant. Tertia eſt quod ſymmetria primum fit in numeris, deinde ratione numeri ſit in magnitudine. Contra figura proprie ſit in magnitudine κατὰ ἀναλογίαν in numeris. At menſurabile & commenſurabile non aliud eſt quám numerabile & communi numero numerabile. Itaque ſymmetria eſt numerorum. Secunda pars autem huius differentiæ valde notanda eſt, quod figura primó & proprié conſideratur in magnitudine, in numero autem tantum per analogiam, attamen non perpetuam: Nec enim numeri poſſunt omnes figuras omniumque figurarum proprietates numerare. Multiplex enim & varium hic eſt ἀνάῤῥιθμον, ἄλογον, ἄῤῥητον. Duplicari poteſt quadratum in magnitudine, nempe ſi ex diametro quadrati dati fiat quadratum, erit duplum dati: in numero autem non poteſt, ſed in quibuſdam tantum proximum quiddam eſt: ut è 5 quadratus numerus eſt 25. ê 7 eſt 47 uno minor quâm duplus. Attamen hæc ipſa figuratorum numerorũ doctrina licet arithmetica tota eſſe videatur, quia ſola multiplicatiõis conſideratiõe cõtenta ſine ulla figuræ cujuſquã ſimilitudine percipi exercerique poſsit,

attamen geometricis figuris alligata est, nec extra vllum usum habet. Itaque geometricis etiam figuris quibus inserviet adjungenda. Quarta differentia est πάντα λόγον εἶναι ῥητὸν omnem rationem esse explicabilem : proprium est arithmeticæ. Sunt enim in geometria καὶ ἄρρητοι λόγοι. Sed hæc differentia perinde est, tanquam si diceres omnes numerorum comparationes explicari numero posse, magnitudinum autem non omnes posse, vt axis ad latus jcosaedri & dodecaedri. Sed tamen istæ in artibus differentiæ & dissimilitudines patent ex cognitis partibus: separatim veró colligi prorsus est nugatorium & inutile : talia sophismata Porphyrii & Aristotelis logicæ scholæ refutarunt. Quamobrem si mathematica generaliter definienda : si definitæ partitio facienda sit, definiatur mathematica doctrina numeri & magnitudinis, duplexque efficiatur arithmetica & geometria, cætera φυσικώτερα suo tempori & loco reserventur

In Cap. 1.

ARithmetica est doctrina bene numerandi: Hæc definitio in elemētis nulla est, imo ipsum numerandi verbum ad unam divisionis speciem á Boetio, Jordano, Campano & alijs astrictum est, ut sit idem quod Euclidi metiri id est dividere. Elenchus Euclidis est omissæ definitionis: at Boetii & aliorum Elenchus est generis pro specie, generale nempe verbum specialiter usurpantium, cúm tamen species ipsa proprium verbum habeat, ut dicetur suo loco. At nomen numerandi, additionem, subductionem, multiplicationem, divisionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur: deniq; bene numerare est arithmeticæ vim & facultatem exprimere, ubi ópus sit. Eadem ars apud Platonem logistica interdum dicitur, tametsi aliás nomen logisticæ vulgarem tantum calculum significat, & sic λογίζεσθαι ratiocinari pro computare dicitur. Atque hæc é generali definitione arithmeticæ. *Partes arithmeticæ.* Hæc partitio in Euclide non est, imó prorsus nulla, saltem specie partitionis usquam proposita in totis elementis partitio est, ut in tertio libro dictum est. Nos igitur omnia complexi, quæ arithmeticæ necessaria, cognata, propria fuerint, ea bifariam partimur é generali differentia numerorum simplicium & cōparatorum. Neque partitione Platonis movemur arithmeticam aliam vulgi, & practicam, aliam philosophorum & theoreticam facientis. Hac enim logica feceris duas grammaticas aliam practicam, aliam theoreticam. At omnium artium præcepta theoriam habent: eorum veró exercitatio & usus praxim, neq; propterea duæ sunt artes, ars & usus artis. Alii faciunt arithmeticæ partes vel species, numeratione͂, additione͂, subductione͂, duplicatione͂, multiplicatione͂, dimidiatione͂, divisione͂, progressione͂, extractione, quæ logica talis esset, ac si diceres grammaticæ partes esse nome͂, verbū, adverbiū, cōjunctione͂, syntaxim nominis adjectivi ac substantivi, particulas enumerās, non partes, neque tame͂ particulas omnes, ut suis locis de singulis istiusmodi particulis intelligetur. Arithmetica simplex & absoluta interpretatur simplices qualitates numerorum, in quibus nempe nulla arithmetica cōparatio est neq; rationis, neq; proportiōis.

Aequalitatis enim & inæqualitatis comparatio quædam erit, sed logica & quæ Arithmeticam comparationis doctrinam nullam requirat. Atq; hæc ē generali definitione arithmeticæ unde numerus generaliter definiendus fuerat: quo unumquodq; numeratur. Numeri veró, notæ decē quæ hic adscribuntur recētes sunt: his enim Euclides vel Theon nusquam usi sunt, nusquam Archimedes, aut veterum quisquam. Nicomachus ait numeri significationem per unitates esse φυσικὴν καὶ ἀμέθοδον, ideoque simplicissimam. Græcas autem literas νόμῳ καὶ συνθήματι ἀνθρωπίνῳ lege & constitutione hominum significare, ut I quo 10. K, quo 20 significantur, denique apud veterum neminē notare potui has notas 1.2.3. &c. Alii referunt ad Phœnices inventores arithmeticę, propter eandem commerciorum caussam: Alii ad Indos: Ioannes de Sacrobosco, cujus sepulchrum est Lutetiæ in comitio Maturinensi, refert ad Arabes: nec opinio aliena est, cúm orbis terrarum Arabes potirentur, etiam disciplinarum potiri voluisse. Itaque eorum multa scripta extāt in Philosophia, medicina, mathematica, unde Algorithmus pro arithmetica, Almagestum pro syntaxi magna: quia al Arabibus regula est, ἀριθμὸς græcé numerus, μέγιστον maximum: permistis igitur ex arabico & græco vocabulis facta sunt nomina algorithmi & almagesti. Quicunque autem fuerit inventor decem notarum, laudem magnam meruit, res certé ipsa tantum placuit, ut omnium gentiū consensum meruerit, quod ē libris hodie Latiné Græcé Hebraicé editis patet: Mathematicis enim his notis utuntur, sicuti numerus, ut in paginis & folijs exprimendis. *Circulus.* Circulum appellamus cum multis, quam alii thecam, alii figuram nihili, alii figuram privationis, seu figuram nullam vocant, alii ciphram, cúm tamen hodie omnes hæ notæ vulgó ciphræ nominētur, & his notis numerare idem sit quod ciphrare. Romani autem literis septem utuntur I.V.X.L.C.D.M. ad omnem numerum describendum: I. significat unum: X significat decem, quia decussis denariū significat, & decussatio hic fiat verticalibus angulis: V autem est dimidium ipsius X: C veró significat centum, & ita olim scribebatur [: & tum dimidium erit L pro nota quinquaginta. Sic M mille significat, & olim scribebatur sic (I), ut dimidium ipsius fuerit D pro nota quingentorum. Fuit veró etiam Romanis arithmetica quædam ē digitorum gestu. Hinc Juvenalis locus ille:]

—— *Atque suos jam dextra computat annos.*

Et Quintiliani locus duplex, alter primo libro. Si actor, non dico circa summas trepidat, sed digitorum indecoro gestu á computatione dissentit, indoctus habetur. Atque iterum lib. 10. de gestu digitorum, poculum poscentis, aut verbera minantis, aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis, &c. Sic apud Plinium lib. 34. cap. 7. Præterea Janus geminus á Numa rege dicatus, qui pacis bellique argumento colitur, digitis ita figuratis, ut trecentorum quinquaginta quinque dierum nota per significationem anni, temporis & ævi se deum indicaret. Quales loci veterum authorum plerique sunt, & χειρονομίαν ipsam Beda de natura cap. 1. descripsit, imagines etiam ab illo additæ, ut licet ex eo cognoscere. Numerus veró dividitur ab authore Algorithmi demōstrati in digitum, articu-

lum, compositũ. Digitus est quivis numerus minor denario, ut sunt 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Articulus est numerus qui potest dividi in decẽ partes æquales, ut 10.20.30. Compositus qui fit ex articulo & digito: ut 15.24. &c. Digitus etiam mona-dicus, ut articulus decadicus græcis verbis ab aliis dicitur. Sed partitio in digi-tum, articulum, compositum est puerilis & sine ullo fructu, & tantũ videtur con-ficta, ut esset materies confingendarum regularum & demonstrationum planè ineptarum, quibus Algorithmus ille consarcinatus est. Quatuor veró sunt in communi & generali numeratione, quod duobus oblatis numeris tertius inve nitur, quod inductione partium, quod notæ tanquã solitariæ spectantur, quod mente reservatur nota quę sequenti numerationi servire debeat. *Partium similiũ.* Similitudo partium nullam nobis hic numerorum proportionem indicat, sed ὁμογένειαν quandam logicam, ut in partibus intelligetur. Inductionis veró cau-sa est logica, quia totum suis partibus est æquale.

IN CAP. II. DE ADDITIONE.

A*Dditio est numeratio.* Sic Euclides definit numerum per additionem unitatum, speciem numerationis pro toto genere accipiens, sed ante Euclidẽ Aristote-les id apertius docuit in philosophia lib.13.cap.7. his verbis Ἀνάγκη ἀριθμεῖσθαι τὸν ἀριθμὸν κατὰ τὴν πρόσθεσιν, οἷον τὴν δυάδα πρὸς τῷ ἑνὶ ἄλλου ἑνὸς προστεθέντος, καὶ τὴν τριάδα ἄλλου ἑνὸς πρὸς τοῖς δυσὶ προστεθέντος, καὶ τὴν τετράδα ὡσαύτως. Necesse est numerari numerum secundum additionem: ut binarium uno ad unum addito, & terna-rium uno duobus addito, & quaternarium similiter. Quare qui numerationem primã ab additione diversam fingunt Arithmeticæ quandã partem, vehemen-ter errant, seque in logicis valde rudes esse profitentur. Additionis autem ut cu juslibet numerationis species infinitæ sunt, ut si posito numero addatur unitas unica vel duæ vel tres vel quatuor, & sic in infinitũ: ut quando numeras 1.2.3.4. vel 1.3.5.7. vel 1.4.7.10. vel 1.5.9.13. Hæc Arithmeticæ prima est infinitas, quam in solis primũ numeris docuit Euclides, quæ in omnibus Arithmeticæ partibus deprehendetur. Punctis distinguũtur millenarii loci in additione continua, alii faciunt idem literis a.b.c. sed commodius est punctis. Romani ultra centum mil lia non numerabãt nisi per adverbia, ut decies, centies, quod multis apud Cice-ronẽ exemplis in Verrinis præsertim cognoscitur. Itaq; si voles Romano more dicere summam aliquam, distinguito punctis notas á fine, tertiam, sextam, no-nam, & sic deinceps binis intermissis, hunc in modũ 3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Hîc quinque summæ sunt. Prima est tricies bis millies millies centena millia. Sępissi me veró verba illa centena millia reticẽtur, ut duodecies millies sestertiũ idem est, quod duodecies millies centena millia sestertiũ. Secunda summa est, centies novies millies centena millia. Tertia octingenties septuagies sexties centena millia. Quarta quinquaginta quatuor millia. Quinta trecenta viginti unum. Atque hæc arithmetica veterum Romanorum fuit, quæ multô est expeditior notis arithmeticis. E' definitione autem harum notarum author algorithmi demonstrati fecit definitionem limitis, id est collectionis notarum. Limes itaq; primus

primus est digitorum: secundus primorum articulorum: tertius secundorum, & sic deinceps: fecit itē conceptiones & petitiones. Conceptiones ita sunt. Omnis limitis numeri decuplātur á numeris proximi superioris limitis quilibet á suo relativo. Omnis numerus limitis totiens continet primum sui limitis, quotus ipse est in limite. Petitiones ita sunt. Omnem figuram significativam significare totum numerum limitis quota ipsa est in ordine figurarū. Omnem figurā significativam quoto loco ponitur, toti numerū limitis significare. Cyphram nihil significare, sed ideo præponi figuræ significāti, ut ipsa toto loco ponatur, quoto poni debet. Figurā præponi quæcunq; dexterior est. Hæc authoris illius principia & verba sunt ad demonstrationē additionis, subductionis, & reliquarū numerationū, de qua demonstratione postea. Præcipitur vulgó ut de numeris addendis major superscribatur, minor subscribatur. Id veró nihil est, sed ut quisq; numerus proponitur major aut minor supra infrave, nihil interest, quod etiā de Sacrobosco monet. Præcipitur item ut additi numeri duo deleantur. Id itē nihil est, collectus enim ex additis infra scriptus notat supra scriptos jam additos esse, litura igitur hîc ut in multiplicatione nihil facit. de partibus & particulis, ut de libellis, assibus, denariis, hic etiā quidā magistri præcipiunt. Sed de partium doctrina, deq; reductione partiū ad numeros integros, vel contrá de reductione integrorū ad partes, deque tota partium numeratione, separata doctrina erit postea. Abacus autem in singulis numerādi generibus quatuor vulgó per tabulam Pythagoream proponitur: at abacus meditationis nostræ multó magis Pythagoreus est & mathematicus. Itaq; non temeré tantopere á nobis cōmendatur. Additionis demonstrationē nonnulli triplicē faciunt per 9 vel 7, per additionē contrario ordine, per substractionē: ut si scire velis in additione $\begin{array}{c}12\\15\\\hline 27\end{array}$ an recté operatus sis, jubent ut 9 tollas de addendis tanquā separatim consideratis quoties poteris. Itē de summa collecta, si reliquū sit æquale, probam additionē, secus vitiosam, ut in exēplo posito nihil manet. At demonstratio valde simplex & imperita est. Quid enim si peccatum sit in summa, & pro 27 collegero 36, subducito 9 quoties subduci potest, nihil manet. Itaq; fallere potest: demonstratio per 7 eadem est, ut si proponātur addenda 43 & 52 & collegero 59 pro 95. subducito 7 quoties potest, utrinque nihil manet, & tamē falsa additio. Quod si authores demonstrationis hujus pręcepissent, ut 9 tolleretur ab addendis quoties potest, & toties á summa tolleretur, tutius præcepissent, & caussam credo intellexissent. Si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua fore æqualia. Veruntamen etiam intelligerent id per reliquos numeros similiter fieri posse. Secunda demonstratio est, ut á sinistra dextram versus numeri addantur. At id difficile sit, si majores notæ fuerint, ut hic $\begin{array}{c}987\\879\end{array}$. Tertia per subductionem imperité etiam fit: quia demonstratio per 9 & per 7 est etiam quamvis diversa, attamen subductio. Atqui lex & regula additionis est vera demonstratio operis & exempli recti aut vitiosi. Nam si exemplum cum artis regula convenit, est rectum, secus est pravum & vitiosum. Et valde stultum est, obscurū argumentum

petere,

petere, cúm perſpicuũ é cauſſa propria lex tibi ſuppeditet. Regula enim additio
nis ſervata, eſt cauſſa additionis benefactæ, non autem regula ſubductionis: Et
quamvis contraria contrariorum conſequentia plerumque ſint, attamen cla/
rior diſputationis & judicii via eſt per cauſſam: ut autẽ inductio rudibus & no/
vitiis ſit facilior initio & tutior, compẽdium erit ſingulas inductiones, dum ſe/
paratim aguntur, ad præceptũ artis iterare. Id enim examen facilius erit in ſingu
lis partibus quám totam numerationem peractam ab extremo ad initium repe
tere, ut per partes non tantum numeretur, ſed etiam numeratio examinetur.

IN CAP. III. DE SUBDUCTIONE.

Subductio duos tantum numerorum ordines habet, alterum ſubducendi, al
terum á quo ſubductio fit. Alter vulgó creditor, alter debitor appellatur. In
ſubductionis regula omnes, quotquot legerim, doctores artis jubent ſiniſtror
ſum, ut in additione, progredi, mutuando unum é proxima nota ſuperiore, ſi
major eſt ſubducendus, quod inferiori proximo reddatur: ut á 27 tollo 19. non
potes 9 á 7 tollere, mutuaris 1 á 20 & á 17 tollis 9, manet 8: deinde illum reddis
inferiori ꝓximo, ut é creditore illo nihil deleatur, & 2 tollis á 2, nihil manet. Ve/
runtamen quamvis in omni numeratione generali poſsis ſiniſtrorſum progre/
di, ut quidam numerant, attamen quia ſubductio additioni contraria eſt, illaq;
eſt amplificatio, hæc diminutio, ut illa procedit á minoribus notis ad majores,
ita hæc á majorib. ad minores debet deſcẽdere. Neq; mutuandũ aut reddendũ
quicquam in contraria via erit: ut á 27 tolle 19: primo á 2 tolle 1, manebit 1: tum
á reliquis 17 tolles 9, manebũt 8. Illic obſcura rudibus cogitatio eſt illius mutui
& accipiendi á ſuperiore numero, & reddendi inferiori, qui tamen creditor non
erat, hic ante oculos eſt in exemplo tuo, quid & unde ſubducas, & ſic in additio
ne didiciſti ſervare 1 mente. Quare quamvis utraque via ſit vera, tamen duplex
fructus hic major eſt, primo quod difficultas illa mutui & accipiendi á ſuperio/
re, & reddendi inferiori, tum perplexa hîc tollitur. deinde quod argumentum
præcipuũ eſt, in diviſione, quæ ſubductio multiplex eſt, ſiniſtrorſum progredi/
mur, & vel inviti cogimur, ſi multis notis diviſor conſtet, de ſingulis conſidera/
re, quoties unaquæque ſubduci poſsit á ſuprapoſita, antequã diviſio fiat. Qua=
propter uſitatam viam ſubductionis omiſimus, quia obſcura & moleſta eſſet, &
futuræ diviſioni contraria, contrariam á ſiniſtra ſecuti ſumus, quia facilis, quia
ad diviſionem accommodata, quia denique logica. Nonnullis alia ſubducen=
di quoque via eſt, quoties ſubducenda nota major eſt, ut ejus differentia á de/
nario addatur ſuperiori, & totus ſit pro reliquo, tum unitas reddatur proximæ
notæ ſubducẽdæ: ut ſi á 34 tollenda ſint 27, differẽtia 7 á 10 eſt 3, quo ad 4 addi
to totus eſt 7 pro reliquo adnotandus, tum unitas reddẽda 2, ut 3 tollat̃ á 3, ſic.

3 4
2 7
———
7

Si

Si nota subducenda sit 9, nil ei addatur, sed superior ascribatur integer pro reliquo, sic.

4	3	4
	9	7
3	3	7

Si nota subducenda sit o, unitas tollitur á superiore, ut

2	4
o	7
1	7

Si supra sit etiam circulus 9 quæ distantia est unitatis á 10 reliquo scribitur, ut hic.

2	o	4
1	o	7
1	9	7

Si nota superior fuerit o, subducenda autem nota significans, distantia inferioris á 10 pro reliquo notatur, ut hîc.

1		o
	2	
	8	

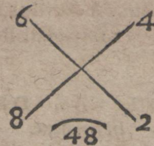
Atqui hæc subducendi ratio longé etiam ineptior est illa superiore, de qua diximus. Demonstratio subductionis hic item triplex, prima per 9 & 7, ut in additione, quæ perinde fallere potest, sed in subductione subductus & reliquus æquantur tertio. Secunda fit per subductionem, nempe reliqui á tertio ut antea, subductus relinquatur, quæ demõstratio petitio principii est ejusdem per idem. Tertia est per additionem, sic ante demonstrata est additio per subductionem quæ contrarii demonstratio ridicula est, cum caussa sit in promptu. Quapropter si quis existimet Euclidem vel Theonem solum isto demonstrandi morbo laborasse, fallitur, morbus hic hæreditarius est, á patribus ad posteros pervenit. Euclides vel Theon, vel potius perversa quædam mathematicarum scholarum consuetudo, jam olim ab Hippocrate chio obtinuit, nihil esse in mathematicis præstantius demonstratione. Itaq; omnium feré rerum etiam plerumq; indemonstrabilium, tamẽ demõstrationes inventæ, utque vulgo jurisperitos sine lege, ita & mathematicos sine demonstratione loqui pudeat: At ut quædam per se justa sunt, neque alia lege judicantur, sic quædam per se clara & manifesta nullam demonstrationem requirunt, ut principia definitionum, partitionum, postulatorum, syllogismorum. Hic veró Deus bone, cujusmodi demonstrationes esse arbitramur? Nec enim in hoc primarum demonstrationum artificio solum subtilitas est inanis & otiosa, sed logicæ incredibilis illa non curantia, de qua libro 3 dixi. Syllogismi enim complexio hic demonstratur. Propositio est definitio additionis vel subductionis, assumptio est exemplum. Complexio est veri-

tas & constantia exempli hoc modo. Numeratio qua numeri inductione partium similium addun:ur & habetur totus, est additio legitima. Exempli hujus numeratio est ejusmodi. Quare legitima est additio. Simile est in subductione. Itaque qui concessis tum definitionibus, tum exemplis ad definitionum legem constructis de constantia exemplorum dubitat, dubitat de complexione syllogismorum, concessis tamen antecedentibus. Hæc judicii inopia, hæc logicæ artis egestas perabsurda sit, si cum cæteris artibus conferatur. Interrogetur puer, utrum Deus sanctus sit oratio latina, ita respondebit, oratio adjectiui & substantiui congruentium numero, genere, casu, est latina, at Deus sanctus est oratio adjectiui & substantiui congruentium numero, genere, casu: est igitur latina. Dubitent hi jam nostri demonstratores de judicio complexionis hujus, & demonstrationem adhibeant, simillimum egerint atque in demonstrationibus additionis & subductionis agunt. Quamobrem logicam istam tā logicę expertem, tam omnes mathematicæ partes obscurantem, mathematicæ musæ procul amandate à vestris scholis, & vestris discipulis persuadete, ne in his sophismatis imposterum studia melioribus horis debita consumant. Itaque author algorithmi demonstrati subtiliores etiam demonstrationes hic commentus est per descriptiones, conceptiones, petitiones propositas, algorithmū ipsum demonstratum probandum, eximium, exaratum maximi & doctissimi viri Regiomontani divina manu confirmant mathematici doctissimi, denique arithmeticum his demonstrationibus paratum tantum differre ab imparato, quantum oculus differat à cæco. Hæ laudes sunt istarum demonstrationum, sed laudes ejusmodi, quales antea Procli in Euclide fuerunt. Laudatores porrò ejusmodi Phavorinos illos Gellianos esse credas exercendi ingenii gratia, non παράδοξον ἀλλ᾽ ἄδοξον καὶ ἄτοπον ὑπόθεσιν declamantes. Veruntamen si quando mathematici homines præsertim tam excellentibus ingeniis præditi quibus illi fuere, de quibus loquimur, cogitarerint paulò impensius de suis istis demonstrationibus, sibi ipsis opinor displicebunt, cum intelligant tali demonstrationum genere non modo nihil demonstrari, sed artes per se illustres vehementer obscurari. Quamobrem rejectis nugis talium demonstrationum examen inductionum singularum antea propositum revocatis singulis inductionibus ad legis præscriptum hic etiam percommodum fuerit: ut autem in additione, sic in subductione solet mentio fieri partium & particularum. At hæc partium cum integris numeratio doctrinam propriam habet, de qua postea. Itaque ne quidquam confundatur, id suo loco præcipietur. Ad exercendum verò subductionis abacum illum non fuit inutile quæstiones illas ponere per mutuam solutionem additionis & subductionis: ut à quo numero tollenda sunt 4 ut restent 3? Adde 4 & 3 habes 7 quæsitum numerum. à quo numero tollenda sunt 7, ut maneant 8? additio 7 & 8 ostendit 15. Cōtrá, cum quo numero addenda sunt 4, ut totus sit 7? Tolle 4 á 7 reliquum erit 3, quæsitus numerus. Cum quo numero addenda sunt 8, ut totus sit septemdecim? tolle 8 â 17, reliquus erit 9 quæsitus nume-

numerus: à quo numero tollendus est circulus, ut maneat o r: à nullo: Cum quo numero addenda sunt 8 ut fiant 7 r: impossibile. Tonstali præstantis arithmetici quæstiones hæ sunt.

IN IIII CAP. DE MULtiplicatione.

Multiplicatio. Hæc definitio ex Euclidis 15 d 7 est: Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur, qui multiplicatur, & fit aliquis. Definitio autem hæc in quandam analogiam incidit, ut 1 ad multiplicantem, sic multiplicandus ad factum. Itaq; si unitas est minor multiplicante, multiplicandus erit minor facto, si ęqualis, ęqualis, si major, maior. Quare multiplicatio per 1 est multiplicatio 1, & in exemplis ex inductione partium constantibus, unitas fere semper aliqua est. Nec multiplicare est multiplicandum sæpius addere, quamvis id in numeris multitudinis perpetuum sit, & multiplicationis nomen ipsum inde sumptum sit, sed multiplicare est toties multiplicandum sumere, quoties unitas in multiplicante continetur. Itaq; si unitas ne semel quidem contineatur in multiplicante, multiplicandus ne semel quidem assumetur, sed diminuetur, eritque major facto, quia unitas erit major multiplicante, ut postea in doctrina partium intelligetur. Quamobrem teneatur analogiam quandam in multiplicatione versari, quamvis ea non attendatur. Species veró multiplicationis, ut additionis, subductionis, infinitæ sunt species, per 2 duplicatio dicitur, per 3 triplicatio, & sic deinceps, nec tamen duplicationis ars ulla specialis est. Docuimus antea numerationē, quæ vulgó à magistris arithmeticis appellatur, esse additionis speciem, proptereaq; imperita partitione speciem pro genere numerari, eadem partitionis elegantia. Hîc apparet, cúm species similiter pro genere connumeratur, duplicationem á multiplicatione separari. *Numeri inter se.* Principii huius mathematici declaratio, si qua præter exemplum facienda sit, ea facienda est ex illo principio totius & partium & definitione multiplicationis, ut cúm dicis bis quaterna, perinde facis ac si 4 & 4 adderes, unde colligeretur 8. Itē cúm dicis quater bina, perinde facis ac si adderes 2 & 2 & 2 & 2, unde colligeres 8. Quo genere demonstrationis utitur Theon in 1 p 5. in 4.5.6.7.8.9.10 p 7. Itaque si qua præter exemplum declaratio hic esse debuit, illa esse debuit. At nulla opus est, cum principium sit exemplorum inductione & experientia tantum collectum, & principium in multiplicatione valde necessarium. Euclides autem fecit é principio isto propositionem demonstrabilem 16 p 7. Quidam instituunt sex multiplicationis species ex tribus numeri generibus digiti per digitum, articuli per articulum & per compositum, tum articuli per compositum. Sed digiti per digitum multiplicatio pręcipué ab iis instruitur, & modis duobus. Primo multiplicatur utriusq; differentia á denario, & factus pro nota ultima notatur, tum alterius ab altero differentia tollitur, & reliquum pro prima nota præponitur, sic é sexies octonis fiunt 48, ut hic vides.



At hic ſubductio differentiæ duplex eſt, ſecundo multiplicatio differẽtiarum, tertio eſt tertia ſubductio, ita artificiũ triplicis ſubductionis & multiplicationis unius pro una multiplicatione hic involutũ eſt. Secundo digitus alter deducitur à ſuo articulo toties, quot unitatibus differt reliquus digitus à denario: ſic ẽ ſexies octonis fiunt 48.

4 ——— 8
8 ——— 0
6 ——— 4
3 ——— 2

In quo artificio primũ multiplicatio eſt alterius digiti per 10, ſecunda eſt ſubductio reliqui digiti à denario, ut differẽtia habeatur, tertio eſt multiplicatio primi articuli per inventã differentiam, quarto eſt ſubductio facti ſecundi à primo facto. Itaq; hic ſcilicet inventũ eſt compendiũ quadruplicis numerationis pro una. Ratio vero multiplicationis hujus pendet ex eo quod multiplicandus ſibi toties additus, bis amplius quám oportuit, ideoq; toties ſubducitur. Illius etiã ratio licet obſcurior, tamẽ eodem redit. Inventũ eſt etiam artificiũ ſimile in multiplicatione per quinarium: ut ſi multiplicandus fuerit par, dimidio ejus circulus, ſin impar minori parti quinarius poſtponatur, ut hic.

4 4 — 8 — 40

4 5 — 9 — 5 — 45

In tali multiplicatione digitorũ author algorithmi demõſtrati ſeptem theoremata prolixa cõſumpſit. Ejuſmodi verò & quotquot præter logicã inductionis viam excogitari poſſunt, pedicæ ſunt argutiarum novitios & rudes impedientium, omninoque digitorum inter ſe numerorum multiplicatio ſi quid obſcuritatis habeat, inductio adhibeatur nulla brevior, nulla planior & facilior via eſſe poteſt. Nonnulli dextrorſum multiplicationem deducũt, ut hic vides 25 per 12 multiplicatis fieri.

3 0 0
1
4
2 5 0
2 5
1 2

Hæc

Hæc autem via obſcuriſsima eſt & maximé lubrica, ideoque talis in arte ſubtilitas eſt fugienda. Nec enim arti propoſitum eſt omnia docere quæ fieri quecunque modo poſſunt, ſed quæ poſſunt commodiſsime fieri. Mercatorum quidam libri ſpeciem multiplicationis præterea continent, abaco tot quadrangulis in triangula ſectis longo, quot notæ fuerint multiplicandi, lato autem quot fuerint multiplicantis, ubi colligũtur ſummæ ſequẽdo diagonios, ut hic vides.

Multiplicandus.	3	9	4	Numerus multiplicans.
Numeri facti.	0 / 6	1 / 0	0 / 8	2
	1 / 8	3 / 0	2 / 4	6
	1 / 5	2 / 5	2 / 0	5
9 3	8	1	0	Summa.

Verum multó major eſt hujus abaci conſtituendi labor, quam multiplicationis ipſius, & ſi quis numeros ſingulares inductione colligere neſciret, neque unum mente reſervare, & omnino addere neſciret, propterea que neque multiplicare, nec ei quicquã artificium hoc proderit. Abacus autem noſter ẽ novem notis inter ſe multiplicatis communis eſt omnium exemplorum & ſola mente cuſtodiendus: quem qui comprehendere non poterit, is certẽ ſemihorulæ meditationem & laborem ferre non poterit, & hoc tamen leviſsimo labore devorato, labor in reliquis omnibus poſtea nullus futurus ſit. Probatio multiplicationis prima hic adhibetur per 9 & 7, ut antea, de qua iccirco idem quod antea judicandum, altera per diviſionẽ: ſic probatio duplicationis per dimidiationem: At neque diviſio neq; dimidiatio dicta adhuc eſt. Hyſterologia talis antea fuit in demonſtratione additionis per ſubductionem & ſubductionis per additionem. Author algorithmi adhibet hic etiam 17 vel 18 p 7 elementorum. Sed omnia hęc artificia demonſtrãdi exempli ẽ definitione protinus aſſumpti jam refutata ſunt á nobis. Quare multiplicationis ne quid in majore opere labores, approbatio optima quæque fuerit ſingulares inductiones ad regulam revocãdo.

IN CAP. V. DE DIVISIONE.

Definitio diviſionis in elementis nulla eſt, licet ſæpe Euclides in propoſitionibus & Theon in demonſtrationibus utatur. Multiplicatio addit multiplicandum quoties unitas in multiplicante continetur & habetur factus: termini proportionis hic tres offerũtur unitas, multiplicans, & multiplicandus. Diviſio ſubducit diviſorem á dividendo quoties in eo continetur & habetur quotus, duo tantum termini proportionis hic exprimuntur, dividendus & diviſor: di-

videndus reſpondet facto, diviſor multiplicando, quotus multiplicanti, analogiaque reſpondet, ſed ἀνάπαλιν, ut in multiplicando termini eſſent 1. 3. 4. 12: in dividendo contrá, 12. 4. 3. 1. diviſionis autẽ verbum generale eſt Euclidi & Theoni pro quacunque ſectione in partes æquales vel inæquales, ut compoſitio pro quacunq; amplificatione additionis vel multiplicationis. Sic διαίρεσις καὶ σύνθεσις opponuntur lib. 5. Verba autem μέτρον, μετρεῖν, μετρούμενος ſunt Euclidi & Theoni idem quod diviſor, dividere, diviſus, ſed metaphora geometrica, & in arithmeticis obſcuriore & vulgo non intellecta ab arithmeticæ quibuſdã magiſtris, qui non intelligentes quo verbo hæc ſpecies numerationis appellaretur in elemẽtis παραβολὴν diviſionem dixerunt, ſed id rarius & obſcurius eſt ſuperiore. Nicomachus παραβλητέον dicit, & τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς latitudinẽ collationis, quã quotum dicimus. Euclidis etiam quidam locus ẽ lib. 6. huc referri poteſt, ſed geometricus tropus obſcurior, ut dixi, eſt illo ſuperiore. Boëtius, Iordanus, Campanus metaphoram geometricam vitantes, in tropum inſolentiorem inciderũt, dum verbum generale numerare pro ſpeciali dividere dixerunt. Synecdoche enim hæc generis pro ſpecie eſt inſolentior, & durior quâm eſt illa metaphora geometrica ſimilis ꝓ ſimili. μερισμὸς & μερίζειν diviſio & dividere Hypſicli in ſcholio 15. libri elementorum, & Ptolemæo 9. cap. 1. cõſtructionum, & Eutocio & recentioribus mathematicis verba ſunt propria & uſitata, quæ ideo ſequemur, metaphoram geometricam Euclidis & Theonis ſynecdochen, licet arithmeticam, tamen duram & cõfuſionis cauſſam vitabimus, ſpeciem propriam ſpeciali & proprio nomine appellabimus. Iordanus appellat quotum dividẽtia, ſed quoti nomen eſt aptius. Euclidi ſunt μέρος καὶ μέρη pars & partes. Pars eſt numerus minor metiens majorem, ait 3 d 7. Partes eſt numerus minor non metiens majorem, ait 4 d 7. Pars quota vulgó dicitur. Partes autem dicit Euclides partem quantã, quæ dicitur, propterea quod pars quanta non ſit illa quidem quota pars unica, ſed multæ. Accidit autem ſæpe ut numero plurali quotæ partes dicendæ ſint, & tum quantæ dici viderentur, quæ eſſent quotæ. Vitandæ igitur ambiguitatis gratia, præſtaret partes quotas & quantas dicere: ſi quid tamẽ utilitatis ea res haberet. At hæc differentia partis & partium, ſeu partium quotarum & quantarum, tantum videtur inventa, gratia inanium quarundã Euclidis propoſitionũ in quinto & ſeptimo libris, in quibus pars & partes ad hanc differentiam nominat. At pars ſeu pars quota, ſi quid prodeſſe poteſt, poteſt in diviſione per numerũ multitudinis, ubi quotus eſt pars quota diviſi, quæ nempe diviſum numerum & fecerit & propterea dividat. Atque illic pars ipſa quota ex doctrina diviſionis intelligitur: quantæ veró partis uſum præter inanes illas propoſitiones nullum didici, nec alius eſſe poteſt, quâm ut ſcias non eſſe factorem, non eſſe diviſorem. Quare partis & partium differentiam ſuſtulimus ex Arithmetica, ut inutilem. Sed tamen hæc una tam bella differentia partium quotarum & quantarũ, partitioque in Euclide & Theone mirabiliter demonſtrata ad 4 p 7. de qua dicetur ſuo tempore. In diviſione jubent doctores artis, cûm conſideraveris quoties diviſor ſubduci poſſit, & quotum habueris, tum multiplices quotum cum diviſore, &

re,& factum numerum à dividẽdo subducas. Quod verum quidem est, sed jam res acta rursus agitur. Nam cùm consideras quoties subduci posſit, & quid relinquatur, tum multiplicas & subducis, nec omnino alter quotus haberi potest. In magnis tamen exemplis oblivionis aut erroris metu tutius fuerit subductiones jam factas multiplicatione quoti per divisorem colligere, & summas collectas à dividendo tollere. Atque ut antea reservatum est aliquid in additione, subductione, multiplicatione: ita in divisione majus illud multiplicatiõis opus reseruatur. Atque ut in multiplicatione antea propositus est abacus, sic in divisione paulo secus proponitur. Scribantur ordine novem notæ, & ad lævam divisor primo unitati opponatur, secundo duplicatus opponatur binario, tertio addatur duplicato, totus opponatur ternario, tum divisor addatur huic toti, totusque opponatur quaternario, & deinceps similiter, donec ad novenarium ventum sit, ut hic vides divisorem 54.

	5	4	1
1	0	8	2
1	6	2	3
2	1	6	4
2	7	0	5
3	2	4	6
3	7	8	7
4	3	2	8
4	8	6	9

Per hunc divisorem si voles 78418 dividere, notabis, ut antea, numeros, & quotos ex abaco repetes. Nam quotus erit é novem notis, is cui respondebit in abaco dividendus, aut proxime minor, ut hic. Erit quotus 1, cui respondet in abaco proxime minor unitas, & manent 24, sic.

2 4
7 8 418 (1
5 4

Deinde pars cognominis erit 4, quia 216 proxime minor dividẽdo ei respondet in abaco. Res igitur sic erit.

2
2 4 8
7 8 4 18(14
5 4

Tertio

Tertio quotus erit 5, cum 270 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 11, sic.

```
    2 1
  2 4 8
  7 8 4   18  (145
      5   4
```

Quarto quotus erit 2, cùm 108 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 10, sic.

```
    2 1
  2 4 8 110
  7 8 4 18  (1452
        54
```

Verum quoties divisor mutabitur, toties abacus mutandus erit, & ante divisionem totam peregeris quam abacum talem construxeris. Postremo rudis ille cui paratur hic abacus, caussam quoti hic constituti nesciet. Quapropter ut in multiplicatione, sic in divisione abacum talem valere jubeamus. Docent quidam velut compendium divisionis prolixæ & magnæ idem esse dividere dividendum per datum divisorem & dividere primo per factorẽ divisoris alterum, deinde quotum inventum dividere per factorem ejusdem dati divisoris reliquum: ut dividere 288 per 12, idem fuerit ac dividere primo per 2, & quotum 144 dividere per 6 reliquum factorem, quotus enim erit 24, qui fuisset, si 288 divisa primo essent per 12. Id, ubi magna divisionis prolixitas metuitur, profuturum censent: ut si dividendus proponatur 974074065 21 per 789 cujus divisoris factores sunt 3 & 263. Itaq; divide illum magnum numerum, primò per 3, deinde quotum 324691355 07 divide per reliquum factorẽ 263, habebis quotum 123456789. qui fuisset in prima divisione, si magnus ille numerus esset primo divisus per datum divisorem 789, quod adjumentũ non omnino repudio, cúm inductionis sit, sed tamen quantum sit, usus ipse declarabit, abacum illum additionis, subductionis, multiplicationis cõmunem etiam in divisione teneamus: hoc in arithmeticis nihil locupletius aut divitius esse potest, imo nihil promptius atque expeditius. Quin etiam tria illa principia totis elementis arithmeticis á Theone in demonstrationibus usurpata teneantur. Qui dividit partes, dividit totum, ut 2 dividit 4. 6. 14 constituentes totum 24: Ergo 2 dividit & totum 24, quod ex additione est. Item, Qui dividit totum & subductum, dividit reliquum: ut 3 dividit totum 36 & 9 subductum: Ergo dividit 27 reliquum, quod é subductione est. Qui dividit factorem, dividit factum: ut 4 dividit 8 factorẽ ipsius 48: Ergo dividet ipsum factum 48, quod est é multiplicatione.

tiplicatione. Quinetiã licet hic quæstiões multiplicatiõis & divisionis cõmunes agitare: ut quis numerus dividendus est in 5, ut quotus sit 7? multiplica 5 per 7. factus 35 erit numerus quæsitus. Per quem numerum dividenda sunt 36, ut quotus sit 9? 36 diuisus per 9, exhibet 4 numerum quæsitum. Per quem numerum multiplicanda sunt 9, ut fiant 36? divide 36 per 9, habebis in quoto 4 numerum quæsitum. Atque hæc in singulis notis meditatio abacum divisioni singularem comparabit. Habet verò & divisio suarum quoq; demonstrationum ineptias per 9. per 7. per multiplicationem, habet per regulas algorithmi demonstrati omnium primas. Sed demonstratio per multiplicationẽ, quæ proponitur absoluta divisione, valde simpliciter à magistris arithmeticis proponitur, tanquam divisio non sit ipsa primo multiplicationis cum subductione meditatio, deinde memoria custoditæ tum multiplicationis, tum subductionis repetitio. Multiplicas igitur in qualibet inductione, & subducis meditando & in memoriæ custodia deponendo, ejusq; depositi velut prædes & sponsores habes divisorem & quotum: deinde ab iis sponsorib. repetis depositam multiplicationem, unde facti subductio ante meditata restituitur: denique fides modicæ divisionis multiplicatione confirmatur. Itaque qui multiplicationem tandem rursus adhibet ad fidem totius divisionis, non cogitans á se toties factum, quoties inductio iterata est, fallitur, si dubitatio sit de errore. Conferatur exemplum cũ lege divisionis. Ea enim demõstratio sola legitima: Analogia enim multiplicationis & divisionis alternè quidem respondet: at contrarium contrarii caussa esse non potest. Quare teneatur, quod antea monui, exemplorũ examen ab artis regula, per quam facta sint, repetendum esse, & quidem in singulis partibus ipsius inductionis. Quod si commodum est in ulla alia numeratione, commodissimum est in divisione, neq; certius aut accuratius hic est quicquam quam unamquamque inductionem repetere singulis in locis, & ad legem examinare, id experientia probabit. Alii probant duplici divisione per factores divisoris: ut si 24 diviseris per 12, quotus erit 2: at si sumpseris 3 & 4 factores 12, diviserisque 24 primo per 3, tum quotũ 8 diuiseris per 4, redibit 2 quotus primo inventus. Atque compendium illud est magnæ & prolixæ divisionis, ut duabus exiguis divisionibus quotus facilius inveniatur. Solent verò quæstiones omnis numerationis communes proponi, quibus discipulum oblectare non alienum fuerit. Nummorum, quos erogare tribus amicis velis, dimidium dederis primo & 2 nummos, secundo reliqui dimidium & tres nummos, tertio reliqui dimidium & quatuor nummos, & unus tandem supersit, quot initio nummos habebas? Recurre gradatim ab ultimo ad primum: adde 1 reliqui ad 4, habes 5, & his duplicatis 10. his adde 3 datos secundo ultra dimidium, habebis 13, & his duplicatis 26, his rursus duos nũmos supra dimidium dato, primo adde, facies 28, & his duplicatis 56, summam primam: hic additionis & multiplicationis numeratio est, & de pluribus eadem ratio fuerit. Incidis in 3 latrones, primo nummorum, quos habes, dimidium tradis, & is commotus, 2 tibi reddit: secundo offers dimidium reliqui, hic liberalior 4 reddit: tertio demum reliqui dimidi-

um donas ac omnium liberaliſsimus, 6 reſtituit, & elapſus 12 habuiſti, quot initio nummos habebas, & quot ſingulis dediſti? Tolle 6 reſtitutos à 12 reliquis multiis, in quib. nempe continentur, manẽt 6, quib. duplicatis fiunt 12: Ab his tolle 4 redditos, manent 8, quibus duplicatis fiunt 16, à quibus tolle 2 redditos á primo, manent 14, quibus duplicatis fiunt 28, ſumma nummorũ, quos habebas initio. Porro de 28 da dimidium primo latroni, & reddat 2, retinet 12, de 16 reliquis da dimidiũ ſecũdo & reddat 4, retinet 4 de 12, da dimidiũ tertio & reddat 6, nihil retinet. Hic diviſionis deductionis multiplicationis numerratio eſt, quæ de pluribus eadem fuerit. Quod ſi plus reſtitutũ dicas quã datũ ſit, id ipſum etiã falſum, ſolutio declarabit: ut ſi dicas datum primo dimidium, & reſtitutos 4, ſecũdo datũ dimidiũ & redditos 6, tertio datum dimidiũ & redditos 8. Denique ſi dicam reſtare minus vel æquale reddito, aut omnino plus reſtitui quã datum ſit, falſa quæſtio erit. In ſacculo tres communem aureorũ ſummam habebant, ſed ſuæ quicꝫ ſummæ ignari. At primus ſcit ſocios habere 150, ſecundus ſcit ſocios habere 240, tertius itẽ ſocios habere 326, tum congerantur aurei omnes in alienæ pecuniæ grandem acervum, quot aureos & univerſi & ſinguli repetent? Adde omnes numeros á ſingulis cognitos, totus erit 716, numerus hic pecuniam habebit á ſingulis cognitam, quæ ſummã univerſorum duplam continet. Quare dimidium 358, ſumma eſt quam univerſi repetent tum á 358 tolle 150, manent 208 ſumma primi: deinde iterum é 358 tolle 240, manẽt 118 ſumma ſecũdi: denicꝫ â 356 tolle 326, manẽt 32, ſumma tertii. Hic diviſio & ſubductio. Quod ſi de quatuor, quincꝫ, aut pluribus quæſtio ſit, ſumma ſingulorũ addita ter, quater, denicꝫ uno minus, univerſorũ ſummã contineret, ideocꝫ per 3 aut 4 aut deinceps majorẽ numerũ dividenda eſſet. Sunto tibi tres conviuæ, & é 24 calculis da primo in manum 1, ſecundo 2, tertio 3, tum colloca propalã a, b, c, id eſt anulum, bullã, cyathũ, & cũ tu averſus fueris, ſinguli ex illis trib. reb. unã abſcõdant: deinde qui abſcõderit a, capiat é reliquis calculis quot jã cepit: qui vero b, duplum capiat: qui c, quadruplũ, tũ reverſus vide reliquos calculos, qui ſunt vel 1 vel 2, vel 3 vel 5, vel 6 vel 7. Si reliqu⁹ fuerit 1, primus abſcondit a, ſecundus b, tertius c. Si 2, primus abſcondit b, ſecundus a, tertius c, reliquos modo ex tabella connexa intelliges.

Reſiduum	*Perſona*	*Res*	*Reſiduum*	*Perſona*	*Res*
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

Tres

Tres veró res occultæ sex tantum modis disiungi possunt, quorum nullo cōtingit ut 4 calculi relinquantur. Convivarum unus repertum annulum gestat certi digiti, certo articulo, quæritur quis sit hic conviua, quoq; & digito & articulo annulum habeat. Primo rogo te (qui scis) ut notes personā aliquam, unde cæteræ numerentur: deinde sinistrorum pollex dextræ primus sit digitus, & pollex sinistræ ultimus, articulus vero ungui proximus, sit primus. Tum vero á prima persona incipiens tacitus, numera usque ad annulatam personam, eumque numerum deculpa, decuplo adde numerum digiti, totum rursus deculpa, & tandē adde numerū articuli, cumq; id tecū egeris, tātum summā mihi dicito, tū respondebo. Totius numeri prima nota significari personā, secūda digitū, tertia articulū, ut á persona prima annulatus, sit quintus, digitus septimus, articulus tertius, 5 numerū annulati decuplabis & facies 50, addes 7 numerū digiti, tot⁹ erit 57, q decuplatus erit 570, adde 3 numerū digiti, tot⁹ erit 573, & prima nota personā significabit, secūda digitum, tertia articulum. Si penultima figura sit 0, sume 10 á prima pro secūda, ut in codē exemplo. Si digitus sit decimus & articulus secūdus, primo 5 decimus decuplatus facit 50, & 10 additis totus est 60, decuplus est 600, & addito 2 pro numero articuli, totus est tādē 602. Itaq; prima nota erit 5 cum detraxeris 10 pro secunda. Talis est ludus de Christianis & Sarracenis in eandem navim inclusis: qui versibus istis cōtinetur

Post quatuor, quinque da,
Post duos, unum colloca,
Tres numerabis,
Postea unum colloca.
Unum dic pariter
Et duo consequenter,
Duos post opponas
Et tres simul hic apponas,
Semel dic ante bis
Post duos, unum collocabis
Primi Christiani sunt, Sarracenique secundi.

IN CAPITA RELIQUA PRIMI LIBRI.

NUmeratio minus in elementis tractata est, quæ tamen & natura prior & ad usum potior erat, specialis magis est demonstrata & quidem curiositate valde sophistica: de numero impari & pari sunt elementa 19 in definitionibus septimi lib. 5: in propositionibus noni sunt 14. é quibus retinemus definitiones 4, propositionem unicam: de primis & compositis elementa 28: in definitionibus septimi libri 4, in propositionibus item septimi 24, quarum propositionum 7 tantum retinemus: de numero perfecto sunt elementa 2: in definitionibus septimi 1: in propositionibus noni 1: hîc nihil retinemus. Itaque ex elementis apud Euclidem 49 retinemus tantum 16: reliqua 33 omisimus, quia nullum earum usum ad bene numerandum necessarium perspeximus: id est nihil hîc ad finem artis καθ' αὐτὸ cognovimus: neque tamen pluribus hîc persequimur, quia scholæ in Euclidem id sigillatim disceptabunt:

R 2 Impa-

Imparis & paris doctrinam eam tantum retinemus: cujus utilitas nobis apparuit: pariter par in Euclidis demonſtrationibus adhibetur ad 28 p 10: ad 16 p 12. ſic aliquãdo ab Archimede uſurpatur. Sed in re militari egregium illud Aeliani fuit 8. cap. de numero pari, & cujus gratia theorema illud fuit retinendum. Primorum & compoſitorũ arithmetica plenioris eſt emolumenti, & iccirco tractata plenius á nobis: locus veró Platonis ê quinto legum, ſiquis requirat ita eſt, dum philoſophus civitatem querelis & inimicitiis vacuam meditatur. Quis igitur (ait) legitimæ diſtributionis modus? primum quidem æſtimanda eſt quantitas numeri, quantum eſſe conveniat, deinde ſtatuenda diviſio civium in quot partes multitudine & quantitate ſit facienda. Poſtremo agri & fundi quám maxima ęqualitate partiendi. Quæ amplitudo veró idonea non aliter recté definietur, quám pro agrorum & vicinarum civitatum ratione: Ager veró tantus ſit, ut temperatos & frugi habitatores alat, majore etenim opus nihil eſt: Populus autem tantus ut poſsit & vicinorum injurias propulſare, & vicinis ipſis injuria affectis opem non leviter afferre. His proviſis atque exploratis, tum agrum, tum vicinos reipſa pariter & oratione definiemus. Nunc igitur informationis deſcriptioniſque gratia ut res concludatur, ad legislationem oratio deſcendat. Quinquies quidem milleni & quadraginta ad congruentis numeri ſpeciem agricolæ ac defenſores lege definiuntor, definitoſque ager & poſſeſsiones iiſdem partibus æquabiliter deſcribuntor, ut viritim ſortes & partes quotę congruant. Atque imprimis duas quidem in partes univerſus numerus dividendus eſt, deinde in tres, tum veró licet in quatuor & in quinque & ad decem uſque continentor. Numeri veró peritum atque intelligentem hactenus legumlatorem eſſe neceſſe eſt, ut judicet quis & qualis numerus civitatibus maxime ſit accommodatus. Ajo veró eſſe qui plurimas & continuas diviſiones ſuapte natura maximé complectitur. Nec enim omnis numerus omnes omnium partium ſectiones capit: at quinquies millenorum & quadraginta numeris tum bello pacique, tum commerciis omnibus, tum communibus tributorum, largitionumque rationibus in diviſiones, unde ſexaginta dividi poteſt ab una quidem ad decem uſque continuas. Ergo hæc Platonis oratio eſt de numero 5040. Additur huc tertia ſimplicis numeri differentia in numero imperfecto & perfecto á nobis prætérita: imperfectus eſt cujus diviſores ſunt inæquales toti: eſtque redundans aut diminutus. Redundans cujus diviſores ſunt majores toto: in 12 diviſores ſunt 1. 2. 3. 4. 6. qui additi ſunt 16. Hic numerus dicitur Nicomacho Briareus, Geryon, qui etiam impar eſſe poteſt, ut Jordanus docet 7 & 50 p 7, qualis nempe eſt 48045. Diminutus eſt cujus diviſores ſunt minores toto, ut 2 dividitur ab 1 ſola præter ipſum ſic 3. 5. Perfectus eſt numerus æqualis ſuis diviſoribus, ut 6 æqualis 1.2.3 ſuis diviſoribus. Adde enim 1.2.3 totus erit 6. Si é numeris continué duplicatis ab unitate totus ſit primus factus ab eo per ultimum erit perfectus 36 p 9, ut hic vides 1.2 3. 6, adde enim 1 & 2 totus 3 erit primus, & multiplicatus per 2 ultimum facit 6 perfectum ſolum intra decem. Sic 28 perfectus eſt intra centum, ut hîc vides.

1. 2. 4.

1.2.4 | 7.28.

Adde enim 1 & 2 & 4 totus erit 7, primus & multiplicatus per 4 ultimũ ex additis facit 28 perfectum, cujus divisores habebis per generalem regulam. 1.2.4.7.14. Sic 496 perfectus est intra mille, ut hic vides.

1.2.4.8.16. | 31.496.

Adde 1.2.4.8. totus est 15 compositus, prætereatur igitur: additis aũt 1.2.4.8.16. totus est 31 primus: qui multiplicatus per 16 faciet 496. Cujus partes invenies, 1.2.4.8.16.32.62.124.248. Quas potes etiam invenire, si post totum primum continuê duplicentur, quot ante duplicati fuerant: quatuor enim duplicati sunt in hoc exemplo ante inventum primum, & totidem postea duplicantur: sic deinceps á 1000 ad 10000 perfectus 8128, nec singulis gradibus plures uno perfectos invenias: imó gradibus nonnullis nullos invenies: de quo liber est à Carolo Bovillo populari meo conscriptus. Sed hæc tertia est imperfecti & perfecti numeri differentia, quam unica & definitione & propositione perfecti numeri Euclides complexus est, nos prorsus omisimus: reliqui infinite amplificarunt: at hæc libenter in arithmeticam recipiam, cum talis subtilitatis usum aliquem extra artem ipsam cognovero. Cæterum subtilitas in arte non satis est nisi sit utilitati conjuncta. Si quis uspiam in rebus vel mathematicis vel physicis vel politicis & popularib. ullum usum extra scholam & artẽ animadvertat, adnotato. Atq; hæc de numeris integris arithmetica tum generalis, tum specialis fuit, cui de partibus arithmeticam subjecimus, in qua si quis putet hyperologiam aliquam esse, quia comparationum in ratione & proportione aliqua mentio fiat, pręsertim in reductionib. cogitabit totam comparationis illius doctrinam esse logicam, & logico sensu cõtentam: neq; postea generalem illam & logicam doctrinam repetimus in sequentib. & inferioribus artib. In reductione autem & multiplicatione partium proportio duplex est, altera in numeris, altera in nominibus. Tota proportio in $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}$ sic esset | 1 $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{12}$: ut enim 1 ad 3, sic 2 ad 6: Item ut 1 ad 4, sic 3 ad 12: quod é definitione multiplicationis est, ut enim 1 ad multiplicantte, sic multiplicandum ad factum.

P. RAMI SCHOLARUM ARITHMETICARUM LIBER QUINTUS IN *secundum librum Arithmeticæ.*

IN CAPUT I.



Uperiore libro adnotavimus ea paucula, quæ arithmeticã simpliciũ numerorũ attingere viderẽtur: major brevitas in posterũ nobis erit, propterea quod ea quæ dici possint, dicentur in mathematicis elementis. Spreta aũt hæc est cõparationũ doctrina á practicis arithmeticis, unica triũ (ut appellatur) regula cõtentis: at rationũ & proportionũ doctrina etiã recõditior illa quæ docetur in elemẽtis, praxim istorũ magistrorũ totã continet. Itaq; subtiliter interpretati sumus. Comparationis

logica totidem generibus in numeris reperitur,ſicut in lineamẽtis & omni ente & non ente : nec aliter logica eſſet.Itaque logica illa communia non iteramus. de axiomatis autem æqualitatis & inæqualitatis diſſeretur plenius ad primum librum elementorũ. De numeratione rationum ſumpta eſt arithmetica é 5 d 6 elemẽtorum Euclidis.Hic Proclus, Nicomachus,Eutocius multiplicant indices rationũ ſeu nominatores pro terminis: ut pro $\frac{4}{2}$ $\frac{6}{3}$,id eſt pro dupla & tripla multiplicant 2 per 3,& accidit 6 nomen ſextuplæ rationis,ſed id prolixius eſt,& moleſtius,quærenda eſſent prius illa nomina diviſione terminorum, & poſtea é ratione nominis rurſus quærendi termini: Eutocius ad 4 theo. 2.de ſphæra reprehendit Arcadium, Pappum, Theonem, interpretes elementorum,quód definitionem Euclideæ compoſitionis nõ demõſtrarint, ſed habuerint in principio: ipſe veró demonſtrat,ut demonſtrat ſcholiaſtes græcus, ſed tali demõſtratione, quali demonſtravit Apollonius,Quæ eidem æqualia : Verum multo major hic quæſtio eſt,utrum ſit aliqua rationum additio & ſimplex & ſubductio. Plerique enim putant compoſitione rationũ additionem ab Euclide definiri, & quidem duplici de cauſſa. Prima eſt,quod compoſitionis verbum in elementis ſit additionis:ſic numerus definitur libro ſeptimo ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος ex unitatibus compoſita multitudo,id eſt addita:ſic libro quinto σύνθεσις compoſitio,id eſt additio dicitur : at idem verbum aliquando ab Euclide dicitur pro multiplicatione:ſic ſeptimo libro σύνθετος compoſitus numerus factus multiplicatione, & ſic quinta propoſitione octavi συγκείμενος λόγος cõpoſita ratio dicitur, quæ fit multiplicatione alternorum laterum,& ſic in 5 d 6 quantitates in ſe ipſas multiplicatæ rationẽ cõponere dicuntur.Itaque prima hæc cauſſa nulla eſt, cur potius hîc additio quám multiplicatio intelligatur. Secunda cauſſa eſt,quod Euclides aliã multiplicandarũ rationũ doctrinã tradidit 10 d 5 & poſtea, cum duplicare triplicare rationẽ dicit.Itaque ſi illa multiplicandarũ rationũ doctrina ab hac diverſa ſit,neceſſe videatur hanc nõ eſſe multiplicandarũ, ſed addendarũ rationũ doctrinã.Sanê huic argumẽto veré reſpõderi poſſet 5 d 6 ab Euclide generalem multiplicãdarũ rationũ doctrinã doceri,alias ſpecialẽ,nẽpe quadratã cubicam. Nã duplicare rationẽ eſt terminos rationis bis ponere,& ita multiplicare, triplicare ter ponere,& ita multiplicare.Sic ratio $\frac{2}{3}$ duplicata facit rationẽ $\frac{4}{9}$:ſic eadem ratio $\frac{2}{3}$ triplicata facit rationẽ $\frac{8}{27}$.Sic enim ſunt multiplicãdi termini $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$. Itẽ $\frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3}$ ut ſatis patet 10 d 5.Quare ſi docuerit Euclides generalẽ multiplicãdarũ rationũ doctrinã nõ eſt alienũ ab eo ſpecialẽ ejus uſum tradi: multiplicãdi enim ſpecies ſunt duplicare triplicare.Ad ſecundũ aũt argumẽtũ addi poteſt ex authoritate ſcholii græci ad hãc definitionem appoſiti. At hîc ſcholiaſtes ſi tamẽ unus eſt,in prima parte facit multiplicationẽ quantitatũ, per nominatores rationũ. In fine aũt ſecũdæ partis ait:Si á cõpoſita ratiõe altera ſubducatur,alterã relictũ iri ,nec dicit quomodo. Nã ſi ſimpliciter á 6 nominatore ſextuplæ rationis ſubducatur 2 nominator duplę,relinquetur 4 nominator quadruplę,qui reliquus nõ erat: cúm eſſet 3 nominator triplæ rationis.Itaque ut ſibi cõſtaret,debuit dicere ſubductionẽ fieri diviſione,quia additio fieret multiplicatione,ſic diviſio 6 per 2 quotus o=

tus ostenderet 3 nominatorē reliquæ ratiōis, attamē nominib. abuteretur. Quare hic interpres σύνθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν quidē appellat, at multiplicationē terminorū & divisionē reipsa dicit. Quare hic incertus author nihilo certiores nos effici et. Deniq; in totū cōcludā, talibus argumētis nō cōcluditur simplicē additionē rationū ab Euclide multiplicatiōe diversam definiri. Verūtamē potius animadvertēdū, quod cōtra disseritur. Alexāder enim Achillinus & Volumnius, qui additionē rationū á multiplicatiōe separāt, magnū sententiæ suæ argumētū vidētur afferre ab experiētia & exēplo rerū naturaliū, id est rerū numeratarum, ut equus (ajunt) vehat pōdus aliquod, cujus triplū vehere posſit, alter vehat idē pōdus & quadruplū vehere posſit, jam duo ad unū idē pondus cōjungantur equi, ecquænam virium ad pondus ratio erit? sextupla, respondent authores hi, cujus sententiæ fidē exēpla antiquorū cōfirmāt. Aristoteles enim Theone & Euclide antiquior pro Volumnio & Achillino facit, cū isto additionis genere tertio rhetorico videatur uti, dum Pæanis quarti é trib. brevibus & quarta lōga, rationē cōpositā esse docet ex rationibus tū dactyli lōga una, & brevibus duab. cōstantis: tū Iambi brevi & longa cōpositi, in quib. omnibus syllaba brevis unū tēpus, lōga syllaba duo: Statuātur igitur termini horū pedū, dactyli & Iambi per sua tēpora, dactylus rationē habebit æqualitatis 2 ad 2, vel ut Aristoteles loquitur 1 ad 1. Iambi 2. ad 1. & sic erunt termini $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ & additi erūt $\frac{3}{2}$, quæ sesquialtera ratio est, Pæanis triū tēporū é tribus brevib. ad 2 ex una longa. Atqui si multiplices vel quantitates harū rationū, vel indices rationū, habebis rationē 2 ad 1. Quāobrē certisſimo argumēto jam cōcludi videatur, hic ab Euclide multiplicationē rationū doceri, á qua additio diversa est. Cardanus vir cū plerisq; aliis artib. tū mathematicis insignis istā controversiā cōponere voluit, & utrāq; opinionē verā putavit. Cum rationū duarū termini (ait) ad eundē terminū cōparātur, fit additio, sic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ faciunt $\frac{7}{1}$, secus (ait) rationū cōpositio nō est nisi multiplicatio, ut hîc $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ faciūt $\frac{12}{3}$, id est ut ipsemet ait rationē quadruplā. Attamē id etiā attētius spectandū fuerit: posſunt enim hæ rationes duæ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ ad eundē comitē redigi: sic $\frac{4}{3}$ $\frac{9}{3}$ & tū additæ facient rationē $\frac{13}{3}$ diversam ab illa ratione quadrupla per multiplicationē cōposita. Addit præterea Cardanus caussam erroris esse, quod Euclides in proposito nō asſumit duas rationes, sed tantū unā, duas cōtinētē in virtute duorū terminorū. Et Cardanus Alcindū hujus interpretationis authorē adhibet. Alexāder veró & Volumnius, ut idē Cardanus ait, asſumūt tres terminos, & ita duas rationes. Vēruntamē Euclidis verba diligētius hîc spectāda sunt, cū Euclides sic loquitur 5 d 6. Ratio ex rationib. cōponi dicitur, cū rationū quātitates in seipsas multiplicatæ faciūt aliquā rationē. Hic enim Euclides aperté & manifesté nō rationē unā, sed plures statuit, unde multiplicatis in seipsas quātitatibus quātitates aliquæ proindeq; ratio aliqua cōponatur. Quāobrē vellē Cardano libuisſet alioqui diligētisſimo, tamē paulo diligētius hāc cōtroversiā disceptare. Nec enim dubito quin pro singulari doctrina qua præditus est, verū explicaturus fuerit. Quid igitur tādē in re tā incerta & cōfusa sequamur? Certū (inquā) disciplinarū usum, quę quod animadvertere potuerim, aliā cōpositionē rationū

non ha-

non habent, quám quæ fit terminorum multiplicatione, nec aliam subductionẽ, quã quæ fit terminorũ divisione. Quin à Ptolemæo divisio ipsa interdũ appellatur subductio, & exempla Alexãdri & Volumnii sunt rerũ nõ rationũ, nec Aristoteles satis accuraté illo in loco philosophari & loqui videatur. Quapropter intelligamus numerorum, qui omnes inter se rationales sunt, esse additionẽ, multiplicationẽ subductionẽ, divisionẽ distinctas & diversas: rationũ solã additionẽ & subductionẽ, quæ etiam fiant terminorũ rationalium multiplicatione & divisione: longius autẽ si progrediare ad proportiones nullam prorsus neque additionis, neque multiplicationis, neque subductionis, neque divisionis numerationem invenies.

IN CAPVT II.

GEnera veró rationis generumque species subtilius exequuti sumus ex Nicomacho de nostro ordine: Tametsi de iis nullum esset in Euclidis elementis verbum, præter definitiões tres multiplicis, partis, partiũ. Ratio prima & cõjuncta nobis est idẽ quod simplex & multiplex: sed simplex ꝓpinus & multiplex dicetur. In qua etsi nulla sit rerũ repugnantia: tamen verborũ quandam velut ἀντίφασιν vitare maluimus. Exercuit veró Nicomachus Pythagoream quãdam & Platonicam philosophiam in tota rationum doctrina jucũdam magis quám necessariam, dum singulorum inventiones studiosé persequitur. Totus est in genesi numerorũ ad bene numerandum inutili & supervacua. *Superbiparticularis.* Primũ genus simplicis rationis ἐπιμόριον est græcis, à Boëtio cõversum est superparticulare, species eius magis latiné sunt usitatæ sesquialterũ, sesquitertiũ, sesquiquartum, & ita deinceps, ipsumque sesqui totum & dimidiũ, vel majus dimidio, plerisque in rebus usurpatur. Ita fit dactylus æqualis, duplus jambus, sesquipæan ait in oratore Cicero: sed in cõpositione sæpius, ut sesquihora, sesquimẽsis, sesquimodius, sesquiopera: habet veró & hęc species, & deinceps reliquæ manifestam illã à partiũ doctrina differentiã, quod partes in quoto non sunt unitatis, quales in dividendo fuerunt, sed consequẽtis sunt partes. Nicomachus autem hic ortum ἐπιμορίων instituit, sesquialteri habent antece dentes omnes triplices á ternario, consequentes á binario pares. ut hic.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.	30
2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.	18.	20

Sesquitertium habent duces á quaternario quadruples, comites á ternario triples. ut hic.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8
4.	8.	12.	16.	20.	24.	28.	32
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24

Sed Nicomachus hic omnibus elegans illud, & eximiũ jmprimis adjunctum admiratur, quod primæ radices & minimæ superparticularium vicinæ sint & contiguæ: secundæ differunt uno numero, tertiæ duobus, quæ tribus, & sic deinceps:

deinceps: Atque hæc elegantia illi singularis est, deinde ut doceat in tabula Pythagorea rationem multiplicem antiquiorem esse superparticulari, & cæteris generibus, quod tamen falsum est, rationū longum sermonē conficit, ubi tantum de multiplici agit & superparticulari, deniq; digreditur in admirationem quadratorum & alterolongorum in tabula repertorum. Itaque quæstionem obliviscitur, & res alias agit, has doctrinæ delicias ad bene numerandum inutiles non sequimur. *Superpartiens.* Hoc genus est græcis ἐπιμερὴς λόγος, species ἐπιδιμερὴς, ἐπιτριμερὴς, &c. Est veró in hac altera specie simplici infinitas non tantum generum, ut antea, sed generis cujusque alia infinitas alia sumpta ê nomine partium ut superbipartiens tertias, quintas, supertripartiens quintas; superquadripartiens quintas, septimas, in quo tamē non est continuatio nominum, secundum naturalem numerorum seriem, neque enim est ulla ratio superpartiens, ubi nomen partium posit á numero dividi, ut si diceretur ratio $1\frac{2}{4}$ $1\frac{2}{6}$ id est superbipartiens quartas, superbipartiens sextas. Hæ namque rationes reductis terminis sunt $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{3}$, sic $1\frac{3}{6}$ $1\frac{4}{8}$ $1\frac{5}{15}$, & similes sunt superparticulares, quod Boetius ê Nicomacho docet postea ad caput 26. Inventionem autem terminorum, generis cujusque superpartientium Nicomachus docet multiplicatione per 2 in primo genere, per 3 in secundo, & sic deinceps: ut si dederis 5 ad 3 rationem superbipartientem tertias, facies hunc modum $\frac{5}{3}$. In secundo sic $\frac{7}{4} \cdot \frac{21}{12} \cdot \frac{63}{36}$, & ita deinceps. at idem fieret multiplicatione cujuscunque numeri per 17 & 18 p 7. De duplici autem appellatione Nicomachus ita præcipit. Considerandum veró cúm duę partes in majore supra totum minorem fuerint, tertium subaudiri, cúm tres, quartum, cúm quatuor, quintum, cúm quinque, sextum, & sic deinceps similiter progressus secundum nomen. Talis est superbitertius, superbiquartus, superquadriquintus, tūm superquintisextus, & similiter in reliquis. Verba græca Nicomachi in fine mendosa sunt, sed sensus ita est. Boetius autem locum hunc interpretatus est hoc modo: In hoc quoque videndum est, quoniam cúm duæ partes minore plus in maioribus sunt, tertii semper vocabulum subauditur: ut superbipartiens qui dicitur: quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur superbipartiens tertias. Et cúm dico supertripartiens, subaudiri necesse sit supertripartiens quartas, quoniam tribus super quartis exuperat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas, & ad eundem modum in cæteris: uno semper adjecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque his nomina hæc sint, ut qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbitertius: qui dicitur supertripartiens, is sit supertriquartus: & qui dicitur superquadripartiens, idem dicatur superquadriquintus, eademque similitudine usq; in infinitum nomina producantur. Hæc Boetius, ubi de exemplis Nicomachi verba sunt, quæ dicit de omnibus in universum vera non sunt. Nā superbipartiens potest dici non solum tertias, sed quintas, septimas, nonas, ut 7 ad 5, 11 ad 9, item supertripartiens non solum quartas dici potest, sed quintas, septimas, decimas, ut 8 ad 5, 10 ad 7, 13 ad 10, & sic in generibus aliis. *Multiplex.* Hæc primi generis species posterior est utraque superio-

re. Posterius enim est multiplum esse, quàm superparticulare aut superpartiens: Nicomachus autẽ multiplicum ortum reperit in hac naturali serie 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16. Primo enim partes continui sunt dupli, deinceps ab unitate parium & imparium: ut 2 est duplus ad 1: 4 ad 2: 8 ad 4: & sic deinceps infiniti dupli: 3 est triplus ad 1: 6 ad 2: 9 ad 3: sic deinceps duobus intermissis: 4 est quadruplus ad 1: 8 ad 2: & sic deinceps tribus intermissis omnes: 5 est quintuplus ad 1: 10 ad 2: & sic deinceps intermissis quatuor reliqui. Dupli autẽ quadrupli, octupli sunt tantum pares. Tripli, quintupli alterné. *Conjuncta.* Duo genera rationũ reliqua sunt composita é primis multiplici & superparticulari: multiplici & superpartiente, in cujus utriusque inventionibus diligentiam eandem adhibet Nicomachus. Primó in naturali serie á 2 comites in serie imparium, á 5 duces reperit cujusque generis multiplicium superparticularium hoc modo.

5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Deinde separatim singulorum generum, ut quoti deinceps indicant.

$2\frac{1}{2}$	duces diffe.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	
	Comites pares	2.	4.	6.	8.	10.	12.	
$2\frac{1}{3}$	duces diffe.	7.	14.	21.	28.	35.	42.	49.
	Comites diffe.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
$2\frac{1}{4}$	duces diffe.	9.	18.	27.	36.	45.	54.	
	Comites diffe.	4.	8.	12.	16.	20.	24.	
$3\frac{1}{2}$	duces diffe. 7.	7.	14.	21.	28.			
	Comites pares.	2.	4.	6.	8.			
7 $3\frac{1}{3}$	duces diffe.	10.	10.	20.	30.	40.		
	Comites diffe.	3.	3.	6.	9.	12.		

Atque hæc inventio est multiplicis superparticularis. Multiplicis autem superpartientis inventio nulla speciatim â Nicomacho facta est, hæ veró tam variæ tamque multiplices terminorum rationalium inventiones usum arithmeticum prorsus nullum habent. Duæ viæ illæ generales inveniendi rationem ê datis terminis, inveniẽdi terminos é data ratione, totam de rationibus utilitatẽ continẽt. Tota hæc subtilitas γενέσεως qualis fuit in paribus, imparibus, perfectis, imperfectis arithmeticæ artis impedimenta tantũ continet. Quare omnes istas inventiones ex arithmetica arte sustulimus. Nicomachus veró post expositã rationum doctrinã duo prolixa capita cõsumit in Pythagorea contemplatione, qua rationes omnes inæqualitatis ab æqualitatis ratione deducũtur, & ad eam reducuntur, summas comprehendamus, deductionis regula primum sic erit.

Si datis tribus terminis tres alios æquaris primum primo, secundum primo & secundo, tertium primo & tertio, & duplici secundo, facies ex æqualibus duplos,

plos, eademque via de duplis triplos, de triplis quadruplos, & sic deinceps infinite hoc modo.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

Ac de iis ordine conversis eadem via fient superparticulares sesquialteri de duplis, sesquitertii de triplis, & sic deinceps, sic.

4	2	1
4	6	9
9	3	1
9	12	16

Contrà è conversis superparticularibus similiter fiunt superpartientes hoc modo, è sesquialteris superbipartientes, è sesquitertiis supertripartientes sic.

9	6	4
9	15	25
16	12	9
16	28	49

E' directis superparticularibus sesquialteris fit multiplex superparticularis dupla sesquialtera.

4	6	9
4	10	25

Sic è directis sesquitertiis fiet dupla sesquitertia.

9	12	16
9	21	49

Sic è superpartientibus directis superbitertiis nascentur multiplices dupli superbipartientes tertias.

9	15	25
9	24	64

Sic è superpartiẽtibus supertriquartis fiẽt multiplices dupli supertriquarti.

16	28	49
16	44	121

Hæc deductio est ab æqualitate, sequitur breuior ad æqualitatem reductio.

Si datis tribus continuis ejusdem rationis terminis, primus statuatur primo loco, differentia primi ad secundum, secundo differentia primi & secundi reliqui duplicis ad tertium, tertio termini rationis prioris, tandemque æqualitatis restituentur, ut.

8	32	128
8	24	72
8	16	32
8	8	8

Hæc contemplatio Nicomacho elegantissima videtur, & quidē theologiam Pythagoream quandam continet dei primi rerum authoris, unde bona omnia sed inæqualiter imperfecta oriuntur, & quo eadem referuntur. Sed sine contemplationibus his otiosis & inertibus theologia vel é solidis artium mathematicarum & utilibus documentis sanctior habeatur, contemplanda divinorū operum sapientia in numero, mensura, pondere. Quare totum hoc mathematum genus non inutile solum, sed plane nugatorium á seriis mathematum præceptis amandetur.

IN CAPITA RELIQUA.

Logicas datæ proportionis differentias inversæ, alternæ, disjunctæ, continuæ in præceptis arithmeticis non ponimus, quæ jam posita sunt in logicis. Genera autem proportionis duo tantum instituimus, quia hæc sola simplicia & mathematica sunt. Nicomachus fecit decem. Jordanus addidit undecimam: sed de his omnibus authores sui legantur. Proportionis arithmeticæ doctrina est in Nicomacho: in Euclidis autem elementis prorsus nulla, quamvis usus sit Euclides aliquando ut alternê ad 79 p 10. Illic enim & Theon, & Campanus proportione arithmetica utuntur: In proprietatibus autem arithmeticæ proportionis requirimus terminos quantitate medios, secus, ut mox apparebit, proprietates illæ impropriæ essent. Proportionis arithmeticæ disjunctæ proprietas duplex est. Primæ ratio quædam subductis differentiis æqualibus, posteaque additis posset ex illo theoremate deduci. Si æqualibus æqualia addantur, tota erunt æqualia. Sed malo proprietatem ex sese notam & manifestam sumere, & exemplis tantum inducere. Secundæ proprietatis inventionem sibi Nicomachus attribuit, eamque appellat elegantissimam, & est sane: Ejus usus est apud Archimedem ad 9 th. 2. de sphæ. Illic enim Eutocius adhibet hoc theorema, & demonstrat per 5 p 2. Si numerus fuerit sectus magis & minus inæqualiter oblongum, minus inæqualium est majus oblongo magis inæqualiū. At hoc theorema speciale est, & potest ex hoc nostro videri deductum. Quoties enim numerus idem bis dissimiliter secatur, semper fiunt termini quatuor arithmeticé proportionales. Itaque non tantum constat factum mediis esse majorem, sed tanto majorem esse. Termini tamen hic quantitate medii sumendi sunt: nec enim conveniet exemplum 12. 8, 16, 12, quamvis differentiæ sint eædē: nec idem conveniet exem-

plum

plum 12. 8. 12. 16. Ergo theorema nostrum plenius & uberius est: cujus tamen caussam nullam requiro, sicuti neque illius antea requisivi, postulo tanquam proprietatem catholicam, & indemonstrabilem. Hinc proprietates duæ sequentes assumuntur in continuis & concluduntur. Tertia enim primam, quarta secundam sequitur. Hanc consecutionis logicam Nicomachus non intellexit, quia speciales regulas præposuit. Addit Nicomachus & quintam differentiam. Quod differentiæ sint ad differētias, ut singuli termini ad se ipsos, id est ut æquale ad æquale: quod novi nihil est. Id enim definitione proportionis arithmeticæ continetur. Progreſsionis arithmeticæ proprietates quinque vulgò traduntur. Tres primas omiſsimus, quia nullam earum utilitatem videremus, prima est. Si tollatur primus terminus ab ultimo, reliquusque dividatur per numerū terminorum unitate minutum, quotus erit differentia: ut dato numero terminorum 5: datisque progreſsionis extremis 2 & 10, tollo 2 á 10, reliquusque 8 dividatur per 4 minorem unitate, quám 5 est numerus terminorum, quotus erit 2 differentia. Secunda est. Si tollatur primus ab ultimo, & reliquus dividatur per differētiam, quotus unitate divisus erit numerus terminorum: ut in eodem exemplo tollo 2 á 10. reliquus 8 divisus per 2 differentiam dabit quotum 4, qui auctus unitate erit 5 numerus terminorum. Tertia est. Si tollatur unitas á numero terminorum, & á reliquo factus per differētiam tollatur ab ultimo, reliquus erit primus terminus: ut esto differentia 2 numerus terminorum. Nam tollatur unitas á 5, reliquusque 4 multiplicet 2 differentiam, factus 8 sublatus á 10 ultimo relinquet 2 primum. Has tres inventiones omiſsimus, quia, ut dixi, notam & illustrem utilitatem nullam haberent, instruximus quartam & quintam propter utilitatem manifestam. Quatuor autē primæ per analysim sunt factæ. Nam qui genesim contrariam considerabit, intelliget analyseos caussam. Itaque in prima proprietate primus tollitur ab ultimo, & reliquus factus á differentia per numerum terminorum unitate minutum habeatur. Itaque dato facto, & factore altero, reliquus habetur divisione. Eademque ratio est in secunda proprietate. In tertia autē & quarta proprietate analysis apertior est. Dantur enim factores, unde factus habetur, cujus subductione vel additione, habetur primus & ultimus. Quintæ proprietatis caussa alia est, è secunda nempe proprietate proportionis disjunctæ: ut in quatuor terminis facilius est intueri. Nam cùm medius uterque sit æqualis extremo simul utrique, ut summa habeatur, duplicetur summa extremorum additorum, id est multiplicetur per dimidium numeri terminorum, idem erit in quamlibet magna summa, propterea quod bini extremi & medii sunt æquales. Proportionis geometricæ tantus usus est in omnibus rebus, ut hæc sola proportio doceatur in elementis. Exempla proportionis innumerabilia sunt, quæ varium quoddam ingenii acumen perpetuo requirant. Ex infinitis igitur illustria selegimus & digeſsimus, quibus ad reliqua generis ejusdem discipulus arithmeticæ exerceatur. Quæstiones autē capitum sequentium sunt è variis authoribus collectæ: quædam etiam è græcis epigrammatis assumptæ: ut illud de statua Palladis, & armentis Herculis, quæ ad verbum, ut

deinceps reliqua convertimus. Sic autem sunt.

Παλλὰς ἐγὼ τελέθω σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
  Αἰζηῶν πέλεται, δῶρον ἀοιδοπολῶν,
ἥμισυ μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοατὴν δὲ
  Θέσπις, καὶ δεκάτην μοῖραν ἔθηκε Σόλων,
αὐτὰρ ἐεικόστην Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα,
  ἐννέα, καὶ τέχνη δῶρον Ἀριστοδίκου.

Pallas ego ſum malleata, ſed aurum
  Iuvenum eſt, donum poetarum,
Dimidium quidem auri Chariſius, octavam autem
  Theſpis, & decimam partem poſuit Solon,
Sed vigeſimam Themiſon, reliqua veró talenta
  Novem, & ars donum Ariſtodici.

Αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαο
πληθὺν βουκολίων διζήμενος, ὃς δὲ ἀπάμειπτο
ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοὰς φίλος, ἥμισυ τῶν δέ
Μοίρῃ δ' ὀγδοάτῃ ὄχθον Κρόνου ἀμφινέμονται,
Δωδεκάτῃ δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' οὖρον,
ἀμφὶ δ' ἄρ' Ἤλιδα δῖαν ἐεικοστῇ νεμέθονται
αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα
λοιπὰς δὲ αὐλισθείσας ἀγέλας, τὸ δὲ πεντήκοντα.

Augeam interrogavit magna virtus Alcidæ
Multitudinem armentorum quærens, ipſe veró reſpondit,
Circa quidem Alphei fluvium, amice, dimidium quidem horum,
Pars autem octava collem Saturni circumpaſcuntur,
Duodecima autem ſeceſsit Taraxippi ad montem,
Circa veró Elidem divinam vigeſima paſcuntur,
Verum in Arcadia triceſimam reliqui,
Reliquos autem videbis greges hic quinquaginta.

Paulo diſsimiliter ſolvitur græci item epigrammatis illa quæſtio fratrum Zethi & Amphionis, matriſque Antiopes.

Ἄμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν
Ζῆθος τε χ' ὁ ξύγγονος. ἢν δὲ μοῦ λάβῃς
Τρίτον, τὸ τέταρτόν τε τοῦ δ' Ἀμφίονος
ἓξ πάντ' ἀνευρὼν μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

Ambo quidem nos viginti minas trahimus
Zethuſque & germanus. At ſi de meo ſumpſeris,
Tertiam & quartam Amphionis,
Sex omnia inveniens, matris invenies pondus.

Primum ſimul utriuſque quæſiti numeri id eſt 20, cape $\frac{1}{4}$, quæ nẽpe ſit unius & alterius quæſiti $\frac{1}{4}$ communis, ea erit 5: 6 autem matris numerus continet hanc communem $\frac{1}{4}$ & præterea unũ id eſt $\frac{1}{12}$ primi quæſiti numeri, ut perſpicies tol-

lendo

ſendo $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, unde proportio de primo quæſito numero cõcludetur, $\frac{1}{12}$ valet 1, ergo 1 id eſt totus valet 12. Hic numerus eſt Zethi, quo de 20 ſublato, manet 8 numerus Amphionis. Nam $\frac{1}{3}$ de 12, item $\frac{1}{4}$ de 8 ſunt 4 & 2, & ſimuluterque 6 numerus Antiopes. Idem veró concludi poteſt, ſumendo primum ejuſdem totius 20 $\frac{1}{3}$ id eſt 6 & $\frac{2}{3}$: 6 enim ſuperatur ab eo $\frac{2}{3}$ id eſt $\frac{1}{12}$ ſecundi quæſiti: cujus $\frac{1}{4}$ quæritur: unde concludetur, $\frac{1}{12}$ valet $\frac{2}{3}$, ergo 1 valet $\frac{24}{3}$ id eſt 8. Hic numerus eſt Amphionis, quo de 20 ſublato reſtat 12 numerus Zethi: ſed tamen quæſtio per Algebram melius explicaretur. Eſt in epigrammatis græcis de tubis fontis ſimile.

Χαλκέος εἰμὶ λέων, κρουνοὶ δὲ μοὶ ὄμματα δοιὰ·
  Καὶ στόμα σὺν δὲ θέναρ δεξιτεροῖο ποδὸς,
Πλήθει δὲ κρατῆρα δὺ ἤμασι δέξιον ὄμμα
  Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ
ἄρκιον ἐξ ὥρεας πλῆται στόμα, ἐν δὲ ἅμα πάντα
  Καὶ στόμα καὶ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον;

Aeneus ſum leo, tubuli autem mihi oculi duo
  Et os cum palma dextri pedis,
Implet autem craterem duobus diebus dexter oculus:
  Et ſiniſter tribus, & quatuor palma
Sufficiens ſex horis implere os, inſimul autem omnia
  Et os & oculi, & dic quantum?

Cape hic ut antea, antecedentes proportiones; invenies impleri 1 hora $\frac{15}{12}$ lacus, unde concludes totum impleri $\frac{12}{15}$ vel $\frac{4}{5}$ id eſt 48 minutis unius horæ. Lubet porro addere & epigramma græcum aliud, quod tametſi facilius per algebram expediri poſsit poterit etiam per numeros abſolutos. Eſt autem ſic.

ἡμίονος καὶ ὄνος φερέοντες οἶνον ἔβαινον,
αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτον ἑοῖο,
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη,
Μῆτερ, τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη,
Εἰ μέτρον ἕν μοὶ δοίης, διπλάσιον σέθεν, ἦρα,
Εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίης ἐπίιστορ.

Aſina & aſella ferentes vinum ibant,
Sed aſina ingemiſcebat præ ſarcina oneris ſui,
Hanc veró graviter ingemiſcentem conſpicata interrogavit illa,
Mater: quid mœrens lamentaris ſeu puella?
Si menſuram unam mihi dederis, duplum tui tulero.
At ſi unam viciſsim ceperis, omnino æqualitatem ſervabis.
Dic menſuram optime geometriæ doctor.

Eſto numerus aſinæ, 1 numerus, addaturq; 1 ab aſella erit 1. numerus 12. 1. Itaq; $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ, & $\frac{1}{2}$ unitatis relinquetur aſellæ: reddatur autem aſellæ ſua unitas, habebit illa $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ, & 1 $\frac{1}{2}$ ſuæ unitatis. Iam idẽ eſt aſinæ detrahere 1. & idem aſellæ addere, & 2 addere aſellæ, & nihil detrahere aſinæ: adde igitur 2.

asellæ.jam $\frac{1}{2}$ é numero asinæ & $3\frac{1}{2}$ ê numero asellæ,æquantur asinæ numero: dimidius autem $3\frac{1}{2}$:ergo totus $\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$ est numerus asinæ: huic adde 1,totus erit 8 duplus ad 4 reliquum numerum asellæ, cui redde 1 ablatum,totus erit 5 numerus asellæ initio propositus. Idem invenies si ab asella incipias. Esto igitur pro numero asellæ 1 numerus: addatur ei 1 é numero asinæ habebit 1 numerum & 1, tantumque restat asinæ,nempe 1 numerus & 1:redde asinæ suam 1,habebit 1 numerum & 2. jam idem sit detrahere asellæ 1,& addere idem asinæ:ac nihil detrahere asellæ & 3 addere asinæ, ut constat in 6 & 9,ut alter alterius duplus sit: addãtur igitur 3 asinæ,habebit 1 é numero asellæ & 5, qui totus est duplus ad asellæ numerum: dimidius autem est 5, qui numerus asellæ initio fuit.

DE REGVLA FALSI.

Ad ejusmodi quæstiones quidam afferunt regulam falsi, quæ divinationis cujusdam similis est, ut tres habuere singuli nummos, sed casu uná confusos, bini tamen summas suas norunt primus & secundus 50, secundus & tertius 70, tertius & primus 60. Quæritur summa singulorum quæ fuerit. Conjicito primi aureos fuisse 20. Relinquantur secũdo 30, & tertio 40, reliqui nempe é 70. Hæc conjecturæ sors apte ceciderit: neque falsi hypothesis est in eo, & quæstio ista, jam ante á nobis non conjiciendo, & divinando, sed arithmeticé ratiocinando explicata est. At si falsa conjectura sit, notetur excessus cum signo plus sic †, vel defectus cum signo minus —: factique á falsis per alternas differentias adscribantur. Hic signa similia sunt, aut dissimilia. Si similia tollantur, minor factus á majore, & reliquus dividatur per reliquum differentiæ majoris supra minorem, quotus erit quæsitus, ut aspiciens quidam alterius loculos (inquit) videris mihi habere aureos 100. Minime (inquit alter) sed si addideris $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & 1 habebo 100. Quæritur igitur quot aureos habuerit. Conjiciatur primum fuisse 12, ad quæ propositis additis id est 6.4.3.1. totus 26 á 100 deficiet 74. Hic defectus notetur cum signo —. Túm veró duplicato falsam hypothesim & 24 conjicito, ad quæ propositis additis id est 12.6.8.1. totus 51 á 100 deficiet 49. Hic item defectus notetur cum signo —. jam sequere arithmeticam falsi, exemplũ totum sit.

12 — 74
24 — 49
1774
588
$\frac{1188}{25}$ (47 $\frac{13}{25}$ quæsitus: $\frac{1}{2}$ est 23 $\frac{19}{25}$: $\frac{1}{3}$ 15 $\frac{21}{25}$: $\frac{1}{4}$, 11 $\frac{22}{25}$

Quibus omnibus additis & 1, totus est 100. At si dissimilia signa sint, totus é differentiis & factis dividatur per totum é differentiis, quotus erit quæsitus: ut in exemplo asinæ & asellæ. Conjicito pro numero asellæ esse 3, addito 1, totus erit 4: pondus igitur asinæ matris erit 5: at si é 3 numero asellæ 1 addideris ad 5,

totus 6 esset, non duplus reliqui 2, sed triplus. Conjectura itaque prima superat 2. Adnotetur igitur cum signo †. Tum veró divinato asellæ numerum fuisse 6, duplum antea falso conjecti 3 : 1 assumpto totus erit 7. Itaque numerus matris erat 8 : at si 1 ad 8 addatur, totus 9 non est duplus reliqui 5, sed 1 deficiet : adnotetur igitur & hæc falsa hypothesis altera. Denique artem falsi exequere, totum exemplum sic erit.

3 † 2
6——1
3
12
15 (5.
3

Et 5 erit numerus asellæ, cui si unitas addatur detracta numero matris, totus erit 6: numerus itaque matris erit 7. Atque hæc ars est falsi conficta ab arithmetico aliquo, logicorum Aristotelis dogmatum videlicet æmulo: ut enim Aristoteles in logica docuit ex falsis verum syllogismo posse concludi, sic in arithmeticis Arithmeticæ hujus invētor invenit quomodo ex falsis verum colligeretur. Sed generis hujus exempla quæ per falsas hypotheses explicantur, per arithmeticam, veram possūt explicari: & quicquid hic est, præterea ex algebra est: de qua dicetur suo tempore.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 6. IN DEFINITIONES PRIMI LIBRI EUCLIDEI.



Libri quartus & quintus mathematicarum scholarū in nostram arithmeticam adhuc fuerunt, reliqui libri erunt in elementorum Euclidis & Hypsiclis libros, sed pro subjecto argumento dissimiliter amplificati vel contracti: sextus itaque erit in definitiones primi libri. Geometria igitur definita nobis est ars bene metiendi, qua generali significatione á Platone definitur 7 de rep. μετρικὴ μήκους καὶ ἐπιπέδου, καὶ βάθους, tanquam diceres mensurativa longitudinis & planiciei, & altitudinis. Sed veritas ista commodissime dijudicari potest inductione στοιχειώσεως & institutionis geometricæ, si á primo geometricorum librorum elemento ad ultimum subducas. Comperies enim omnia ad unū bene metiendi finem referri. Congruentia prima mensura erit applicata metiendis magnitudinibus, tum similitudo triangulorum ad lineas metiendum: deinde quadrangulum rectangulum mensura erit & sui & trianguli, & reliquorum rectilineorum : imo veró etiam circulorum & circularium sectionum : in solidis bases & altitudines, in prismatis & cylindris & eorum ratione, in pyramidibus, polyedris ordinatis, conis. Hæc (in-

quam) universa omnium elemẽtorum inductio planum faciet geometriam esse artem bene metiendi. Proclus lib 2 cap 2 huc respicit. Geometria (ait) est cognitiva magnitudinũ & figurarum & in his terminorum & rationũ & affectionum, variorumq; situum & motuum. Hæc Procli per partes definitio idẽ comprehendit, quod illa subtilior inductio. Verum iste bene metiendi finis in Euclidis geometria obscurior est, quia nominatim nullum unquam de fine geometriæ, nullum de usu verbum in elementis factũ est, & zelotypia illa Platonis videlicet occultum est de industria, tanquã á pontificibus hoc totũ geometrici usus mysterium: imo vero verbũ ipsum metiẽdi in elementis nusquã appellatum est, quin geometrica metaphora ad numeros translatum sæpe in arithmeticis elementis usurpatur, & occasione numeri ad symmetriam magnitudinũ decimo libro refertur. At nos Archimedem cum Euclide & artis utilitatem cũ veritate conjungere instituimus. Itaque definitio geometriæ ex illo vero geometricæ στοιχειώσεως fine teneatur. Geometria est ars bene metiendi. Sed mensura mensuræq; species ex arbitrio assumuntur: sic Persæ parasangas: Aegyptii schœnos, aliique populi mensuras alias habent, & plerumque in eadem civitate varias pro variis fundorum dominiis mensuras offendes. Sed geometricæ mensuræ genera nõ tantum ex variis hominũ ingeniis, sed ex variis rebus varia sunt, alia magnitudinibus spatiorum, alia liquidorum, alia frumentorum, atq; omnino locum & situm occupantium. Neq; mensuræ solæ sunt, quæ vulgo nominãtur, sed mensuræ sunt, aut mensuras ipsas in sese continent, radius & dioptra Hipparchi, regulæ, armillæ, astrolabium Ptolemæi, torquetum Regiomontani, sed umbræ etiam mensuræ sunt, quibus per ellipses mathematici dimensi sunt magnitudinẽ solis, lunæ, terræ elementaris á terra regionis ad ipsa sydera & intervalla ipsorum inter se. Mensuræ itẽ sumũtur é jactu teli & bombardæ: é volatu avium, ut caponis: é sonis etiam & vocibus intervalla judicantur, quæ ipsa etiam vel longissima continuãtur vocibus: Sic Xerxes biduo per interpositos certis intervallis homines denuntiavit é Græcia in Persidem Susas usq;, quæ Athenis agerentur, ut Cleomedes ait initio secũdi libri, & quale Cæsar 7 belli gallici de Gallis commemorat, ita vox humana hic tanquam decempeda sæpius iterata mensura tam longi itineris accipi queat. Subtilissima omniũ mensura est per tabulas subtensarum. Denique nullum est in geometria elementũ, quod mensuram aliquam aut mensuræ subsidium non suppeditet. Mensuræ tamen nomen in totis geometricis elementis nusquam appellatur, appellatur tamen in arithmeticis, ut de verbo μετρεῖν jam dictum est, & inde transfertur ad symmetriam magnitudinum lib. 10. Sed in vestibulo nimium diu moramur, ad Euclidem venio. Geometriæ primus liber habet principia decem librorum communia: & ut Proclus ait, principia rectilineorum in triangulis & parallelogrammis. Itaq; præter illa communia principia, tres partes Proclus primi libri facit. Prima cõtinet triangulorum ortus & proprietates, ipsorumque inter se comparationes. Secunda parallelogrammorum ortus & qualitates, parallelarumque in iis proprietates. Tertia triangulorum inter se, & parallelogrammorum comparationes: At partitio ista valde rudis est.

dis eſt. Nam é 48 propoſitionibus primi libri de lineis, earumq; angulis, id eſt de prima magnitudinis ſpecie conſiderata & per ſe & cum ſuperficie, propoſitiones ſunt ſedecim, de triangulis ſunt una & viginti, de quadrilateris undecim, nẽpe de parallelogrãmo ſeparatim ſunt quatuor, & tres de ipſius æqualitate cum triangulo & una cum rectangulo, de quadratis ſunt tres. Itaque ſi facienda partitio talis fuit, fuit utique linearum mentio facienda: quæ multo majorem libri partem aufferunt, quam parallelogramma. Sed tota iſta partitio in Geometria methodicé deſcripta nullum haberet locum, in qua ſingula magnitudinum genera, differentiæ, ſpecies, proprietates ſeparatim explicarentur. Jam ad primam primi libri partem de principiis accedamus, & primum definitiones perpendamus: quæ ſunt numero triginta quinque, quæque primas magnitudinis & figuræ differentias plurimas interpretantur.

1 *Punctum eſt cujus pars nulla.* 1 d 1. Definitur σημεῖον, quod verbum verbo ſignum eſt, ſed latinis punctum hic uſitatum eſt, cujus pars nulla, nec in longum, nec in latum, nec in altum. & ſic in academicis definitur á Cicerone. Punctum eſt quod nullam magnitudinem habet. Reprehenſa tamen eſt iſta definitio, quod negatione fieret, & certe negatio nihilum & non ens quodlibet iſta definitione punctum fuerit. á Proclo autem defenditur tanquam neceſſe ſit negatione principia definiri. At pleraque vel é principiis Euclidis nequaquam definitione tali definiuntur. Signum definitur ab Herone terminus lineæ, in libro definitionũ authore Valla, quomodo linea definiretur terminus ſuperficiei, ſuperficies corporis. quod vix probari poſsit. Sed majorem habet quæſtionem utrum punctum ipſum magnitudo ſit, cum Platoni punctum ſit individua linea, ut in phyſicis & metaphyſicis ſcholis diſputatũ eſt: & magnitudinis individuæ defenſores cum Platone ſint Pythagoras, Anaxagoras, Leucippus, Democritus, Xenocrates, id eſt mathematicæ diſciplinæ facile principes. At hęc quæſtio ad 10 p 1 diſceptabitur. Adfert huc Valla differentiam ſigni & puncti. Quod nullam diviſionem patiatur, punctum vocatur, cum medium tenet figuræ. Si autem principium lineæ eſt, vel linea, aut etiam finis, vel cum omnino aliquid notat, quod ſine partibus intelligendum ſit, nec tamen obtineat figuræ mediũ, ſignum dicitur. At inquam punctum latinis non aliud omnino eſt, quam σημεῖον nũc Euclidi, nec in medio figuræ conſideratur proprié & ſolum, ſed centrum.

2 *Linea autem longitudo latitudinis expers.* Ariſtoteles cap 3 topici 6 reprehendit hãc definitionem, quia negatione fiat: Poteſt enim definiri linea, magnitudo longitudinis tantum particeps, ut mox ſuperficies definietur. Poteſt etiam definiri (ut Heron definivit) fluxus puncti, ut poſtea Euclides efficit circulum fluxu ſeu motu lineæ, & ſphæram fluxu ſemicirculi, & conũ, cylindrumq; motu trianguli, & parallelogrammi.

3 *Lineæ autem extrema ſigna.* Proprium eſt lineæ punctis terminari, cum ſcilicet ex puncti fluxu in punctum concipiatur: ideoque linea omnis actu finita eſt, & quod interdum infinita linea ab Euclide nominatur, ut 12 p 1, infinitas intelligatur quanta ſatis ſit.

4 *Recta linea eſt, quæ ex æquo intra ſua ſigna interjacet.* Eadem autem definitio à variis authoribus varie facta eſt(ait Proclus)nam præter Euclidis, Archimedis, Platonis definitiones quarto recta definitur, quæ inter extrema eſt ordinata. Quinto quod ipſius pars quidem non eſt in ſubjecto plano, pars autem in ſublimi: ex qua tamen definitione non animadvertit Proclus primã libri undecimi propoſitionem factam eſſe: Melius tamen in principiis id habebitur quàm in dubiis propoſitionibus, quod etiam tum dicetur. Sexto quod omnes ipſius partes omnibus ſimiliter conveniant, quæ definitio ex homiomeria eſt. Septimo quod extremis manentibus & ipſa manet. Sed hæ duæ poſtremæ minus perſpicuæ & accuratæ ſunt. Octavo quod cum ſui ſimili ſola figuram non facit. Sed hæc etiam poſtrema obſcurior eſt & circularis aliqua cum ſui ſimili figuram nõ facit, nec ideo tamen recta. Atqui decimum eſt hoc axioma. Duæ rectæ ſpatium non comprehendunt. Quare definitiones hæ non ſatis attente & conſiderate pro eadem proponuntur. Sed tamẽ Euclides, quem Proclus ſæpe Geometram, nonnunquam στοιχειώτην vocat, definivit rectam lineam: κυκλικὴν non definivit, neq; miſtam: ut ἑλικοειδῆ, κογχοειδῆ, κιττοειδῆ ſpiralem, ſimilem flexibus conchæ, hæderæ: de circulari tamẽ defendit Euclidem, quod peripheriam in circulo deſcribat. In miſta non defendit, quin ait ipſum tamen uti miſto illo genere, ut in ſemicirculis, & reliquis ſectionibus, itém in ſolidis, ut in cono & cylindro. Miſtæ veró lineæ ſpecies variæ ſunt, aliæ enim ſunt in planis, ut κιττοειδεῖς quæ referunt flexus hæderæ, ut helices variæ quæ in infinitum producuntur: aliæ circa ſolida, ut helices circa ſphæram & cylindrum & conum, aut in ſolidorum ſectionibus, ut conicæ & ſpiricæ. Cæterum multitudo miſtionum eſt infinita. De omnibus autem lineis ſolæ ſunt ὁμοιομερεῖς recta, circularis, helix cylindricæa, duæ illæ in plano ſimplices, tertia miſta circa ſolidum. Quod Geminus demonſtravit, cum præterea id demonſtraſſet. Si ad ſimilarem lineam ab uno ſigno duæ rectæ productæ fuerint, æquos in ipſa angulos facientes, æquales ſunt. Hæc ex Proclo: ex quo item & aliis lubet recolligere quæ de homoiomeria cõperi. Magnitudo ſimilaris eſt magnitudo, cujus quælibet pars cuilibet parti congruit: ὁμοιομερὴς καὶ ὁμοιομερὲς ſimilaris & ſimilare latiné certe uſitate in ſcholis dicitur. Sic igitur linea recta eſt ſimilaris, quia pars quælibet & cujuslibet rectæ cuilibet parti congruit, ſic & ſuperficies recta ſeu plana ſimilaris eſt: Sic apud Proclum ad 4 d 1 Apollonio in libro de cochlea definitur helix cylindracea quę habet ſimilariter omnes partes omnibus partibus congruentes, quibus in locis tres linearum ſimiliarium ſpecies efficiuntur, recta, peripheria, & helix cylindracea: ſuperficies autem plana tãtum & ſphærica ſunt eidem Proclo ſimilares ad 7 d 1. Ptolemæo primo magnæ conſtructionis, non omnis plana ſuperficies ſimilaris eſt, ſed circularis tantum, ita ſuperficies plana circularis & ſuperficies ſphærica ſolæ Ptolemæo ſimilares ſunt, quia ut Theon ait, circularis ab una linea ὁμοιοσχήμονος ſimilis figuræ comprehenditur. Quibus in locis ὁμοιοσχήμων videtur idem eſſe, quod ὁμοιομερής, quod Proclus in Timæum Platonis aſſumpſit. Verum Procli definitio accuratior videtur, & plani pars quælibet plani parti cuilibet congruit, non ta-

men pars

men pars cylindracea ſuperficiei parti cuilibet ejuſdem cylindraceæ ſuperficiei convenit, quomodolibet accepta. Ideoque vere negat Proclus ſuperficiem cylindraceam eſſe ſimilarem. Hinc ὁμοιομέρεια phyſicorum corporum quæ partes, & inter ſe & toti ſimiles habent: ut partes terræ, aquæ, aeris, ætheris, ſanguinis, oſsis, carnis ſunt inter ſe ut ſua tota terra, aqua, aer, æther, ſanguis, os, caro: & ὁμοιομέρεια Anaxagoræ ideo fortaſſe infinita fingitur, & ὁμοιομέρεια & infinitas é geometria ad phyſicam derivantur. Atq; argumētum Ptolemæo phyſicum eſt, quia æther ſit corpus λεπτομεριμερέστερον καὶ ὁμοιομερέστερον partiū magis ſubtilium & ſimilarium, quam ullum corpus aliud: idcirco ſimilari quoque figura figurandum fuiſſe: ſimilaris figura in planis ſit circularis, in ſolidis ſphærica, ætherem non planum eſſe ſed ſolidū, ideoque ætherem eſſe ſphæricum. Quamquam ὁμοιομέρεια phyſica ſecundum metaphoram quandam potius dicitur, quam ſecundum geometricam veritatem: ἐφάρμοσις enim nulla phyſica eſt. Utrum vero rectum obliquo prius eſſet natura, magna inter excellentes mathematicos controverſia fuit, quæ negligentius judicata magnam geometriæ confuſionem attulit. Itaque diſceptanda eſt accuratius. Ariſtoteles (quod in ejus ſcriptis aliunde collectis neque attentius conſideratis frequentiſsimum animadverti) utramque partem contradictionis hujus prodidit. Nā 4 c 2 de cælo diſputat peripheriam recta, & circulum rectilineo priorem eſſe natura, primo quia perfectior, cū nihil ei poſsit addi: poſsit autem rectæ: ſecundo quia circulus eſt ſimplicior, cum ſit unius termini rectilineum multorum terminorum. At ut peripheriæ nihil addi poteſt, ut peripheria ſit: ſic neque rectæ poteſt quicquam addi, ut recta ſit, neque perfectior eſt hoc argumento peripheria quam recta: neque tamen perfectius protinus etiam natura prius eſt. Nam perfectius eſt animal ſemine, neque tamen natura prius. Quare primum argumentum neque verum eſt, neq; ſi verum ſit, quidquam concluderet. Neque ſecundū argumentum quidquam conſtantius eſt, neque ſimplicitas arguitur numero terminorum, ſed potius numero terminatarum rerum: unico ſiquidem termino comprehenditur mundus, neque tamen ſimplicior eſt arbore, leone, homine, aut qualibet alia mundi parte, quin rotundum ipſum Ptolemæo polygonia, imo vero Ariſtoteli ipſi hujus erroris authori ὅλη γωνία totus angulus 8 cap 3 lib. de cælo dicitur, tanquā figura rotunda ſit, non ſolum multangula, ſed totangula. Itaque eodem Ariſtotele judice rotundum licet unico termino comprehenſum magis multangulum eſt magiſque multilaterum, quam ullum omnino rectilineum. Quare nihil duobus illis argumentis moveamur. Ariſtotelis hunc errorem Plutarchus in quæſtionibus platonicis uno præcipue argumēto diſſolvere videtur. Recta (inquit) eſt mater peripheriæ, motuque extremi in recta puncti circa fixum reliquū punctum deſcribit peripheriam, deinde totius ſui motu deſcribit tum recto rectilineum, tum rotundo circulum. Sic plana ſuperficies deſcribit corpus motu ſui ſecundum rectam, ſi rectilinea ſit priſma, circa rectā, ſi triangula, parallelogramma, ſemicircularis conum, cylindrum, ſphæram. Itaque recta magnitudo videtur parens & genitrix obliquæ, ideoque natura prior: Quin Ariſtoteles in me-

chanicis adnotat in rotundo ἐναντίωσιν esse convexi & concavi. Quod Proclus ad 4 d 1 repetit, & dissimilitudinem nullam ait esse in recta, quæ tamẽ sit in peripheria ut convexi & concavi. Item si peripheria sit, esse rectam licet non juxta generationem, attamen juxta respectum ad centrum: unde concludit rectam peripheria simpliciorem esse. Atque ex hac recti priore & antiquiore natura merito natum proverbium ab Aristotele ipso celebratum 5 cap 1 de anima, τῷ εὐθεῖ καὶ τὸ εὐθὺ καὶ τὸ καμπύλον γινώσκομεν: κριτὴς γὰρ ἀμφοῖν ὁ κανών, τὸ δὲ καμπύλον οὔτε ἑαυτοῦ, οὔτε εὐθέος. Recto & ipsum & obliquum cognoscimus: Regula enim est judex utriusque, obliquum vero neque sui neque recti judex est: Sic postea recta magnitudo erit judex rectæ & obliquæ: sic angulus rectus judex recti & obliqui: sic triangulum rectangulũ judex obliquangulorum, & parallelogrammum rectangulũ reliquorum. Hinc rectum pro vero & justo, obliquum cõtra pro falso & injusto accipitur. Quare rectum in partienda linea præponatur obliquo, & deinceps in unoquoque genere, rectum obliquo prius habeatur. Et quæstio illa 7 c 2 post. quod recta esset pulcherrima linearum, videatur generis hujus fuisse, ut pulchritudo pro præstantia capiatur.

5 *Superficies autem est, quod longitudinem & latitudinem tantum habet.* Hæc definitio nõ fit negatione ut duæ præcedentes, & tali affirmatione linea definiri poterat. At Proclus putat illud tantum negationi crassitudinis par & idem esse: quod superiori ejus rationi, qua principia definienda negatione statuebat, par & idem est. Definitur etiam aliter. Superficies est magnitudo duorum intervallorum: Item superficies est terminus corporũ. at duo intervalla tam videãtur esse latitudo & altitudo quam longitudo & latitudo, neq; dum corpus est definitum. ἐπιφάνεια græcum nomẽ est tanquam diceretur apparentia, quia magnitudinis nihil visibile sit nisi superficies: sic ἐπιφάνεια καὶ κρύψις emersus & occasus syderum opponuntur: superficies autem latinis nõ est ipsa ἐπιφάνεια & extrema facies, sed quod super faciem ipsam, ut superficies ædium quæ super aream est: scholis tamẽ geometricis usitatum verbum teneatur.

6 *Superficiei autem extrema lineæ.* Hæc item definitio demonstrat omnem superficiem actu finitam esse.

7 *Plana superficies est, quæ ex æquo intra suas lineas interjacet.* Græca litera Euclidis habet & apud Proclum & apud Theonem ἐπὶ ταῖς εὐθείαις, intra rectas, non ἐπὶ ταῖς γραμμαῖς intra lineas: at veritas definitionis exigit extrema superficiei generaliter esse lineas: & sic proxime dictũ est superficiei extrema esse lineas, non autẽ rectas. Et planæ superficiei extrema ut circuli, ut spiralis spatii sunt lineæ nõ rectæ.

8 *Planus angulus est in plano duarum linearum sese tangentium, & non in directum sitarum mutua linearum inclinatio.* Hic angulus efficitur κλίσις inclinatio, neque tamen angulus omnis, sed tantum planus definitur, neq; per inclinationem apte, quia proprie inclinatio est anguli acuti, ut constat é 5.6.7 d 11, & genitivus linearum frustra bis iteratur: 11 d 11 definitur angulus solidus á pluribus quam duabus lineis tangentibus se se, & non in eadẽ superficie positis ad omnes lineas inclinatio. Hæc definitio item facit angulum solidum inclinationem terminorum non

lineatum

lineatum in terminorum cõmuni ſectione, nec tamen ſatis apte ſolidi terminos lineas facit, neque omnis angulus ſolidus á planis comprehenditur: eſt enim ſphæricus, eſt item miſtus. Sed tanquam Euclidi dubia eſſet iſta definitio, aliter ibidem definitur, qui comprehẽditur á pluribus angulis planis quam duobus non poſitis in eodem plano ad unum ſignum collectis: quæ definitio paulo videtur accuratior ſuperiore, neq; videtur facere angulũ inclinationem vel comprehenſionem terminorũ, ſed quod comprehenditur á terminis, & addit in uno puncto, quæ Carpi, quæ Apollonii, quæ Plutarchi, quæ noſtra quoq; definitio eſt angulum eſſe lineatum in communi ſectione terminorum. Atqui de duabus Euclidis definitionibus 8 d 1 & 11 d 11 utra γεωμετρικωτέρα eſſet, geometria ipſa judicare debuit. Nam tota geometria locis omnibus angulũ ſuperficiem aut corpus id eſt lineatum facit, nuſquam facit inclinationem, neq; inclinatio ſecatur. Itaq; Proclus merito inclinationẽ in Euclidea definitione reprehẽdit, quamvis inepto argumento tanquã Euclides faciat angulum ad aliquid, & ideo ex unica inclinatione fiat unicus angulus, quia relata inter ſe duo tantum ſunt, & tamen (ait) ex unica inclinatione plures anguli fieri poſſunt, ut ſecto cono per verticẽ ad baſim. Verum Proclus logicam neſcio quam huc adhibuit: inclinatio enim duplex tum erit, ſi fiat angulus duplex, altera rectæ ad rectã, unde fiet trianguli angulus rectilineus, & rectæ ad obliquam lineam in ſuperficie. Quare argumentum reprehenſionis ineptum eſt, reprehenſio tamen vera, ſed veritas toto geometriæ ipſius uſu vera probatur, & reprehenſio tamen Euclidis ab Euclide erit non á Proclo, qui definitionis accuratioris cauſſam præbuerit. Anguli veró ſeparatam geometriam facere ut Eudemus peripateticus dicitur feciſſe, logicum non eſt, nõ magis ſane, quam rectitudinem, obliquitatem, ſectionem, tactum & affectiones geometriæ reliquas ſeparata geometria tractare, ſed anguli generalem doctrinã in ſubjecto generali, ſpecialem per ſpecies lineati deducere, ut planum angulum in plana ſuperficie, circularis ſectoris & ſectionis in circulari ſectore & ſectione, ſolidum in ſolido corpore, ſphæricum in ſphæra. Talis in phyſica Peripateticorũ error fuit de facultatibus animæ ſeparatim ab animalis phyſica præcipere. Non eſt veró geometricum, quod Proclus ait in unica linea cyttoide, quæ eſt ſimilis hæderæ flexibus & involucris, aut hipopeda, quæ equinæ pedicæ ſimilis eſt, angulum fieri, ſecus in circulo & ſphæra ſtatues innumerabiles angulos. At ille unicus eſt terminus, nec ideo eſt communis ſectio terminorum, & partes cyttoidis & hippopedæ ſi faciant angulum, pro duabus conſiderari neceſſe erit terminantibus ſuo concurſu incluſam ſuperficiem, quam nempe duæ rectæ pari intervallo includerent.[1]

9 *Quando autem comprehendentes angulum rectæ lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur.*
Euclides hic morem ſuũ retinet, é multis generibus primũ duntaxat interpretatur: iſta fortaſſe & ejuſmodi ſunt, quæ Proclus putat ab Euclide de induſtria prætermiſſa eſſe, quia tantum elementa mathematicæ non totã mathematicam tractaret. At iſta tamen ſunt catholica, & iis ipſemet doctor utitur. Ergo rectilinei anguli tres ſpecies deinceps aperiuntur, rectus, obtuſus, acutus.

10 *Quando autem recta inſiſtens in rectam, deinceps angulos inter ſe æquales fecerit, rectus eſt*

uterque

uterque æqualium angulorum. *Et insistens recta perpendiculum appellatur ejus in quam institerit.* 10 *d* 1. Rectus porro angulus quid sit non videtur hic definiri, neque definitio hic esse, sed postulatum vel axioma quoddam de proprietate vel fabrica angulorum rectorum, qui omnes inter se sunt æquales: ut decimo axiomate continetur, & recti anguli natura est ex ipsa perpendiculi efficientia & proprietate. Itaque angulus rectus perpendiculo declaratur: verissime igitur definietur angulus rectus, cujus latera sunt inter se recta & perpendicularia. si lineæ rectæ & perpendiculares inter se definitæ generaliter essent, uti decuit, facilis modo esset anguli definitio. Sed καθ' ὅλου πρῶτον neglectum hunc elenchum genuit.

11 *Obtusus angulus est, qui major recto est.*

12 *Acutus angulus est, qui minor est recto.* Quia rectus æqualitatis est, necesse est reliquas non recti differentias ex æqualitate deduci. Itaque alter est major, alter est minor: In his veró inæqualibus rectilineorum angulorum differentiis, genus ipsum intelligendum esse Proclus admonet. Nam rectilineus quidem rectus recto angulo circulari major est, nec tamen est obtusus: & circularis rectus minor est recto rectilineo, nec acutus. Atque hæc differentia é lateribus oritur, quibus perpendiculum aliter atque aliter accipitur. Sed de angulo plano, rectilineo, recto, obtuso, acuto satis, ad superficiem revertamur, ea potest infinita, & tãquam diceres infigurata cogitari, potest & figuræ aliquo genere figurari.

13 *Terminus est, quod alicujus est extremum.* ὅρος terminus est, verbum Aristoteli in logicis usitatissimum, ubi syllogismi termini tres, enuntiationis duo dicuntur, & ὅρος idem est quod ἄκρον extremum, quomodo etiam Proclus in signi definitione sæpius usurpat. Sic definitione Euclidis punctum est lineæ terminus, quia ejus est extremum, sic linea superficiei. Hic tamẽ ὅρος idem Proclo videtur quod περιοχὴ ambitus, comprehẽsio: ut ὅρος species sit τοῦ ἄκρου: & addit ὅρον verbum esse veteris Geometriæ, quæ definiendis agris adhibebatur: quomodo & Aristoteles ὅρον pro definitione usurpat, quæ totam rei essentiam naturamque suo ambitu complectatur. At Euclidis doctrina hanc intelligentiam termini refellit, nam si terminus totum significaret ambitum, unicus esset figuræ terminus, at duo, tres, pluresve esse possunt, ut mox figuræ dividentur. Terminus veró potentia, quo nempe continui partes continuantur, ab Aristotele dicitur κοινὸς ὅρος, cõmunis terminus, qui Euclidi κοινὴ τομὴ communis sectio dicitur. Cõmunis aũt terminus Aristotelis κοινὴ τομὴ cõmunis sectio nominatim ab Euclide appellatur de puncto ad 4.5 p 11, de linea ad 6 d 11: ad 3.16.19.39 p 11. Et si superficies secet corpus, cõmunis sectio erit superficies, ut intelligitur ad demõstrationẽ 17 p 12: & omnino ex Archimede Theodosioque intelligitur, si sphæra secetur plano, cõmunem sectionem esse circulum. Itaq; si generaliter intelligas punctum, lineam, superficiem transire per lineam, superficiem, corpus, communis sectio erit punctum, linea, superficies. Itaque Aristotelis κοινὸς ὅρος est Euclidis κοινὴ τομή. Linea vero etiam corpus secat, ut Aristoteles ait in categoriis: ubi etiam affirmat corporis terminum posse accipi lineam, qua partes corporis continentur: sed tamen quod

men quod ait lineam ſectricem fieri corporis, accipio ſectricem ſuperficiei corpus terminantis: ut quando cogitas corpus ſecari linea, tum ſecatur ſuperficies corporis: & motu lineæ ad oppoſitam ſuperficiem ſuperficies intermedia creatur ſectrix corporis, quomodo & puncto ſecaretur ſuperficies, quia punctum ſecaret utrinque terminantem lineam, & ſuo motu intermediam lineam efficeret, á qua corpus ſecaretur. Linea vero corpus terminare proprié non poteſt, ſed tamen quod Ariſtoteles ait lineam corporis terminum fieri poſſe, id nempe ſit, quod Porphyrius interpretatur ſolida quædam eſſe, quæ habeant continuationem ſecundum lineam, ut ſi duo priſmata communi latere continuentur. Secat veró linea lineam, ſed puncto, quia punctum eſt communis terminus: ſic linea ſecat lineam ad 10.15.27.28.29 p 1: ad 3.4.10.35.37 p 3, & pleriſque alijs locis: ſecat linea ſuperficiem, ut ad 17 p 11, quia eſt communis terminus: ſuperficies ſecat ſuperficiem ad 3.16.19.35.38.39 p 11: ſecat ſuperficies corpus ad 25.28 p 11. Utrum vero corpus corpore ſecari poteſt? Id enim Vitellio oſtendit ad 80 p 1, ut ſphæra ſphæram ſecans relinquit triplicem communem ſectionem, primo peripheriam in ſuperficie ſumma, deinde ſuperficiem qua ſphærarũ interſectarum partes dividuntur: denique corpus medium inordinatum conflatum ex interſectis ſphæris, quod concipies animo ſi ſphæram alteram viridem, alteram rubram finxeris. At hæc interſectio videtur optica lucis & coloris nullũ occupantis locum, non geometricæ magnitudinis ſitum & locum explentis. Neq; corpus eſt communis terminus corporearum partium. Quare punctum terminat tantum & ſecat, non terminatur, non ſecatur: linea & ſuperficies terminant & ſecant, terminantur item ſecanturque. Utrum corpus tantum terminatur & ſecatur, non terminat, nõ ſecat? Et cum ſerra ſerrat lignum, non ſecat geometricê dividendo tantum commune vinculum, ſed ſcobe medium corpus atterit. Neque veró proprié punctum ſuperficiem, neque linea corpus ſecat, neque puncto ſuperficies, neque corpus linea terminatur, ἐφάρμοσις tamen etiam eſt corporum. Porphyrii itaque Simpliciique defenſio pro Ariſtotele conſideranda eſt in categoriis, Porphyrii nempe corpora illa eſſe ſolida, quæ habeant continuationem ſecundum lineam, item Simplicii de angulo ſolido, in quo ſolida plana parallela per lineam angularem conjungantur. Ut veró communis ſectio appellatur communis ille terminus ſectæ magnitudinis, ſic biſectio dici poſsit communis ſectio magnitudinis in duas æquales partes ſectæ: ſic enim bifariam ſecare ad 17 d 1: ad 9.10.34 p 1: ad 6.10 p 2: ad 30 p 3: ad 6.7 d 7: ad 28.38 p 12 dicitur, quod dici unico verbo poſsit biſecare: ut διχοτομία ipſa biſectio. Hinc continuum jam nobis apertius intelligetur, cujus partes communi termino continẽtur: ſic enim partes lineæ continentur communi puncto, ſuperficiei communi linea, corporis communi ſuperficie, nõ quod in magnitudinis partibus intermediis ſit actu terminus ullus, ſed quod intelligatur uinculum quoddam commune, quo magnitudo continuatur, & partibus cohæret & copulatur, qui eſt Ariſtoteli ut dictum eſt, κοινὸς ὅρος, Euclidi, κοινὴ τομή. Ita continuum eſt in Phyſicis 5 lib. cap. 3: quod ſecundum factum eſt unum, quia videlicet communis ille terminus, qui

actu nullus terminus est, quamvis potentia sit in qualibet continui parte, tactu percipi non potest, & sic 13 cap 4 phys. συνέχεια cōtinuitas dicitur ἕνωσις tanquam dicas, unitio, quod repetitur 1 cap 6 phys. Atq; partes continui (quæ dicuntur) potentia sunt intelligendæ, ut termini communes item potentia simul intelligendi sint.

14 *Figura est quod ab aliquo vel ab aliquibus terminis comprehenditur.* Hæc definitio non satis explicat quidnam sit quod termino aut terminis comprehenditur, possit enim aliquis lineam duobus punctis terminatam suspicari: cum tamē lineatum tantum possit figurari & undique terminari id est comprehendi, quod verum esse ex totis elementis inductio potest probare de figuris omnibus, deque earum generibus, ubi figura est terminatū undique lineatum & περιέχεσθαι comprehendi euclideum verbum fere usurpatur pro terminari undique & definiri id est figurari, & similiter pro eodem usurpatur περιλαμβάνεσθαι ad 14. 18. 21 d 11 de sphæra, cono, cylindro, ut περιοχὴ & περίληψις sit idem quod ὁρισμὸς definitio, totaque terminatio, ut etiam peripheria faciat figurā, quomodo & Theoni prius dicta est ὁμοιοσχήμων, & Geminus ait apud Proclum 4 d 1 á peripheria figuram fieri, quomodo & Euclides aliquando proprie loquitur, ut 12 ax. Duæ rectæ spatium οὐ περιέχουσι non comprehendunt, id est non figurant. Euclides igitur figuram definit apte rebus geometricis, & accommodate, ut Proclus interpretatur, figuratumque & materiale, quantitatique connexum figuram vocat Euclides. Posidonius veró Euclidem hic reprehēdebat, & in illum superiorem elenchum incidebat, definiendo figuram πέρας συγκλεῖον terminum concludentem: figuram enim á quantitate separat (ait idem Proclus) statuitque ipsam esse caussam definitionis, comprehēsionis, terminationis, quia claudens â clauso & terminans é terminato differat. Denique videtur Posidonius respicere ad terminum extrinsecus circumpositum. Euclides ad totum subjectum, proindeque Euclides dicet circulum secundum totum planum, totamque exteriorem comprehensionem figuram esse. Posidonius juxta peripheriam tantum, cogitans figuræ rationem definire, quæ quantitatem terminat & concludit. Itaque in definitione anguli & figuræ Euclides & Posidonius contrarios elenchos fecerunt, & tamen angulus & figura aliud est, aliud angulatum & figuratum, sed geometricus usus sequendus est, qui angulum figuramque accepit pro magnitudine angulata figurataque. Itaque geometras hactenus sequemur, quatenus geometriæ commodis inservient.

15 *Circulus est figura plana ab una linea comprehensa, quæ peripheria vocatur; ad quam ab uno signo in figura posito, omnes cadentes rectæ æquales inter se sunt.* Circulus primum est figura plana: quomodo inquies? nec enim ex æquo intra suas lineas sita: at si peripheriæ multas partes feceris, ab una ad aliam superficies æquabitur spatio intra eas comprehenso: est itaque plana. Hoc in definitione primum & generale est, & commune cum triangulo, quadrangulo, multangulo. Additur igitur differentia, quod circulus ab una linea comprehendatur & concludatur: quo

dividitur.

dividitur circulus á rectilineis: at id etiam ovatæ figuræ commune. Linea veró quæ ſola circulum terminat, peripheria vocatur: Hæc parentheſis non habetur in litera Procli, habetur in litera Theonis: ad quam ab uno ſigno in figura poſito omnes cadentes rectæ æquales ſunt inter ſe. Hic circulus dividitur ab ovato: hæ lineæ ἄκτινες Platoni, Ciceroni radii ſunt. Radios autem æquales efficit ductus & motus ejuſdem lineæ duobus circini pedibus comprehenſæ: æqualitaſque radiorum in rotundo inde eſt, quod omnes velut effigies ſunt eidem effectricis lineæ æquales: Ariſtoteli in mechanicis perpetuo dicitur radius ἡ γράφουσα τὸν κύκλον, at Euclidi dicitur quæ ex centro. ſphæræ veró cõmune etiã eſt, quod paribus á medio radiis extremum attingitur, ſed id fortaſſe accipit á circulo: circuli enim innumerabiles in ſphæra, ut innumerabilia puncta in linea potentia ſunt: vel potius dicamus circulum dividi á ſphæra, ſuperficie plana: ut circulus ſit planum rotundum, ſphæra ſolidum rotundum. Quod ſi peripheria anté definita eſſet, ut decuit, circulus etiam definiri potuiſſet planũ peripheria comprehenſum, ut triangulum á tribus, quadrangulum á quatuor rectis comprehenſum, ſic enim figuræ á terminis definiuntur.

16 *Centrum veró circuli, ſignum vocatur.* Centrum circuli definit hic Euclides, qui potius generaliter definire debuerat centrum figuræ, ut καθ' ὅλου πρῶτον ſervaret.

17 *Dimetiens autem circuli eſt recta quædam per centrum acta & terminata in utramque partem á peripheria circuli, quæ etiam circulum bifariam ſecat.* Diametros latinis uſurpatum etiam vocabulum, quo Columella utitur. Plinio dimetiẽs eſt. Significat autem Euclides dimetientem circuli propriam non eſſe, cum ait non ſimpliciter dimetiens, ſed dimetiens circuli, ſicuti paulo ante centrum circuli dixit, non abſolute centrum. Eſt enim dimetiens parallelogrammi, ut patebit primo libro, ſed proprie διαγώνιος, ab angulo nempe ad angulum producta, ut Vitruvius ait, & ſic Euclides proprié loquitur 28 p 11. Itẽ dimetiens eſt ſphæræ, ſed proprie in ſphæra dicitur axis. Sed tamen ut circulus in ſuperficie ſphærica & varia, ſic dimetiens eſſe poteſt ſphærica & varia, & hîc καθ' ὅλου πρῶτον exigeretur. Genus igitur dimetientis circularis eſt recta: differentia, per centrum agi & utrinque peripheria terminari, unde ſequitur circulum ab ea ſecari bifariam, id eſt in duas partes æquales. Sic enim δίχα eſt Euclidi ut in ſectione anguli, lineæ, numeri paris: διχοτομίας autem hujus, id eſt ſectionis in duas partes æquales cauſſa eſt ipſa lineæ per centrum rectitudo. Thales (ait Proclus) demonſtravit hanc dichotomiam: Nam ſi ſectiones circuli per dimetientem ſectæ, æquales non eſſent, altera major eſſet, altera minor, & cum utraque per centrum agatur, accideret á centro radios majoris ſectionis majores, minoris minores, æquales tamen eſſe: hæc Thaletis fuit demonſtratio, ſed Euclidi ridicula, quæ definitionem id eſt principium conetur demonſtrare, & per impoſſibile demonſtrare: quales tamen demonſtrationes in Theone multæ ſunt non multo meliores. Quæſtionem

hic etiam movet Proclus, ab Aristotelis interpretibus postea agitatam. Si dimetiens secet bifariam circulum, & dimetientes infinitæ sint, eveniet utique duplicia infinitorum infinita esse: at magnitudo infinite quidem secari potest, actu tamen infinitas partes non habet, nec ideo infinita erunt, multoque minus infinitorum duplicia.

18 *Semicirculus est figura comprehensa à diametro, & per diametrum intercepta circuli peripheria.* Circulus est figura monadica ex uno termino (ait Proclus) tum διοειδής, biformis sequitur, é duplici nempe termino recta dimetiente, & perimetro circuli per dimetientem abscissæ: duæ siquidem rectæ, ut post erit, locum non concludunt. Sed ista proles biformis mista est, non simplex. Itaque simplicium terminorum figuras præcedere non debuit. Sed tamen circulus secatur æqualiter vel inæqualiter: διχοτομία facit semicirculos duos, inæqualitas majorem faciet & minorem sectionem.

19 *Segmentum circuli est, quod comprehenditur à recta & circuli peripheria.* Hæc definitio non est in litera Procli, nec omnino á Proclo explicatur. Iteratur autem prorsus eadem initio tertii libri. Neque vero ante tertium librum usus est ullus semicirculi vel sectionis cujusquã circularis, majoris aut minoris. Imo in bene & methodice constituta Geometria nullus esset usus circuli in tota rectilineorum doctrina: quia tota rectarum linearum, planarumque & rectilinearum superficierum doctrina prior est, & circuli propter radios tantum facta mentio est, non quod ipsa circuli natura quidquam mom͂eti afferret ad doctrinam rectilineorum, sed id postea. Proclus in proxima definitione videtur dicere sectiones circuli hic interpositas esse, ut gradatio quædam servaretur, ut dixi, quia circulus est unius termini, sectio duorum, trilatera figura trium. Atque ut in numeris binarius est medius inter unitatem & ternarium, quia unitas sui secum additione plus efficit, quam multiplicatione: ternarius contra plus efficit multiplicatione quam additione: binarius autem efficit idem additione & multiplicatione: sic semicirculus medius est inter circulum unius termini, & triangulũ trium terminorum, cum ipse sit duorũ, rectæ & peripheriæ. At tota hæc collatio ridicula est, nec redditio convenit: dissimilitudoque potius est, quam similitudo. Sed Proclus ad hunc locum pro ista definitione aliam habet: hanc nempe: Centrum autem semicirculi idem est quod etiam circuli, quæ tamen definitio quem usum habitura sit in tota geometria considerato.

20 *Rectilineæ figuræ sunt, quæ comprehenduntur á rectis lineis.*

21 *Trilateræ quidem, quæ á tribus.*

22 *Quadrilateræ autem quæ á quatuor.*

23 *Multilateræ veró quæ á pluribus quam quatuor.* Atq; hic in prima definitione tautologia est quædam ex 8 d anguli plani rectilinei. Eadem enim utrobiq; definitio est á rectis comprehendi. figura dividitur é laterum & angulorum differentia: & prius é laterum differentia, & recte. Latera enim sunt efficientes caussæ angulorum, de quibus consectaria fieri possunt é lateribus, ut trilaterum est, quadrilaterum, multilaterum: Ergo triangulũ, quadrangulum, multangulum. Sed

tamen

tamen totum hoc genus differentiarum commune est omnium figurarum solidarum sphæricarum, variarum. Nam quod latus hic dicitur, postea erit in solidis facies, unde tetraedrum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum. Sphærica autem varia triangula, quadrangula, multangula etiam tractantur à mathematicis, totaque hæc doctrina valde sit ad lancem καθ᾽ ὅλου πρῶτον & vehementer examinanda. Multilatera veró rectilineam sequi debuit, ut circulus qui sit ipse multilatera quædam figura, omnium quippe multilaterarum ultima. Itaque Platoni & Plutarcho πολυγωνία dicitur, Aristoteli ὀλιγωνία, ut antea patuit.

24 *E trilateris autem figuris æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia:*

25 *Aequicrurum, quod duo tantum æqualia habet latera:*

26 *Varium, quod habet tria inæqualia.*

Hæc trilateræ figuræ divisio ex æqualitate & inæqualitate laterum est, ubi σκαληνὸν Euclides specialiter accipit, quod Apollonius nona definitione primi conicorum opposuit recto, conus enim est illi rectus vel σκαληνὸς id est obliquus. Hanc veró trianguli differentiam ratione laterum nullam in arte separatam fecimus: sensu communi verborum contenti fuimus: ut Euclides ipse contentus fuit in cæteris figuris: nec enim æquilaterum quadrilaterum aut multilaterum definit, & re ipsa nomine æquicruri etiam æquilaterum comprehendit, ut 5 & 6 p 1: neque Euclides triangulum æquiangulum, aut triangula æquiangula definivit. Proxima differentia ex angulis usu potior est, & à nobis est retenta.

27 *Tum veró é trilateris figuris rectangulum triangulum est, quod unum rectum habet angulum.*

28 *Obtusangulum quod unum habet obtusum augulum.*

29 *Acutangulum quod tres habet acutos angulos.* Unicus rectus angulus in triangulo esse potest: unicus item obtusus, quoniam etiam recto est major: at ex uno acuto non appellatur acutangulum. Sic enim quodvis triangulum esset acutangulum. Sunt enim duo minimum acuti in omni triangulo, sed acutangulum est triangulum ex omnibus angulis acutis. fit autem ista duplex trilaterorum divisio, quia non omne triangulum est etiam trilaterum (ait Proclus) Sunt enim quædam triangula etiam quadrilatera quæ ἀκιδοειδῆ cuspidata dicuntur á mathematicis, á Zenodoro κοιλογώνια cavangula, ut si intra trilaterum, aliud trilaterum erigatur, ut in geometria 6 e 6: quinetiam unumquodque trianguli latus extrorsum inflecti potest, & triangulum erit sex laterum, quæ figura est trifolii. Itaque trilaterum non satis proprie triangulum appellatur, nec nomen rei nominatæ omnino convenit: teneatur tamen, quoniam usitatum est, sed ista ratione definitum, ut triangulum sit idem, quod figura trilatera: Utrum dici potest triangulo tres angulos duntaxat effici? figuris autem cuspidatis & cavangulis plures tribus effici, propterea que triangula non esse, nec interesse, utrum intus anguli an foris, modo fiãt ab iisdem lateribus? an figuræ definitio interiores duntaxat & figura ipsa comprehensos admittet? utrumque enim disputari potest: Sed definitio figuræ tamen sequenda. Posidonius hinc septem species triangulorum faciebat, æquilaterum acutangulum, æquicrurum autem & varium tri-

pliciter partiebatur in rectangulum, obtusangulum, acutangulum. At totum hoc artificiolum ineptum est, cum ipsa é laterum æqualitate differentia arte indigna sit.

30 *Quadrilaterarum autem figurarum quadratum quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum.*

31 *Oblongum autem quod est rectangulum quidem, non autem æquilaterum.*

32 *Rhombus veró quod æquilaterum quidem, non autem rectangulum.*

33 *Rhomboides autem quod oppositis lateribus & angulis æquale, neque æquilaterum est, neque rectangulum.*

34 *Præter hæc autem quadrilatera trapezia vocentur.* Τετράγωνον quadrangulum est, commune quippe nomen omnibus quadrilateris: Græca vero hic synecdoche generalis nominis pro speciali, idque propter excellentiam figuræ & perfectionem, qua etiam proverbio quadratus vir bonus dicitur, & sic quadrati boves Columellæ thorosi & membris apti. At latini distinctius eam speciem quadratum vocant. Potest enim quadrangulum esse quinquelaterum, uno quippe latere introrsum rejecto, & multo major numerus laterum esse potest numero angulorum (ut de trilateris dictum est) Quare latinum verbum græco certius est. Veruntamen in ista partitione Posidonius Euclide logicus valentior videri voluit. duas enim præcedentes partitiones Euclides hic omisit, ut antea in anguli plani definitione omiserat. Nam quadrilaterum est parallelogrammum aut nō parallelogrammum. Parallelogrammum aut rectangulum & æquilaterum, ut quadratum, aut horum neutrum, ut rhomboides, aut rectangulum quidem, sed non æquilaterum, ut oblongum, aut æquilaterum non rectangulum, ut rhombus. Non parallelogrammum autem, aut duobus lateribus est parallelum, ut trapezium, aut nullis, ut trapezoides, tum denique trapezii parallela latera æqualibus lateribus conjunguntur, aut inæqualibus. Illud trapezium, æquicrurum, hoc trapezium variū, trapezoides. Ita videlicet Posidonius æquavit partitionem quadrilaterorum partitioni triangulorum. atque hanc in triangulis & quadrilateris divisionem Proclus perfectam putat. Defendit tamen hic Euclidem, quod nullam mentionē fecerit adhuc de parallelis & parallelogrammis, sic errorem Proclus excusat errore. At si methodum legitimam spectasset Euclides, omnes linearum proprietates ante declarasset, quam præcepisset de superficie ulla, & modo prius genus ipsum parallelogrammi definisset quam species ejus, & magnus postea elenchus erit é prætermissa parallelogrammi definitione facere 33 & 34 p 1, ut tum differetur amplius. Atqui neque Posidonius perfecte divisit ut Proclus putat. Debuit enim quadrilaterum partiri in parallelogrammum & trapezium: illud in rectangulum & obliquangulum: rectangulum in quadratum & oblongum, obliquangulum in rhombum & rhomboides. Quare Posidonius quidem superat Euclidem partiendi diligentia, sed emendari ipse potest.

35 *Parallelæ rectæ sunt, quæ in eodem plano sitæ, & in infinitum utrinque productæ, neutrò inter se coincidunt.* Duo vero hic necessaria sunt, primum ut tales rectæ sint in eodē

plano.

plano. Nam ſi altera ſit in ſubjecto plano, altera in ſublimi, accidet ut non coincidant, nec tamen erunt parallelæ: ſecundum eſt, ut neutram in partem poſsint coincidere. Definitio iſta apud veteres jam ætate Ariſtotelis reprehēſa fuit, retēta tamē in elementis nō magno judicio, & á tribus mathematicis oppugnata Ariſtotele, Poſidonio, Gemino. Ariſtoteles primum reprehēdit quod rem generalē ſpecialiter definit. Non coincidere enim commune eſt linearum rectarum, & peripheriarum. Deinde definit ex adjuncta qualitate, quę demonſtrari poſsit. Hoc utrumque vitium notavit Ariſtoteles quinto capite primi poſteriorum, quando de univerſali præcipit, quod ſit partibus æquale & reciprocum. Itaque ſi generale ſpecialiter, aut ſpeciale generaliter doceatur, non docetur καθολικῶς, ſed σοφιστικῶς, ut ſi quis (ait) demonſtraverit quod rectæ non concurrant: videatur hujus eſſe demonſtratio, quia in omnibus ſit rectis, non eſt autem. Si quidem non quod ſic æquales ſint id fit, ſed quatenus quomodolibet æquales. Hæc Ariſtoteles, quibus oſtendit nō concurrere commune eſſe omnium linearum quomodolibet æquidiſtantium: deinde demonſtrabilem eſſe hanc non concurſus affectionem: æquidiſtantia enim cauſſa eſt, non concurſus. Itaq; hæc duo prima ſunt in iſta definitione: deinde rectas parallelas definire debuerat Euclides ex cauſſa, nempe quod æqualiter ubiq; diſtarent: hæc enim cauſſa facit parallelas, & ſic Poſidonius in Euclidis definitionem inquirens definit, quæ in eodem plano æqualia habēt perpendicula á punctis alterius ad reliquam. Sic igitur & Poſidonius emendaverat Euclidem ex Ariſtotelis argumento: Geminus autem alterum Ariſtotelis argumentum arripit, & objicit utramque definitionis Euclideæ partem peripheriis concentricis convenire, quia ſunt in eodem plano, & nunquam concurrunt. Huic argumento reſiſtere Proclus videtur, quia infinita productio requiritur, ut parallelæ ſint quod peripheriis repugnat, quæ perfectæ ſint, nec augeri queant. Sed hæc jejuna ſolutio eſt, cum iſtud infinitum in mathematicis intelligatur non actu infinitum, ſed quantumlibet longum. Neq; enim mathematici (ut ait Ariſtoteles 3 phyſ. cap. 7) infinito indigent, neque utuntur, ſed ſolum eſſe definitum, quantum volunt. Quare ſolutio Procli non efficit, ut paralleli etiam circuli iſta definitione non ſint, qui revera ſunt & appellantur, in ſphæra præſertim. Deinde objicit idem Geminus utrunque illud & in eodem plano eſſe, & nunquam concurrere, nō rectis ſolum & peripheriis, ſed helicibus circa rectas poſitis convenire, denique hyperbolem ad rectam, & conchoidem ad rectam, licet intervallum ſemper minuatur, tamen nunquam concurrere, quod in Geometria παραδοξότατον theorema eſt, inclinationem linearum eſſe, quæ coire nunquam poſsint, neque huic ſecundæ reſponſioni á Proclo quidquam reſponſum eſt. Quamobrem videmus unam definitionē á tribus authoribus Ariſtotele, Poſidonio, Gemino variis nominibus accuſari: definit ſpecialiter quod generale eſt, definit argumento non eſſentiali, definit denique argumento linearum rectarum, rotundarum, miſtarum. Atque hæc adhuc de primo principiorū genere in definitionibus, quæ Proclo ac Procli logicæ ſimilibus ſingulari methodo videntur eſſe collocatæ, quia propoſitiones per eas ſunt poſtea:

demon-

demonſtrandæ. Equidem valde probo & laudo, ut principia omninoque natura priora præcedant. At in iſto definitionum cumulo ad ſequentes propoſitiones comparato, quomodo natura priora præcedunt? linea recta, rotunda, miſta, earumque genera, ſpecies, proprietateſque natura præcedunt ſuperficiem. Itaque illa omnia ante definienda fuerunt, quam de ſuperficie ageretur; ſimiliſque methodus deinceps in ſuperficiei & corporis doctrina requirebatur, & ſic ab Euclide ipſo paululum quiddam eſt factum initio ſecundi & tertii libri. Accumulare vero hunc in modum definitiones omnes initio doctrinæ, perinde eſt ac ſi quis in Pariſienſium tot ædificiis extruendis cenſeret omnium fundamenta ſimul eſſe initio urbis coacervanda, quia principia præcedere debent. At (inquam) aliis alia locis regionibuſque ponenda & diſtinguenda, urbemque ingreſſus domos alias perfectas ante vides, quam aliarum fundamenta tibi poſſint occurrere: fundamenta linearum præcedere debuerunt, earum exædificatio ante tota perfici, quam de fundamentis ſuperficierum cogitaretur. Itaque ſi Euclides tantus logicus fuiſſet, quantus erat mathematicus, interroganti Ptolemæo regi nunqua ad mathematicam philoſophiam via brevior elemētis eſſet, nequaquam (opinor) reſpondiſſet ſemitam ad has artes regiam non eſſe. Poteſt enim non tantum brevior ſed planior & amplior, regia denique poteſt effici, ſed logicis hic inſtrumentis opus eſt, inſtrumētis cognitu quidem facillimis, uſu vero difficillimis. Itaq; dirigi complanarique via iſta poteſt, ſed ad ejuſmodi directionem & complanationem diligentia, labore, induſtria majore opus eſſe confitebor, quam cuiquam fortaſſe credibile videatur.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 7. IN POSTULATA *& axiomata.*



Αἴτημα καὶ ἀξίωμα poſtulatum & dignitas jam dicenda ſunt: Poſtulatum eſt principium explicationis cujuſdam levioris indigens, quo concedi poſtulatur aliquid εὐπετὲς, εὐπόριστον, εὐμήχανον, πρόχειρον facile, parabile, obvium, promptum: addit etiam Proclus poſtulatum eſſe geometricæ materiæ proprium, deniq; problemati proximum. Utrumq; enim geometricam materiam tractat, ſed αἴτημα eſt principium, & per ſe manifeſtum, problema eſt propoſitio, quæ alienæ fidei & lucis indiget. Nomine hoc mathematici varié uſi ſunt, ut de problemate & theoremate dictum eſt prius. Archimedes initio æque ponderantium. Poſtulamus (inquit) æqua pondera, ab æquis longitudinibus æque pōderare, quod axioma potius eſt, quam poſtulatum, totaque iſta axiomatis & poſtulati differentia ſcholaſtica eſt. Quidquid enim per ſe clarum eſt, ſumitur in arte, non demonſtratur. Appellare axioma vel αἴτημα ad artis inſtitutionem & uſum nihil attinent: ſed hac de re antea ſatis. Quinque autem poſtulata poſuerat Euclides, & Proclus totidem ediſſerit adhibita

adhibita ipsa Euclidis litera. Deducũtur autem postulata, é definitionibus: primum & secundum é definitione rectæ lineæ.

POSTULATA.

Postulatum esto,

1 *Ab omni puncto in omne punctum rectam lineam ducere.*

2 *Et terminatam rectam in continuum & rectum producere.* Hoc utrumque postulatum est ex ea lineæ definitione deductum, quæ lineam facit fluxum puncti, & quæ rectam facit fluxum æquabilem non inflexum minimum. Infinitum igitur mathematicum in lineis per hæc duo postulata declaratur, ut quamlibet longé describantur & producantur. Fabrica porró ducendæ & producendæ lineæ licet mentis, attamen cum in actum opusque ipsum venit, regulam ducem & judicem habet. Hoc geometriæ primum instrumentum est. Atque ista regula rectas lineas & efficit & factas dijudicat. Ideoque hæc duo postulata post lineæ & plani definitionem statuenda fuerunt. Illic enim eorum est ordo & locus: imo ut dixi, origo, & institutio: & tamen utrumque etiam videtur ad alias lineæ species referri posse, quarum etiam & ducendarum & producendarũ instrumenta sua sunt. Unum veró postulatum é duobus in geometria fecimus, quia producere est etiam ducere. fuit veró sicuti Marlianus ait ut arithmeticis, sic geometris abacus hyalini pulveris respersione coloratus, ne in multiplicationibus & partitionibus & podismis fallerentur, de quo 5 e 5.

3 *Et omni centro atque intervallo circulum describere.* Tertium hoc postulatum ad secundam lineæ speciem attinet peripheriam, unde eadem opera circulus existit. Definita est utcumque peripheria 15 d 1. Atque illinc etiam hoc postulatum deducitur, ut duo prima é rectæ definitione. Instrumentum veró geometricum peripheriis & circulis faciendis est circinus: utque longitudines regula, recti anguli perpendiculo & norma, sic peripheriæ & circuli circino & fiunt & dijudicantur. Ergo ut post definitam lineam postulata illa statuenda sunt, quibus postulatur ut liceat á puncto ad punctum rectam ducere, & ductam longius producere: ita post peripheriam definitam postulatum hoc esto, quo liceat dato puncto & intervallo peripheriam describere, & peripheriam tamen non solum planam, sed sphæricam, sed fortassis etiam variam ducere. Atque hæc tria postulata vera postulata sunt, principia nempe, quibus opus aliquod & cognitu & factu facile postulatur: duo reliqua, quartum & quintum postulata non esse Geminus contra Euclidem disputaverat, neque Proclus defendit. Quo argumento motus sive Theon sive alius elementorum interpres in axiomata transtulit, fecitque numero decimum & undecimum, de his itaque tum dicetur. Quæret autem aliquis fortasse in his postulatis, cum motus ductæ, productę, circunductæ, lineæ audierit, quomodo mathematicæ res dicantur á motu separatæ & sejunctæ? cui respondendum est motus istos non physicos in materia quippe sensili, sed mathematicos in magnitudine intelligibili. Habet enim mathesis suam materiam, suum motum, sed physicæ materiæ & physici motus dissimilem. Sed jam nugatoria illa differentia convicta est, & notabilius multo illud fuerit cum fa-

brica lineæ rectæ procreandæ primo & cõtinuandæ, tum rotundæ deſcribendæ in principiis habeatur, ut habebitur poſtea fabrica ſphæræ, cylindri, coni, cur nõ etiam fabrica reliquorũ ſchematum poſtuletur? Valde autẽ in poſtulatis & axiomatis occupatus eſt Proclus, ut differentiam doceat poſtulati & axiomatis. At ſi definiret accurate poſtulatũ & axioma, definitionibus duabus nõ ſolũ utriuſq; naturã, ſed alterius ab altera differẽtiam cõplecteretur. Dicamus igitur quid ſit axioma. Axioma (ait Ariſtoteles) eſt principiũ per ſe manifeſtum & clarũ. Itaq; à Philopono αὐτόπιστον per ſe credibile dicitur, quodque παρὰ τεχνίτου καὶ διδασκάλου ab artifice & magiſtro nõ capiatur. Proclus ait eſſe & ineruditis per ſe clarũ & manifeſtum, rei factæ qualitatẽ declarãs: Idcoq; appellat αὐτόθι καταφανὲς, ἐναργὲς, πρόχειρον τοῖς ἀδιδάκτοις, per ſe perſpicuum, illuſtre, vel indoctis facile. Deinde axioma eſt cõtemplationis, deniq; theorемati proximũ: ſed axioma eſt principiũ, theorema propoſitio: Ergo poſtulatũ fabricatur, axioma contemplatur. Poſtulatũ factu, axioma cognitu facile eſt. Hæc ſunt à Proclo. Nomina tamẽ hæc ſæpe confundũtur, & à Stoicis omnis enuntiatio axioma dicitur. Et de tota iſta vanitate dictũ eſt libro tertio. Axiomata porrò decẽ Proclus enumerat, Theõ duobus illis poſtulatis additis facit duodecim: quorũ titulus eſt in Theone αἱ κοιναὶ ἔννοιαι communes notitiæ, quæ definitio quædã eſt axiomatis. Proclus appellat axiomata verbo nõ periphraſi, ſatiſq; indicat è tam lõga poſtulati & axiomatis differẽtia titulũ hic fuiſſe Axiomata, ſi tamẽ titulꝰ fuit, & verbũ axiomatis apud Ariſtotelẽ in logica & philoſophia hac de re id ipſum ſatis indicat. Ariſtotelẽ igitur & Proclũ hic ſequemur: Porro è duodecim axiomatis à Theone hic enumeratis primũ, ſecundũ, tertiũ, quartũ, quintũ, ſextũ, ſeptimũ, nonum Logicæ ſunt. quatuor ſola, octavũ, decimũ, undecimũ, duodecimũ Geometriæ relinquũtur.

AXIOMATA.

1 *Quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.*

Axioma eſt catholicũ. Nam ſi duorũ inter ſe æqualiũ alterum ſit alicui æquale, & reliquũ eidem æquale erit. Hoc axioma omniũ axiomatum, ut ordine ſic uſu primũ eſt. Itaq; Ariſtoteles 3 cap. 4 philoſ. axiomata ejuſmodi συλλογιστικὰς ἀρχὰς principia ſyllogiſtica appellat, & quidẽ recte. Eſt enim principiũ logicũ & argumenti à paribus & æqualibus axioma propriũ. Nec Euclides alligavit propriè aut numeris aut magnitudinibus, ſed omniũ rerum fecit cõmune, cum iſto modo propoſuit, ut etiã ſeptem deinceps alia propoſuit: Sed axioma hoc primum utilitatis eſt immẽſæ. Algebra contemplationes arithmeticas ſingulares habet, at ſumma contemplationum earũ axiomate iſto cõtinetur: Hinc enim eſt æquatio, cõparatio nẽpe in quantitate, qua figurati diverſi & affirmati ſecũdum hypotheſim inter ſe ideo æquantur, quia eidẽ tertio æquantur: hinc æquationis & genera & ſpecies: hinc frequentiſsimũ geometricæ mẽſionis judiciũ deducitur, ſic enim longitudinũ, latitudinũ, altitudinum æqualitas approbatur: nõ poteſt planus ager agro plano applicari, ut ęquales appareant, mẽſura adhibetur, cui, quia uterq; eſt æqualis, idcirco æquales eſſe judicantur. Ergo primũ axioma ingentes

gentes

gentes prorſus commoditates habet, ſed quia noſtris judiciis tam familiare eſt, quã oculis eſt naturale lumẽ, iccirco imprudẽtes minimeqꝫ animadvertẽtes eo utimur: & tamẽ hæ cõmoditates nõ minores erunt cũ in logica arte cognitũ huc afferretur, quã ſi miſceretur in geometria. Sed tamẽ quamvis logicũ axioma tantæ lucis plenũ ſit, Apollonius Pergęus vir ſane in mathematicis excellẽs aliquid eo clarius etiã tentavit, ut nõ principiũ indemonſtrabile, ſed propoſitio demonſtrabilis eſſe videretur, cujus eſſet aliqua cauſſa. Sit enim (ait) a æquale ipſi b, & b æquale ipſi c, dico quod etiã a ipſi c æquale eſt. Cũ enim a ipſi b æquale ſit, eundem occupat locũ, quẽ b, & quoniã b ipſi c æquale eſt, eundẽ quẽ & ipſum occupat locũ, & a igitur eundẽ occupat locũ, quẽ c. æqualia igitur. Sic igitur Apollonius axioma primũ demonſtraſſe ſibi viſus eſt. Veruntamen primũ nõ ſatis attendit, quo argumento quã quæſtionẽ concluderet. Quæ (ait) eidem tertio ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia, quia eundẽ locũ occupant: Hæc Apollonii cauſſa eſt. At (inquã) iſta cauſſa ſpecialis eſt, & geometrica tantũ: logica enim æqualitatis ratio, loci mẽſura nulla cõtinetur. Quare axioma, Quæ eidẽ æqualia, inter ſe æqualia, multo altius eſt geometrico axiomate, Quæ eundẽ locũ occupant, ſunt æqualia, nec ideo ſpeciale principiũ, generalis principii cauſſa eſt, unde ſequitur ab Apollonio poſtulari quod erat in principio, ut Ariſtoteles loquitur, nõ autẽ demonſtrari. Quod ſi Apollonius diſſeruiſſet in arte geometrica logicũ principiũ quodlibet eſſe ἀγεωμέτρητον, ideoqꝫ pro illo commmuni, Quæ eidẽ æqualia, Geometriæ propriũ aſſumendũ, Quæ eundẽ occupãt locũ, inter ſe æqualia eſſe: Geometrã libenter audirẽ de regẽdis artis ſuæ finibus logicé & accuraté philoſophantem: eundẽ enim locũ occupare καὶ ἐφαρμόζειν ἐπ᾽ ἄλληλα & cõvenire inter ſe, quod Euclides in geometricis principiis ſtatuit, idẽ aut vicinum admodũ videatur eſſe: & ſic Euclides de gravi leviqꝫ ait æqualia eſſe magnitudine, quæ replent eundẽ locũ, ut cõſtat e 1.2.3 d libelli illius. Si (inquã) id Apollonius diſſeruiſſet, valde probarẽ & laudarẽ. At dubitãtem & principiũ logicum & generale principio geometrico & ſpeciali concludentẽ neqꝫ laudare neqꝫ probare poſsũ. Sed elenchus ille petiti principii elenchus eſt Euclidis quinto de rationibus, ſexto de rectilineis ſimilibus, ut tũ dicetur, ne quis errorẽ Apollonii propriũ hic exiſtimet: ut aũt axioma illud eſt certiſsimum, ſic ei vicinũ ſophiſma valde inſidioſum eſt, Quæ eidẽ inæqualia ſunt, inter ſe inæqualia. Nã 2 & 2 ſunt inæquales 3, & tamen non ſunt inæquales inter ſe. Sed ad cætera axiomata venio: quorũ prima quatuor miſtũ quippiam habent é poſtulato & axiomate, faciũt enim quippiam & machinantur addẽdo ſubducẽdoqꝫ, tum facti æqualitatẽ contẽplantur.

2 *Et ſi æqualia æqualibus addantur, tota ſunt æqualia.*

3 *Et ſi ab æqualibus æqualia ſubducantur, & reliqua ſunt æqualia.*

4 *Et ſi inæqualibus æqualia addantur, tota ſunt inæqualia.*

5 *Et ſi ab inæqualibus æqualia ſubducantur, reliqua ſunt inæqualia.*

6 *Et quæ ejuſdem duplicia, æqualia inter ſe ſunt.*

7 *Et quæ ejuſdem dimidia, æqualia inter ſe ſunt.*

Hæc axiomata videntur eſſe propria arithmeticæ propter voces additionis &

ſubductionis. At non numerorũ additio & ſubductio eſſe poteſt, ut æqualia addantur & ſubducantur, æqualia non numero, ſed pondere, facultate, aut aliquo quodã genere. Duo autẽ prima in æquationũ algebrearũ reductionibus uſum perpetuũ habẽt. Cũ aliquis numerus figuratus negatus eſt, additur æqualibus partibus, & toti ſunt æquales, cum figuratus idem bis ponitur, tollitur utrinq;, & reliqui ſunt æquales. Sextum autem & ſeptimũ non ſunt axiomata generalia & catholica. Potes enim dicere. Quæ ejuſdẽ æqualiter multiplicia, ſuperparticularia, vel ſubmultiplicia, ſubſuperparticularia vel omnino: Quæ ſunt eidẽ æqualiter inæqualia, ſunt inter ſe æqualia: imo ſextum conſectariũ eſt ſecũdi, ſeptimũ tertii. Nã ſi dimidii æqualibus æqualia dimidiũ nempe huic & illi addãtur, tota erũt æqualia: Itẽ ſi dupli æqualibus æqualia, dimidiũ nempe & huic & illi, ſubducãtur, reliqua dimidia erunt æqualia: & cõſectaria ſunt é 15 & 9 p 5. Nã partes æquemultiplicibus ſunt proportionales, & ad idem proportionales ſunt æquales. Talia axiomata non dico mathematica non eſſe, ſed omnino cũ ſint axiomatum conſectaria, axiomata eſſe nego, in quibus Euclides Apollonii ſe longe diſſimilem præſtitit. Apollonius enim é principiis indemõſtrabilibus propoſitiones demõſtrabiles effecit. At Euclides contra é demonſtrabilibus propoſitionibus facit indemonſtrabilia principia. Atq; illis arithmeticis axiomatis ſecundo tertioq; Pappus adjungit alia, ut.

Si æqualibus inæqualia addantur, totorum exceſſus æqualis eſt exceſſui additorum: & contra.

Si inæqualibus addantur æqualia, totorum exceſſus exceſſui à principio poſitorũ æqualis eſt. Hæc axiomata Procli tempore in elementis habebantur, à quibuſdam tamen rejiciebantur, ideo quia poſſent é ſecundo & tertio deduci.

8 *Et quæ conveniunt inter ſe, æqualia ſunt inter ſe.* jam tandem Euclides geometræ perſonam ſuſcipit. Hoc enim vere geometricum axioma eſt, & in geometria ideo diligentius expoſitum.

9 *Et totum majus eſt ſua parte.* Axioma eſt item logicũ in diſtributionis loco proprium, nec ideo geometricum putandum eſt, quia geometres eo utatur: Utitur enim tota logica, nec ideo logicam ſubjeceris Geometriæ. Axioma tamen non videtur catholicum, nec enim quod parte alia majus eſt, id protinus eſt totum. Duo ſequentia axiomata Proclus numerat in poſtulatis: Theon in axiomatis conſtituit. At ſi recté definitum ſit poſtulatum quod fabricatur, axioma quod contemplatur, axiomata utique potius quam poſtulata fuerint.

10 *Et omnes recti anguli æquales inter ſe ſunt.* Euclides, ut dixi, poſtulatum fecerat, & quartum poſtulatum vocatur 24 p 1 datorum. Geminus pervicit ne poſtulatum crederetur, quia nihil faciendũ machinandumve præciperet. Conſectariũ igitur eſt é perpendiculi vel potius é recti anguli definitione deductum. Nam ſi recto angulo rectus aliquis inæqualis eſſet, latera non eſſent recta, ſed alterum alterutro inclinaret, omninoque ſi rectus recto inæqualis eſſet, eſſet utique obtuſus aut acutus. Pappus in iſto axiomate accuratior eſt, docet axioma catholicum & reciprocum non eſſe, nec omnino converti, omnis rectus (ait) eſt æqualis recto, ergo omnis æqualis recto rectus eſt. Omnis enim ut putat rectus eſt

rectilineus, at rectilineo potest æquari nõ rectilineus, nec ideo quamuis æqualis recto rectus, de quo in geometria 6 e 3. Hæc Pappi demonstratio est, unde percipis non solum æqualitatem & rectitudinem anguli non idem esse, nec necessario reciprocari, sed etiam heterogeneas magnitudines rationales esse, ut hic rectilineum angulum cum curvilineo, quo refellantur ii qui τετραγωνισμον impossibilem ideo censent esse, quia homogeneorum tantum sit ratio. Sed præterea notabile est angulum rectum non quemlibet recto cuilibet æqualem esse. Nam rectus rectilineus major est recto rotundilineo, neq; axioma hoc verum fuerit, nisi de homogeneis intelligatur.

11 *Si in duas rectas recta incidens interiores eadem parte angulos duobus rectis minores faciat, productæ in infinitum duæ ipsæ rectæ coincident inter se, qua parte sunt duobus rectis minores anguli.* Euclides in hoc elemento graviter urgetur á Ptolemeo & Gemino: Ptolemeus ajebat hic principium indemonstrabile nullum esse, sed theorema valde demonstrabile, quodque multa dubitatione refertum sit. Nec enim anguli ad eandem partem interiores duobus rectis minores non parallelas concurrentes efficiunt, sed contra non parallelæ & concurrentes tales angulos faciũt: imo verò illi minores anguli possunt esse, ubi concursus necessario non fuerit. Nam lineas quasdam infinité quidem semper inclinatas, neque tamen unquam concurrentes, etsi incredibile & admirabile videatur, est tamen verum & necessarium, ut ante patuit. Itaque Euclidis theorema multorum antecedentium subsidio indigeat, de quibus Ptolemeus in quodam libro disseruit, quem postea Proclus citat ad 29 p 1. Geminus eodem tendit, aitque ridiculum esse eas sententias velut indemonstrabiles facere, quarum conversæ sunt demonstrabiles. Hujus autem sententiæ. Si duæ rectæ recta connexæ faciant angulos interiores duobus rectis minores, concurrent, conversam. Si duæ rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis, esse demonstrabilem, imo ab Euclide ipso 17 p 1 demonstratam. Quamobrem Proclus pro Ptolemeo & Gemino aduersus Euclidem pronuntiat hic axioma nullum esse, sed theorema valde demonstrabile. Argumentatio tamen Ptolemei sustineri possit, si intelligamus rectas in eodem plano: quia productæ concurrent: Gemini logica pressior est: ut vel axioma istud ex axiomatis sit tollendum, vel 17 p 1 é numero propositionum eximenda: at antecedentem & conversam propositionem malim constituere in principiis, quia veritas protinus é perpendiculo, regula quippe parallelismi possit intelligi. Et Euclidis elenchus hinc natus est, quod Posidonii Geometria illa in parallelis omissa est. Nam si docuisset Euclides parallelas communibus perpendiculis dividi, é contrario contrarium utique jam perciperetur, quia duæ rectæ recta connexæ communibus perpendiculis non dividerentur, parallelas non esse. Itaque axioma istud undecimum est consectarium é definitione parallelarum, ut nos in geometra fecimus.

12 *Et duæ rectæ aream non comprehendunt.* Consectarium est é rectilinearum figurarum prima specie trilatera: ut patet 6 e 6: utitur autem Euclides hoc theoremate ad 4 p 1.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 8. IN PRIMAM

primi elementorum partem de lineis & triangulorum ratione.

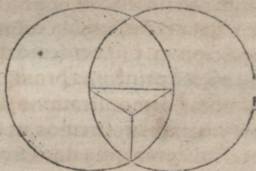


VEruntamen de principiis hactenus, quæ plerique labefactare conati sunt, Epicurei præsertim, qui totã mathematicam vel ignorabant vel aspernabantur. Epicurus ipse Polyænum (cum voluptatis illecebris pellexisset) quamvis magnum mathematicum, attamen Geometriam dedocuit, eiq; falsam esse persuasit (ait Cicero.) Deinde ex Epicureis Zeno Sidonius disputavit etiam é principiis propositiones nequaquam demonstrari. Zeno (inquam) Epicureorum acutissimus, ideoque & eorum princeps & coryphæus appellatus: hic cæteros philosophos figebat maledictis, Socratem scurram Atticum, Chrysippum nunquam nisi Cysippam vocabat, ab hoc Cicero Epicuream philosophiam didicit, ut est 3 Tusc. & primo de natura deorum. Hic igitur philosophus, Geometras præcipue exercuit, sed ejus argumentis á Posidonio responsum est, ut suis locis intelligetur. De principiis igitur hactenus, propositiones sequuntur. Propositio est Euclidi dubia & incerta sententia, quæ aliunde fidem suæ veritatis & approbationem requirit. In omni autem propositione Proclus quinque ait esse, præter ipsam propositionem ἔκθεσιν, διορισμὸν καὶ κατασκευὴν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα, expositionem, definitionem, constructionem, demonstrationem, complexionem, de quibus tertio libro ante dictum est. Propositiones autem ad verbum hic frustra non repetam, nisi quod erit necessarium, licebit eas in Euclidis vel in nostra geometria legere, uti propositæ sunt.

1 *Super datam rectam finitam triangulum æquilaterum constituere.* Proclus hic putat ex caussis demonstrationem: quomodo inquam? Duæ enim rectæ datam æquantes & cõnectentes ipsæ sibi cõterminæ quærebantur, & inventæ sunt peripheriarum auxilio, in quibus radii cõpræhensi illæ ipsæ rectę sunt quę quęrebantur, & peripheriarũ cõcursus est cõcursus ipsorum. Itaq; caussa est hic quædam, sed generalis & minime propria, neq; quęstio est quamobrẽ? neq; proprietas de subiecto: ut ἀπόδειξις Aristotelea dici possit, qualem Proclus videretur hic demonstrationem facere. Duo autem reliqua latera æqualia multo promptius invenirentur applicatione datę rectæ, vel regulæ comparatione, per illa scilicet principia. Quæ inter se cõveniunt. Et quæ eidem æqualia, sed cõcursus in abaco nõ pateret. Tum veró quamobrem Euclides præcipuam figuræ hujus fabricam dedit? Duarum enim figurarum planarum totis elementis fabricæ demonstrantur, trianguli æquilateri, & quadrati: Reliquorum generum tam multorum fabrica specialis ab Euclide nulla demonstratur: oblongum, rhombus, rhomboides, trapezium, multilatera, circulus ipse problema suæ fabricæ nullũ habent. Quid igitur? utrum æquilateri trianguli proprietas quædam est præcipua, ut ei

quoque

quoque problemate præcipuo esset opus? Postea dicet Proclus ad quadragesimam sextam, ex æquilateris fieri mundanas figuras, sed tum respondebitur Proclo. Caussa veró videtur Euclidi fuisse, quod in plerisque postea propositionibus ut 9.10.11. sit opus triangulo æquilatero: ut 16 p 4. Verum quæcumque trianguli æquilateri est utilitas, eam ipsam & multo ampliorem 22 p 1 præstabit. Est enim ad istam generalis: imo 9.10.11 p 1 absque ulla trianguli ope expediri possunt, ut á nobis in geometria. Itaque in prima propositione protinus καθ' ὅλου πρῶτον videmus ab Euclide nihil curari, tantum abest ut ullum demonstrationis Aristoteleæ exemplum posit hinc assumi. Et tamen id tanto mirabilius quod 22 p 1 demonstretur iisdem plane principiis quibus hæc ostenditur. Hæc igitur in Euclidis propositionbus protinus hysterologia deprehenditur. Quinetiam fabrica hæc διαγραμμάτων scholasticorum tantum caussa videtur inventa, non ad usum quenquam geometricum extra scholasticum pulverem. Nam arbores in variis sylvis dissipatæ mihi quærendæ sint unde triangula moles aliqua machinanda sit, nihil proderit hoc problema. Et diagrammata ipsa in abaco per æquicrurũ commodius fiunt, quam per æquilaterum, & sic 12 p 1 Theon æquicruro potius utitur. Aequicrurum autem super datam constituitur semel aucto vel minuto circini intervallo, ut varium utrinque variato. Atque hæc de prima propositione dicta sint: Zeno Sidonius etiam positis antecedentibus principiis, conclusionem tamen cavillatur. Nam (ait) nisi positum sit duarum rectarum partem nullam communem, rectæ á contactu peripheriarum partem aliquam communem habento, tum triangulum æquilaterum non constituetur, cum duo singula latera reliquo majora sint, ut hic vides.



Huic Posidonius respondet, Zenonis principium definitione rectæ lineæ comprehensum esse, quod etiam per imposibile docet Proclus. Nam sequeretur semicirculum semicirculi partem esse, toti denique partem, æquari: Idem hoc imposibile Zeno aliter concludebat, sed unde rursus efficeret aliud principium, peripherias nullam cõmunem partem habere, quod in principiis euclideis adhibitum non esset. Cui paulo secus Posidonius respondet, quia par imposibile sine Zenonis principio concludatur. Addit etiam hic Proclus fabricam ęquicruri & varii, triaque problemata pro uno vigesimæ secundæ propositionis problemate facit. Atque illa est nimirum sophisticæ tautologiæ doctrina ab Aristotele in analyticis reprehensa, cum specialia generalibus præponantur, idem sępius inutiliter iterari, quod præposito genere semel explicari satis erat. Quamobrem propositio ista consectarium speciale nobis est é generali.

2 *Ad datum punctum datæ rectæ æqualem ponere.* Hæc propositio multiplicem explicationem habet, cujus unicam speciem tantum exposuit Theon, unde reliquæ tamen concipi queant. Quatuor veró modis & exemplis variari potest fabrica & cõstructio: aut enim datum punctum est in data, aut extra datam: in ipsa aut

extremum

extremum ejus alterum, aut inter extrema: at si extra aut à latere, ita ut ab ipso ad datæ extremum protracta angulum faciat, aut è directo datæ, ut ipsa producatur extra oppositum signum coincidat, omnes tamen illi modi communi & eadem fabrica continentur. Tertium modum sequutus est Euclides (ait Proclus) Theon sequutus est secundum, ut apparet è demonstrationibus. veruntamen qualis est ista demonstratio? Principia posuit Euclides. Quæ inter se conveniunt. Quæ eidem æqualia: an igitur his principiis uti non licet? an omnino non licet applicare datæ punctum dato puncto, & æqualem altero puncto facere? An non licet regula datæ æquali æqualem à dato puncto metiri? an geometricorum instrumentorum regulæ & circini imbecillitati nihil confidendum? At Euclides in fabrica circulorum quibus hic utitur ad demonstrationē sumit per hæc instrumenta: per hæc principia, radios æquales datæ rectæ, radios (inquam) regula ductos & radios sectos peripheriis ope circini descriptis: è lateribus enim infinitis amputat æquales radios. Itaque utitur Euclides illis ipsis principiis, quibus videtur uti noluisse. Et quidem quæ caussa quæque veritas facit radios peripheriæ æquales, eadem faciet ad datum punctum rectam æqualem datæ rectæ. Nam radii ideo sunt æquales, quia rectæ duobus circini pedibus comprehensæ sunt æquales. Itaque radiorum æqualitas non erit antiquior æqualitate rectarum hic propositarum. Quare ut postulatur à puncto ad punctum rectam ducere, sic postuletur ad datum punctum describere rectam æqualem datæ rectæ. Regula enim eadem utriusque perinde judex & effectrix erit, vel principium, Quæ eidem æqualia, etiam hic valebit, an quia facilis demonstratio est, & è principiis proxime deducta demonstratio non est? Enimvero ut in proxima demonstratione, sic in ista præposterum est de rectæ æqualitate per peripherias aut circulos, ut facit Euclides, vel pro Euclide Theon. Sed hic multo est alienius, quia duo circuli facti sunt, ut duæ rectæ æquarent datam, sicut recta rectæ æqualis à dato puncto inveniretur, primum peripheriæ duæ, tum rectæ duæ, & duæ productiones laterum, & peripheriæ rursus duæ adhibentur, id est octo lineæ pro una. Quamobrem hæc propositio in rectæ lineæ postulatis esto. Regula aut circinus melius ejus opus efficiet. Neque dixerit nobis isto loco Proclus exercitationis gratia ista proponi: Neque enim artes sui studiosos in sophisticis documentis exercere debent, satis enim materiæ superest & laboris in geometria, ubi cōmodius & utilius discentis animus exerceri possit, hoc sophismate multæ artes ingenuæ nimium diu impeditæ sunt.

3 *Duabus datis rectis inæqualibus, á majori æqualem minori auferre.* Hic Proclus casuum & modorum suorum multitudinem comminiscitur. Sex enim modos facit, quod datæ inæquales vel conjunguntur extremo, vel distant, vel secant sese, & quidem partibus æqualibus vel inæqualibus, vel mistis, vel altero uno extremo secat alteram, & quidem major minorem, vel minor majorem, quæ subtilitas puerilis est, & Aristotelis judicio sophistica, quia tot doctrinas pro una faciat: præsertim cum Proclus ipse dicat admirabilem Euclidis demonstrationem, quia omnibus illis constructionibus sufficiat. Attamen Euclides ut Proclo non

sit in

ſit in eo comparandus qui ad æqualitatem duarum rectarum accumulet huc è ſecunda propoſitione lineas novem, & duas hic addat, cum una (ut in duabus ante propoſitionibus) geometrica regulæ linea æqualitatem poſtulatam geometrico principio metiatur. Quamobrem propoſitio illa tertia aggregetur ad ſecundam & poſtuletur, uti poſtulata eſt á nobis utraque. *Datis duabus rectis inæqualibus á majore æqualem minori ſecare.*

4 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, & angulum angulo æqualem habeant ab æqualibus rectis comprehenſum, etiam baſim baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquale erit, reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, alter alteri, ſub quos æqualia latera ſubtenduntur.* Quarta propoſitio verboſe proponit quod perſpicue breviterque comprehendi poſsit. Triangula æqua angulo æquicruro æquilatera eſſe: ideoque æquiangula, ut 1 & 2 e 7 comprehendimus: æqualitas autem triangulorum eſt è triangulis æquealtis, ut patet 6 e 7. Hoc igitur theorema comparationem duorum triangulorum continet, in qua datur æqualitas binorum utriuſque laterum, ſic tamen ut non utraque utrique, ſicuti ambiguitas græcorum verborum ſignificare poſsit. Nam ἑκάτερος & uterque & alter dicitur, ſed alterum alteri æquale ſit. Sic enim cuivis trianguli generi comparatio conveniet. Sic (inquam) æqualitas laterum ſingulorum cum ſingulis accipienda, alioqui ſi utriuſque cum utroque æqualitas intelligatur, ſic ut alterius trianguli unum duobus lateribus ſigillatim reliqui ſit æquale, & reliqua ſimiliter iiſdem. Id tantum triangulo æquilatero & æquicruro conveniet, non vario: nec theorema erit generale: vel ſi unius trianguli utrumque latus ſimul, cum alterius trianguli utroque latere ſimul intelligatur, falſum etiam eveniet. Perimeter enim æqualium laterum æqualis eſſe poteſt perimetro, ut area areæ ſit inæqualis: contraque area æqualis areæ, ut perimetri ęqualium laterum inter ſe ſint inęquales. Quare intellige latera unius trianguli duobus lateribus alterius duobus alterum alteri æquari. Hæc prima æqualitas datur in binis lateribus. Secundo dantur anguli ab æqualibus illis lateribus comprehenſi æquales inter ſe, quia cum latera æqualia ſint ſuperpoſita convenient. Ex qua duplici æqualitate data demonſtratur triplex æqualitas, prima baſis cum baſi. Secus duæ rectæ aream concluderent contra 12 axio. vel ſine Euclidis impoſsibili duæ baſes æquabuntur, quia duæ rectæ ab eodem puncto ad idem punctum congruunt, ideoque ſunt æquales. Secunda æqualitas eſt angulorum reliquorum binorum unius trianguli, cum reliquis binis angulis alterius trianguli, ſeparatim tamen ſingulorum inter ſe, & quidem ab æqualibus lateribus comprehenſorum. Tertia æqualitas eſt totius trianguli cum toto triangulo, quam tamen Euclides ὕστερον πρότερον ſecundam fecit, cum tamen cœpiſſet ab æqualitate laterum. Hanc duplicem reliquam æqualitatem & angulorum, & triangulorum, ut demonſtret Euclides ἐφαρμόζειν & convenientiam aſſumit, ſuperpoſitis & applicatis triangulorum lateribus inter ſe. Itaque (ait Proclus) demonſtrationis euclideæ cauſſa eſt ἐφάρμοσις convenientia, demonſtratioꝙ tota ab ipſo ſtatim principio cõcluſa, ut Euclidis judicio ἐφάρμοσις

fundamentum ſtatuatur infinitorum, quæ deinceps per 4 p 1 demonſtrantur. Itaque Euclidis iſta demonſtratio per convenientiam conſideranda imprimis ideo eſt, quod inde cognoſcimus tres antecedentes propoſitiones eadem convenientia multo verius & perfectius demonſtrari potuiſſe, ſolamque regulæ convenientiam in illis problematis demonſtrandis fuiſſe neceſſariam. Hoc (inquam) demonſtrationis euclideæ genus tam expeditum tamque facile vehementer amplector. Atque utinam pleriſque locis aliis facilitatis hujus tam ſtudioſus Euclides fuiſſet, minus hodie nobis laborandum eſſet. Exemplis pluribus ἐφαρμοσιν illuſtravimus 9 e 1. Verum ſi quis accuratius theorema ipſum penitiuſque intueatur, duo poſita antecedentia cauſſam demonſtrationemque continent duorum conſequentium: primo baſium æqualitas ex æqualitate anguli cum angulo deducitur. Nam ſi ſtatuiſſet Euclides æquales angulos qui cruribus congruerent, ſicuti ad hanc propoſitionem & imprimis ad octavam poſtea Proclus ſtatuit, & poſtea Vitellio uſurpavit, & Euclides ipſe ad 23 p 1 problematicé propoſuit: ſi inquam ſtatuiſſet Euclides æquales angulos eſſe, qui cruribus congruerent, ad illud principium propoſitio quarta aſſumptionem ſyllogiſmi ſuppeditaret. Hic æquales eſſe angulos æqualium laterum qui cruribus eſſent congrui. Itaque baſes æquales eſſe, quia baſes etiam congruerent & unæ eſſent. Ex qua concluſione aſſumitur pro reliquis angulis: at hic æqualium laterum baſes ſunt æquales, ergo ſunt æquales anguli. Enimvero diligentius & accuratius conſiderandum eſt, quod hic admoneo. Eſt enim principium obſcuritatis permagnæ ex uno axiomate æqualium angulorum præterito. Atque inde elenchus admirabilis eſt ortus (de quo tertio ſcholarum mathematicarum libro admonuimus.) Etenim poſito axiomate illo tanquam propoſitione ſyllogiſmi theorema Euclidis aſſumptionem & complexionem ſuppeditaret, ac jam poſitis & conceſsis antecedentibus, de conſequente dubitare hominis fuerit logicam ſyllogiſmi doctrinam plane ignorantis, ſingulariaque humani judicii fundamenta ſubvertentis. Ante veró mathemata omnia falſa ſint quam poſitis in ſyllogiſmo propoſitione & aſſumptione complexio non vera ponatur & concedatur. Theorema igitur in duabus primis partibus ſine convenientiæ principio ſua ipſius luce clarum & evidens erit, quod multo clarius eſſet & evidentius, ſi eſſet ipſum ſuo loco & ordine poſitum. Trianguli enim ſimplicis doctrina prior eſt quam comparati. De trianguli ſimplicis ratione in ſuis lateribus & angulis propoſitiones ſunt primi 5.6.18.19: & in exterioribus angulis 32 & 16. tum de trianguli æqualitate cum triangulo erit propoſitio 8.7.4.26. Reliqua deinceps doctrina de comparatione triangulorum primo & ſexto libro habetur. Quamobrem Euclidis demonſtratio per convenientiam probanda quidem & laudanda eſt ob eam præcipue cauſſam, quod inde intelligamus per talem convenientiam tria præcedentia problemata demonſtrari multo facilius & verius potuiſſe, quam hyſterologia circulorum utcumque concluſa eſt, ſed multo tamen vicinior demonſtratio eſt conſequentis é poſitione & conceſsione antecedentis. In utroq; enim argumento ratio quidem

certa est, sed in convenientia est communis, hic est affinior, & reciproca, ut apparebit in 8 & 26 p 1. Quamobrem licet hinc jam serio γεωμετρεῖν, deque geometriæ commodiore statu melius sperare, cum propositionum quatuor primarum obscuritatem nullam videamus. Veruntamen in ista de triangulis planis geometria id etiam monendum est, pleraq; esse sphæricis communia. Hæc enim propositio primum tota cõmunis est, ut constat apud Regiomontanũ de triangulis 36 p 3, & probatio per æqualium triangulorum axioma etiam cõueniet.

5 *Aequicrurorum triangulorum anguli ad basim inter se sunt æquales, & productis æqualibus rectis sub basim anguli æquales inter se sunt.* Contra & propositionem & propositionis demonstrationem quæri multa possunt. Propositionis primus author Thales Milesius fuisse perhibetur, & ei gratiæ propterea sunt habendæ. Verum proponit ista propositio de triangulis æquicruris, ut videri posit comparatio de pluribus esse cum de unico agatur, deinde specialiter proponit, quod commune est omnis trianguli duo latera æqualia habentis, sive æquilaterum sive æquicrurum fuerit. Imo (ait Geminus) trianguli permisti cõmune id est: Demonstravit enim. Si duæ lineæ rectæ æquales, in lineam similarem, seu rectam, seu rotundam, seu helicem cylindraceam inciderit, angulos ad basim æquales esse, & si anguli ad basim sint æquales, latera quoque esse æqualia. Hoc primum est in propositione. Secundo quærit hic Proclus, quorsum laterum productio cum exterioribus angulis nusquam postea Euclides utatur? Deinde respondet idem more Rhetorum Euclidem præponere tanquam præsidium quo esset usurus adversus calumnias. Proclus talis est ad septimam propositionem. Verum dici potest additionem propositionis quintæ in thesim quartæ incidere, cujus conversa quædam sit vigesima sexta propositio. Atq; hæ nimirum cõversiones sunt, quibus Proclus dicebat ab Euclide totũ cum parte cõverti. At prima pars reciprocatur, & secunda cõsectariũ est primæ. Atq; hæc de propositione, demonstrationis inquisitio non minor est, quæstio est de æqualitate interiorũ angulorum unius trianguli. Euclides probat per exteriores angulos adhibitis é tertia propositione lineis decem & é quarta propositione triangulis quatuor, quæ hysterologia manifesta est, cum de unius trianguli proprietate agatur, comparationem triangulorũ pro argumento demonstrationis usurpare. Pappus id vitium in Euclide de interioribus per exteriores demonstratis quodammodo animadvertit, simpliciusq; uno triangulo, tanquã sibi ipsi lateribus oppositis superposito interiorum angulorũ æqualitatẽ sine exterioribus angulis demonstravit. Verum & Pappus ipse in hysterologiã licet minorẽ, attamẽ incidit, quia de simplici triangulo per cõparationem triangulorũ agit. Atq; hæc de interiorũ angulorum demonstratione. Exteriores iterum demonstrat Euclides per collationẽ triangulorũ ad thesim quartæ propositionis: Deniq; Euclidis in hac propositione demõstratio ad unius simplicis trianguli proprietatem declarandũ, adhibet comparationẽ sex triangulorũ, quæ hysterologia præcedentibus etiam major est. Verum axioma angulorũ æqualiũ cum thesi propositionis rem perspicue demonstrabit, quia anguli duo habebunt æqualiũ laterum bases æqua-

les. Itaque trianguli æquicruri proprietas ista protinus ex axiomate assumetur: idemque de triangulo æquilatero & vario assumetur, quod omnes anguli sunt æquales, quod nulli anguli sunt æquales.

6 *Si trianguli duo anguli æquales inter se sint, & sub æquales angulos subtensa latera æqualia inter se erunt.* Αντίστροφον est quintæ propositionis, sed multo disertius expositum quàm fuit hypothesis antecedens. Hic enim de triangulo generaliter agitur, nõ de æquicruro, restat tamẽ & hic Gemini ratio, quod id cõmune sit etiam curvilineorũ. Quomodo tamẽ possit ista ꝓpositio intelligi ut sit omnino catholica & ex illa antecedẽte hypothesi, istaq; cõversa possit & debeat una ꝓpositio fieri sic. *Si trianguli duo latera sint æqualia, duo anguli erunt æquales: & si duo anguli sint æquales, duo etiam latera erunt æqualia.* Demõstratio Euclidis habet hic impossibile ex quartæ thesi, quia sequeretur triangulũ totũ suæ parti ęquale esse: imo (inquam) sequeretur impossibile triplex ut bases inæquales essent æquales, ut anguli inæquales essent æquales. Sed hysterologia est eadẽ superiori de proprietate unius triãguli per collationẽ multorũ triãgulorũ philosophari. At impossibile multo brevius cogi potuit, ut in nostra geometria. Atq; utraq; ꝓpositio & quinta & sexta sunt cõmunes sphęricorũ, ut costat é 40 & 41 p 3 apud Regiomontanũ. Sed quærit præterea Proclus, cur Euclides secundã partẽ quintæ propositionis nõ cõvertit & ipsemet ἀντίστροφον ejus convertit. Si productis lateribus anguli sub basim sint æquales, duo latera quoque esse æqualia, quod per quartã & sextã demonstrat, respondet id postea perspicuum fore per 13 p 1. at veró ad 13 p 1. additio illa melius esset facta, ut tum dicetur á nobis.

7 *Super eandem rectam duabus eisdem rectis aliæ duæ rectæ æquales altera alteri non cõstituentur ad aliud atq; ad aliud punctum, ad eandem partem terminos eosdem habentes cum primis.* Propositio ista mirificé per negationẽ proposita est. Propositio scientiæ propria (ait Aristoteles) nõ solũ affirmata debet esse, sed affirmatæ veritatis necessariæ, essentialis, reciprocæ, deniq; nullã debet habere doctrina ꝓpositionẽ nisi catholicã. Nam ex negatione neq; demonstratio, neq; syllogismus est. Quid ergo? tollendane est é Geometriæ finibus ista ꝓpositio? Proclus negat, quia sit utilis ad demõstrationẽ octavæ, & ad astronomiã plurimũ prosit. Verũ octava per solã ἐφαρμοσιν magis geometricé demõstretur, et si qua utilitas sit negatę ꝓpositiõis, eadẽ erit affirmatæ. at si affirmetur, incidet in octavam propositionem. Sic enim erit. *Si super eandem rectam duabus rectis duæ rectæ conterminæ & æquales inter se eodem versus ducantur, in idem punctum convenient.* Quod idem est ac si diceretur. Si bina duorũ ejusdem basis triangulorum contermina latera separatim æqualia eodẽ versus ducantur, convenient in idem punctũ, ideoq; æquabuntur anguli angulis & triangulum triangulo. Ponit igitur hæc propositio quatuor, primo eandẽ basim, secundo rectas binas sigillatim æquales, tertio ad eandem partẽ, quarto eosdem terminos ęqualiũ. Sed hoc quartũ secundum potius esse debuerat, unde conclu dit nõ ad aliud atq; ad aliud punctũ conventuras. Quare si res proponatur (ut dixi) nõ tollo quidẽ ꝓpositionis hujus usum, si quis est, sed propositionẽ λογικωτέρως instituo, ut usus inde facilior & prõptior habeat. Proclus valere putat ad

astronomiã ad instantias, qualẽ etiã ipse cõminiscitur 48 p 1, at valebit ad ea omnia & ad plura, si melius instituatur. Hoc veró solũ fuit si tam perspicue diceretur impossibile nullũ esset, quo propositio octava demõstraretur. Quid tum in quam? an non aliter poterat demõstrari? Poterat enim per quartam. Sunt enim duo triangula ad illam thesim comparata, laterum etiam omnium æqualitate posita, quæ applicata cum basim æqualem habeant, angulum quoq; æqualem habebunt angulo, sub æqualium laterum basi. Denique optima illa ex æqualium angulorum axiomate demonstratio aderit.

8 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, habeant etiam & basim basi æqualem, angulum quoque angulo æqualem habebunt ab æqualibus rectis comprehensum.* Dic, Triangula inter se æquilatera sunt æquiangula, totam istam grammaticam tot verborum comprehenderis. Euclides ἐφαρμόσειν hic adhibet, ut in quarta propositione, quod etiam studiose & attente considerandum est, sed impossibile adhibet é septima propositione, ut illic adhibuerat, verum sine impossibili potest convenientia probari, si septima propositio affirmaverit id cujus contrarium negat. At requiretur hic quid septima & octava propositio differant, cum utriusque data sit hypothesis una: utraque enim ponit æqualitatem & basium & laterum: differre tantum videntur quæsito & consequente, quod septima convenientiam totius trianguli cũ toto ex antecedente suo deducit, octava ex eodem antecedente deducit preterea æqualitatem angulorum. At ista differentia nihil habet re ipsa diversum. Nam posito illo antecedente, ubi convenientiam concluseris totius cum toto, angulorum etiam æqualitatem é convenientia illa concludes: itemque ubi ex eodem convenientiæ antecedente angulorum æqualitatem concluseris, indidem potes & convenientiam concludere. Quare si res spectetur propositio una est, nec duas factas ob aliam caussam video, quam ut Euclidi syllogisticæ demonstrationes suppeterent ad octavam demonstrandum. Verum octava ista ex æqualium angulorum axiomate (ut dixi) & propositionis ipsius hypothesi multo verius accuratiusque demonstraretur, & hic rursus locus est, ubi axiomatis unius omissi geometricum dispendium percipitur. Proclus istud axioma ad 4 p 1 veluti per cãcellos obscurius animadvertit, cum ait: angulorum æqualitatem sumemus juxta convenientiam laterum in rectilineis, in cæterisque omnibus ejusdem speciei. At hic paulo clarius idem percipit, cum ait. Videtur autem verticalium angulorum æqualitatem laterum illos angulos comprehendentium basiumque æqualitas facere: tandemque post expositionem paulo hac de re pleniorem. Certum igitur est (ait) dicere quod & basis eadem & latera æqualia ipsius anguli æqualitatem determinant. Sed hac de re etiam plenius ad 23 p 1. Sit igitur illud axioma. Anguli cruribus congrui sunt æquales: propositio hæc ex æqualitate laterum assumptionem dabit. At hic sunt cruribus congrui, quia laterum æqualium æquales sunt bases, unde si logicus es, concludito. Ergo anguli sunt æquales. Sic igitur quarta, quinta, sexta, octava propositiones tam faciles essent adhibito illo axiomate. Geometria autem octavæ propositionis hujus non solum communis est sphæricorum

triangulorum,ſed converſio etiam in ſphæricis vera eſt,ut conſtat 54 p 3 Regiomon: quæ tamē in planis triangulis eſt falſa. Proclus putat octavam eſſe converſionem quandam quartæ: Repetit autem á Menechmo & Amphinomo mathematicis de geometricis converſionibus quædā, quod ἀντιστροφὴ converſio duas habeat partes, προηγούμενον καὶ ἀντίστροφον antecedēs & converſum, & proprie converſionem eſſe, cum tota propoſitio in totum convertitur, ut ſi duo latera æqualia, duo etiam anguli, & ſi duo anguli, duo etiam latera: quandam eſſe converſionem impropriam & ἐναλλαγὴν potius quam ἀντιστροφὴν, qualis eſt converſio quartæ & octavæ. fallitur hic Proclus, converſio hic nulla eſt, ſed prima & antecedens propoſitio de æqualitate omniū laterum, cujus ἀντίστροφον nuſquam eſt in Euclide. Nec omnino verum eſt: Si duorum triangulorum terni anguli ſeparatim ſint æquales, ut latera ſint etiam æqualia, quamvis in ſphæricis triangulis ſit verum, ut dixi. Laborat Proclus, ut hic methodum Euclidis tueatur, octava propoſitio eſt converſa quartæ, cur igitur ſtatim nō poſtponitur quartæ, ut ſexta quintæ: quia (inquit) octava per ſeptimam, & ſeptima per quintam demonſtratur: hoc item alienum. Nec enim eſt converſa (ut dixi) deinde non vult per ſeptimam, nec ſeptima per quintam demōſtrari. Philo mathematicus hic etiam Euclidem in iſto ordine reprehēdebat, quod octava poſſet ſine ſeptima demonſtrari. Philonis demonſtratio eſt per impoſſibile triplex apud Proclum. Sed impoſſibili Philonis nihil hic opus eſt (ut dixi) angulorum æqualium axioma totum demonſtrationis hujus pondus ſuſtinet: ut ſuſtinebit in 9.10.11.12.

9 *Datum angulum rectilineum biſariam ſecare.* Theon demonſtrat per 8 p 1. facilius demonſtrabitur per axioma æqualium angulorum. Propoſitio Euclidis dupliciter ſpecialis eſt, primum namque eſt de angulo rectilineo ſecando duas in partes æquales, id eſt in partes pares pariter pares 2.4.8.16.32.64. & ſic deinceps. Nam pars unaquæque rurſus bifariam ſecatur, & hanc duplæ rationis progreſſionem in pariter paribus dichotomia iſta continet, non autē generalis de quocumque angulo ſuperficiario ſeu ſolido bifariam ſecando: imo dubium eſt, an res ipſa ſit poſſibilis, ut de corniculari angulo. Secundo doctrina hæc Euclidis ſpecialis eſt ad διχοτομίαν. Nec enim angulus rectilineus data ratione & in quotlibet & qualeſcunque partes iſta via ſecari poteſt, ut in partes impares, vel pares pariter, vel pariter ſimul & impariter. Rectus autem ſecatur trifariam. Si angulus æquilateri trianguli qui valet $\frac{2}{3}$ recti ſectus bifariam ſtatuatur ad angulū ipſum rectum. Nam reliquum erit $\frac{1}{3}$. Quod Vitellio docuit 28 p 1: ſed é 22 & 9 p 1 elementi. Nicomedes omnē angulum rectilineum trifariam ſecuit, ait Proclus. Alii Archimedis helicibus excitati angulum rectilineum data ratione ſecuerūt, quorum doctrinam ut obſcuriorem Proclus in tertium librum rejecit: ubi nos dicemus ea de re. Euclides circulum bifariam, angulum rectilineum bifariam, lineam rectam bifariam, peripheriam bifariam tantum ſecuit. Neque vero ſectio iſta anguli rectilinei videtur in hyſterologiam triangulorū incurrere, cum axioma æqualium angulorum latera & baſes totidem cōſideret: ſed angulus rotundilineus ſimiliter ſecatur, ſed biſecta baſi in ſphæricis.

10 *Datam rectam finitam bifariam secare.* Theon demõstrat per 4 p 1. Ergo per axioma æqualium angulorum. Atque hic sectio est in partes pariter pares ut antea, utrum veró asymmetria magnitudinum impediet, ne poſsit demonstratio sectionis hujus sine triangulis inveniri? Certe est propositio 9 lib 6 generalis ad istius non argumentum quidem, sed effectum, quæ docet rectam secare data ratione. Itaque ista propositio diſsimilis nec specialis argumenti á nobis retinetur. At sectio rectæ quæ utroque loco instituitur, in recta tantum valet, non valet in peripheria: 30 p 3 paululum diversa erit ad sectionem peripheriæ. Atenim decima ista propositio quæstionem aliam attulit de magnitudine semper dividua. Magnitudo est continua quantitas, habet igitur partes communi termino cõtentas. Quæstio hæc Aristoteli inter graviſsimas physicæ ἀκροάσεως quæstiones fuit, á quo plerique physici arguuntur individuam magnitudinem induxisse, ut 3 & 4 c 1: item 5 c 3: item 1 c 6 physici. Anaxagoras (ut ex Philopono patet) librum de individuis lineis scripserat: item Democritus & Leucippus atomorum authores appellantur 4 cap 3 de cælo: item Pythagoras & Plato 8 cap 3 de cælo, & 7 cap 1 phil. Plato de individua linea appellatur: sed hi physici physico sensu vere id affirmare potuerunt, geometricum hic dogma est magnitudinem continuam, ideoque infinite dividuam esse, quod multis in geometria locis confirmari potest. Primo 9 p 1: ubi datus angulus rectilineus bisecatur quicumque sit. Secundo 10 p 1: ubi data recta bisecatur, neque omnino linea Platonis individua hic audiretur. Nam si linea sit, continua est, ideoque partes habet communi termino contentas. Tertio 2 p 3 recta duobus in peripheria punctis terminata cadit intra: unde concluditur, intra duo quælibet puncta lineam esse continuam, id est partes habentem communi termino contentas, ideoque dividuam. Quarto 30 p 3. Quinto & sexto 9 & 10 p 6: ubi διχοτομία item, imo quælibet sectio postulatur, & modus ostenditur datam lineam rectam secandi data parte & data ratione, datam peripheriam bisecandi: Septimo definitiones decimi fere omnes, unde concluditur asymmetras esse quasdam magnitudines, quibus metiẽdis nulla minima magnitudo sit: Octavo 1 p 10: ubi proponitur á data magnitudine perpetuo tolli posse plusquam dimidiũ: unde concluditur magnitudinem infinite esse dividuam: Nono 2 p 12: ubi statuitur rectilineũ inscribi posse circulo majus quavis superficie minore, quam fuerit datus circulus, unde etiam concluditur rectilineum nullũ circuli tantũ inscribi, quin majus etiam inscribatur: unde etiã Archimedes ad 5 theorema 1 de sphæra assumpsit spatiũ nullũ tam parvum esse, quin multanguli circulo inscripti segmenta minora dari poſsint. Decimo 4 p 12: ubi nominatim perpetua pyramidum divisio proponitur: Undecimo ad 17 p 12: sumitur bisectio peripheriæ infinita, unde & concluditur magnitudinis infinita divisio. Hæc igitur elemẽta geometrica sunt, in quibus tanquã principium postulatur & sumitur, magnitudinẽ infinite dividuam esse. Proclus vero vel apud Proclũ Geminus ad 10 p 1 quandã ex impoſsibili demonstrationẽ attulit, Si magnitudo daretur minima magnitudines omnes fore

symme-

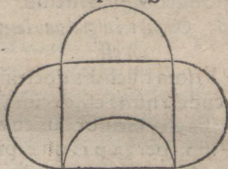
symmetras, ut omnes numeri symmetri sunt, quia unitas minimus numerus omnes numeros metitur. Verum asymmetria magnitudinum vera est, ut constat è toto decimo libro, & constabit postea. Quare minima & individua magnitudo nulla est. Hoc argumentum apodicticum quidem nequaquam est, verum tamen est post illam continui definitionem præcipuum. Definitiones enim decimi asymmetriam definiendo postulant: & Aristotelis theorema, quod diameter quadrati sit asymmetra lateri, asymmetriam esse in magnitudinibus convincit. Itaq; merito multis locis Proclus affirmat magnitudinem potentia infinite dividuam esse, principium esse geometricum, ut constat è tam multis antea citatis elementis geometrici principii loco assumptum esse. Quin Aristoteles ante Proclum hoc idem principium esse confirmaverat. Nam 2 cap 1 physicorum, cum geometram negat tetragonismo Antiphontis postulantis multangulum in circulo tot angulorum, ut latera peripheriæ congruant, responsurũ esse, quia tali postulato principium geometriæ tolleretur, principium hoc utique significavit, magnitudinem infinite dividuam esse, & 5 cap 1 de cęlo: cùm maximum mathematicis rebus periculum creari, ait, si minima magnitudo inducatur, significat utique tot elementorum à nobis propositorum ruinam & cladem futuram. Quamobrem magnitudinem infinite dividuam esse, principium in geometricis esto: & principium de geometrica, non de physica magnitudine, & principium de potentia infinitæ divisionis, non de infinitatis actu. Itaq; 1 cap 6 physici conatus Aristotelis valde levis est demonstrationem hujus principii tam solicite comparantis: cum 2 cap 1 physici ut principium adversus Antiphontem postularit, cum revera nihil illic demonstret. 11 & 12 p 1. Hæ duæ propositiones respondent 11 & 12 p 11 de perpendiculis solidis. Atq; in 11 propositione quamvis infinita recta non postuletur ut in 12 prop. attamen perinde statuenda est, id est tanta quanta sit opus, nam si punctum in fine detur, producenda linea est. Vtrumq; veró problema est commune sphæricis, ut patet 44 & 46 p 3 Regiomontani. Utrum veró, ut rectarum æqualitas postulanda fuit 2 & 3 p 1, idq; per regulam & congruentiam, sic modo postulandum gnomonis judicio perpendiculum? Neq; enim præsens perpendiculi fabrica ulli extra pulverem geometricum usui videtur futura.

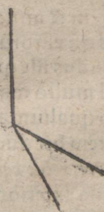
13 *Si recta stans super rectam angulos faciat, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales faciet.*

Si angulos faciat (dixit) Nam si angulum tantũ faceret, unus quantumlibet magnus duobus rectis esset minor, aut duos rectos, nempe si status rectæ tantus sit ἀπαρέγκλιτος καὶ ἀρρεπὴς, non inclinatus, non propensus, æquales anguli sunt. Postremum est, aut duobus rectis æquales, nempe si status sit inæqualis propensiorque in hanc, quám in illam partem, anguli quidem inter se sunt inæquales, sed ambo tamẽ duobus rectis æquales. Proclus in hac propositione disjunctionem admonet non satis eleganter expositam, quia prima pars in secunda contineatur. Recti enim duo sunt duobus rectis æquales, & id solum conversum est proxima propositione, non autem tota disjunctio. Sed propositio etiam alio elencho vitiosæ orationis laborat: Sententia enim ejus est.

Si recta insistit in rectam, æquat deinceps angulos duobus rectis: Hæc enim sententia convertitur. Demonstratio Theonis hic usurpat. Quæ eidē æqualia: quoniam 3 particulares æquantur 2 rectis, & 2 obliqui æquantur 3. Ergo etiam duobus rectis. At convenientiæ axioma promptius erat, quoniam eundem locum occupant. Nos consectarium fecimus in geometria 8 e 5 l.

14 *Si ad aliquam rectam & ejus punctum duæ rectæ non ad easdem partes angulos deinceps duobus rectis æquales faciant, in rectas inter se erunt rectæ.* Αντίστροφον est superioris, ut putat Proclus, sed non multo disertius expressum quam propositum est antecedens. Conversio enim cōnexi fuisset, si recta æquat duos deinceps angulos duobus rectis insistit in rectam, neque jam contra faciet instantia qua disseritur, æquales esse angulos duobus rectis, & á duabus rectis contineri non esse reciprocum, ut in hac figura videbis si rectas deleas: Nā quatuor peripheriarum figura duos angulos habebit æquales duobus rectis, ut anta ex Pappo dictū est. In hoc enim exemplo recta nulla fuerit, angulos veró deinceps appellat geometres, inter quos nullus est angulus. Quare non est in litera Euclidis simplex antecedentis conversio, sed consectarium quoddam in quo Proclus tria notavit. Primum quod ad punctum non ad puncta. Nec enim sic duę continuarentur. Secundum quod rectæ sint deinceps. Infinitas enim licet ad unum punctum non continuas sumere. Tertium quod non eadem parte. Nam ad easdem partes nihil impossibile. fieri namque potest ut duæ rectæ deinceps non continuæ ad datæ rectæ punctum eodem actæ, duos angulos duobus rectis æquales faciant, ut si obtusus rectum & unam tertiā, & deinceps angulus reliquas duas tertias habeat, ut hic vides.





Id enim sic ostendit Proclus, & idem Porphyrius apud eum aliter ostendit. At ute que videtur agere sophisticé cum angulos sumat non deinceps, sed alterum faciat alterius partem. Demonstrat autem Euclides hanc propositionem ut antistropha solet per impossibile, quia totum parti æquaretur.

15 *Si duæ rectæ se mutuo secent, angulos ad verticem æquales efficiunt.* Cōvertit etiam Proclus hanc propositionem hoc modo.

Si ad aliquam rectam duæ rectæ non ad eandem partem sumptæ, faciant ad verticem angulos æquales, in rectam erunt inter se rectæ. Tum demonstrat & recta demonstratione é proxima & ad impossibile. Verum (ut de superiore dixi) conversio hic nulla est. Nec enim id in consequente fuerat, quod in antecedente ponitur, sed est quædam é præcedente propositione assumptio. Conversio autem connexi fuerat.

Et si duæ rectæ angulos ad verticem æquales faciant, se mutuo secabunt. Non est autem reciprocum duos angulos ad verticem æquales esse, & duas rectas mutuo secari, cum in duobus circulis se mutuo secantibus anguli lunulares ad verticem sint æquales, non tamen á rectis lineis facti. Nec omnes ad verticem sunt ęquales, ut

in hac sectione circulorum anguli convexus & concavus: ille enim major est, hic minor.



COROLLARIUM.

Ex his sane manifestum est, quod si duæ rectæ secent sese, quatuor angulos quatuor rectis æquales efficiunt. Hoc primum est Euclidis corollarium à Theone prætermissum, positum tamen à Proclo nominatim & Euclidi attributum, à quo etiam libros corollariorum scriptos esse ait, sicut ex hoc corollario invẽtum admirabile à Pythagoreis theorema planis figuris tantum tribus compleri locum.

16 *Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utrolibet interiore & opposito major est.*

Prima Euclidis doctrina de exterioribus angulis fuit propositione quinta, secunda nunc est, decima sexta. Demonstratio Euclidis per 10.15. 4 p 1 non difficilis est, facilior tamen erit per axioma angulorum æqualium, sed longè facillima per 32 p 1. quæ ipsa generalis est ad hanc, ideoque hysterologia post 1 p 1 & secunda & quidem 32 p 1. absque hac demonstrari potuit: Proclus autem hic paulo liberior est, refertq; theorematis caussam ad inclinationẽ laterum majorem & minorem. Ex coq; tibi considerandũ est (ait) quomodo rerum ortus veras quæsitorum caussas in conspectum nobis afferunt: Hæc Proclus: in quo laudandus ille quidem est, quod demonstrationem ex caussis tam curiose repetat, sed multò magis esset laudandus si sequeretur: Hæc enim caussa est ex axiomate æqualium angulorum, quod tamẽ in demonstrando non adhibet, adjungit autem hic duo corollaria. Primum.

Tres rectæ æquales ab eodem puncto in eandem rectam non cadũnt.

Quia exterior interiori opposito esset æqualis, & inæqualis. Secundum.

Si duas rectas recta tangens, faciat exteriorem angulum interiori opposito æqualem, triangulum non facient.

Quia exterior eidem esset æqualis & inæqualis: sed hoc consectarium secũdum est secunda parallelarum proprietas.

17 *Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, ubivis assumpti.*

Demonstratio Euclidis ex præcedente & decima hic assumpta est: qua interiorum angulorũ ratio per exteriorem probatur: minorq; est hysterologia, quàm fuit antea, attamen Proclo non probatur: ita nescio quomodo seipsomet liberior & præstantior effectus est, cùm in præcedẽte, tum in hac imprimis propositione. Demonstrat (ait Euclides) rationem interiorum per exteriorem. At accidens non necessarium necessariæ affectionis caussa esse non potest: productum trianguli latus est accidens non necessarium: duos interiores duobus rectis minores esse affectio trianguli necessaria est, non potest igitur productũ latus caussa hujus affectionis esse. Itaq; potest illud idem sine producto latere demonstrari, ut si à vertice trianguli recta ducatur in basim, ambo deinceps anguli duobus rectis sunt æquales, & tamen cum sit uterque exterior interiore & opposito major, ambo etiam iisdem oppositis majores, idemque de reliquis angulis probari po-

bari potest. Hæc (ait Proclus) demonstratio simplicior & accuratior est Euclidis demonstratione, nullo quippe dati trianguli latere producto, & tamen (inquam) nequaquam legitima, quia caussam non habet. Proclus autē idem multó verius caussam inæqualitatis hujus repetit ex inæquali laterum inclinatione & distantia, id est é nostro axiomate: ut si erigantur ex angulis trianguli perpendicula, rectorum excessus manifestissimus sit. Atque ista nimirum per undecimi axiomatis conversam ratio prompta sit: Duo quilibet ad basim anguli minores sunt duobus rectis, quia latera concurrunt. Itaq; si axioma illud Euclidi concedatur, & ἀντίστροφον pariter concedēdum fuit, ut tum est disputatum. Hæc enim conversa est illius axiomatis.

Si rectæ rectâ connexæ faciunt angulos interiores duobus rectis minores, concurrent. Et.

Si rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis.

Illa enim tum fuit instantia Gemini de Euclide conquerentis, quod principiorum ἀντίστροφα non faceret principia. Quare propositio ista principium esse debuit, aut sane protinus é principio illo deduci. Hinc veró corollarium deduxit Proclus. Duæ perpendiculares ab eodem puncto in eandem rectam duci non possunt. Anguli nempe duo ad basim, recti essent, & duobus rectis minores. Sed adversus utramque propositionis hujus utriusque demonstrationem, & si gravis est inquisitio Procli, quod caussam veri non doceat, multó tamen est illa ratio é tricesima secunda propositione gravior, quæ generalis est ad illam superiorem, ut dixi, & ad istam, ideoque si præposita esset illa hæc utraque, ut speciale consectarium deduceretur. Hæc igitur primi libri hysterologia est tertia. Itaque mirum Procli in his commentariis ingenium est, qui hæc etiam sophismata defendat, ut appareat, si quid aliquando liberius & magnificentius loquatur, non ex suo ipsum, sed alieno sensu loqui: Geminus videlicet, Pappus, Apollonius aliquis istam libertatis & veritatis philosophiam expresserat: habenda tamen Proclo etiam gratia est, quod aliquando Geometriam pluris, quám Geometram fecerit, ut in caussa duarum propositionum proximarum.

18 *Omnis trianguli majus latus majorem angulum subtendit.* Aequalitatem angulorum é laterum æqualitate quinta propositio docuit, ut sexta laterum æqualitatē ex æqualitate angulorum. Inæqualitas cōtraria docetur duabus proximis propositionibus. In vario aūt triangulo inæqualitas maxima, media, minima est, tum laterum, tum angulorū: In æquicruro major simpliciter & minor est: In æquilateris hæc theoremata locum non habent. Itaq; ut æqualitas illa duobus generibus æquilateris & æquicruris, sic inæqualitas ista duobus æquicruris & variis convenit. Propositio igitur non satis accurata est, cum ait omnis trianguli, quia ista inæqualitas non sit omnis trianguli: demonstratio autē propositionis per 5 & 16 propositiones non est obscura valde. Caussa veró consequentis in propositione est antecedentis, latus nēpe subtendens est basis anguli, ut ante Proclus docuit, & hic diserte ait. Manifestum autē quod caussa hujus affectionis est lateris ipsius angulum subtendentis ὑπεροχὴ κατὰ μέγεθος ἢ ἐλάττωσις excessus secundū magnitudinem aut defectus. Quo iterum loco Proclum admiror tam legitime

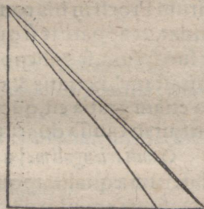
philoſophantem, ſed conſtantiam requiro in cæteris ſimilem. Axioma igitur æqualium angulorum hanc etiam demonſtrationis cauſſam præſtabit, & quidem communem cum triangulis ſphæricis, ut Regiomontanus 43 p 3.

19 *Omnis trianguli ſub majorem angulum majus latus ſubtenditur.* Converſa eſt præcedentis, ſed accurationis ſimilis, accurata autem propoſitio tota fuerat.

Trianguli majus latus ſubtenditur majori angulo, & major angulus majori lateri. Demonſtratio Euclidis per latus poſitum non æquale, quia angulus major eſſet æqualis non minus, quia minorem angulum ſubtenderet, non difficilior eſt ſuperiore, ſed nec accuratior. At cauſſa eadem eſt ſuperiori. Nam quia angulus angulo major eſt, æqualium laterum majorem baſim habebit. Et illa apodictica cauſſa eſt, quam Euclides huc afferre debuit. Axioma itaque unum etiam hic ſufficiet, & ſufficiet etiam ſphæricis, ut Regiomontanus 42 p 3. Atq; hic etiam angulum & triangulum conjuncte conſideramus.

20 *Omnis trianguli duo latera reliquo majora ſunt utlibet aſſumpta.* Euclidis demonſtratio per 5 & 19 non eſt valde difficilis, ſed eſt tamen præpoſtera, & ex ſola rectæ lineæ definitione, ſi demonſtrabilis eſſet, demonſtrari poterat. Nam intra duo puncta recta cæteris lineis brevior eſt. Reſpondet 20 p 11 & commune eſt ſphæricis, Reg. 37 p 3.

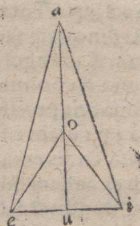
21 *Si trianguli ſuper unum latus ab extremis duæ rectæ intus conſtituantur, conſtitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem ſunt, majorem verò angulum comprehendent.* Propoſitio exquiſite jubet, ut exteriorum & interiorum laterum ſit una & eadem baſis. Secus fieri poſſet, ut & interiores eſſent majores exterioribus, & angulum minorem comprehenderent, ut hic vides. Quod unũ ẽ Geometriæ mirabilibus Proclus eſſe ait, ut comprehenſæ lineæ ſint majores comprehendentibus, & comprehendens angulus ſit minor comprehenſo: at dictum hic aliud eſt, aliud res & exemplum: Verba enim non intellecta mirabilia ſunt, res minime. Et ſi quid mirabile ſit, tam mirabile eſt angulum contentum majorem eſſe continente, quam cõtentas rectas continentibus. Pappus idem mirabile miratur tertii libri theorematis tredecim: tantum nugæ otioſis hominibus placuere.



Demonſtratio demonſtrat primam partem per 20, & ſecundam per 16 p 1. At prima pars ſi res non ambigue proponatur, per ſe manifeſta eſt, ambitum nempe contenti trianguli ambitu continentis minorem eſſe. Id enim principium eſt Archimedi in libro de ſphæra: & ſecunda pars axiomate angulorum æqualium manifeſta eſt. Nam ſi trianguli continentis latera contenti lateribus æqualia ſecentur, baſis continentis erit minor, ideoque angulus minor. Pars autem theorematis hujus de lateribus cõvenit ſphæricis, ut patet 38 p 3. Reg. Pars de angulis repugnat, ut patet 47 p 3.

Itaque
Angulus

Angulus major æquatur tribus angulis cuspidatæ figuræ. ut in figura. Nam pars ejus utraq; exterior æquatur utrique interiori opposito. Vitell. 33 t 1.



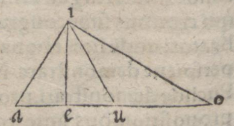
22 *Ex tribus rectis, quæ sunt æquales tribus datis rectis triangulum constituere, oportet autem duas reliqua majores esse, utlibet assumptas, quia etiam omnis trianguli duo latera reliquo majora sunt utlibet assumpta.* Problema hoc caussam proponit præter Euclidis morem, nec constituit triangulum é datis, quæ jam certam positionem habeant, sed ex æqualibus, imo ex æqualibus æqualium: Tres autem datæ quantitatem laterum definiunt quibus velis triangulum constituere. Nam datis tribus æqualibus, æquilaterum, duabus tantum æquicrurum, datis autem tribus inæqualibus varium constituere licebit. Itaque propositio ista generalis est ad primam, & præposita, ut potuit & debuit, primam inanem & otiosam aut recte consectarium faceret. Demonstratio enim caussam, si quid opus fuisset, addidisset. Proclus in hac demonstratione citat Euclidem ad verbum. At verba illa nequaquam cum Theonis verbis conveniunt, ut ex hoc loco, & plerisque aliis notissimum sit, Theonis orationem Euclidis orationem non esse, argumenta tamen plerumque eadem sunt. Demonstratio hic tertia propositione utitur, quæ (ut dixi) non propositio sed postulatum esse debuit, quod idcirco doceo, ut pateat istam propositionem statim post definitum triangulum statuendam esse, nulloque prorsus Geometriæ dispendio: imo veró compendio magno. Speciales enim de triangulorum specialibus fabricis doctrinæ hac una generali contentæ erunt. Atque ista est nimirum aristoteleæ methodi singularis utilitas: quod tautologia evitetur, & res una semel doceatur: & tamen fabrica ista tam postulanda sit quam æquatio lineæ ad 2 & 3 p 1: quam postulatur ab Euclide fabrica circuli 3 post: quam postulatur sphæræ, coni, cylindri 14. 18. 21 d 11: Hic enim postulare triangulum æquale dato est postulare latera æqualia.

23 *Ad datam rectam, & in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.* Atqui (inquam) axioma nostrum hoc est in problematis speciem conversum. Interrogetur enim jam Euclides quomodo angulum angulo æqualem facias. Respondebit, si laterum æqualium bases æquales facias: Idemque prorsus de angulo solido respondebit ad 26 p 11. tum enim anguli cruribus congruent. Bene igitur res habet, non jam nobis antiquorum geometrarum geometria é commentariis Procli tam solicite eruenda erit. En nobis in ipsa elementorum officina á geometra elementorum mercatore merces istæ propalam collocantur. Anguli sunt æquales (ait hic Euclides, & Euclidis successor Theon) qui cruribus sunt congrui. Quare magna gratia Euclidi pro tanto beneficio habeatur: unde liceat bonam magnamque de triangulorum doctrina partẽ tam perspicue demonstrare. Neque vereamur ne nobis objiciatur axioma istud ab Euclide demonstrari, propterea que non aliunde quam ex hoc problemate & ẽ propositionibus antecedentibus sumi posse, quia propositio hæc utatur 22.

20.8.3 p 1. Tot enim propositiones, si retexatur series ad initiũ, hic reperientur. At (inquam) tela ista jam nobis retexta est. Primo jam patuit 18 & 19 p 1 angulum & triangulum conjunctè considerari, è ternis quippe lateribus: Deinde patuit 3 p 1 postulari debuisse: 20 p 1 cõsectarium è trianguli vel etiam è rectæ definitione protinus fuisse: 8 p 1 fuisse contentam sola cõvenientia: item 22 p 1. sola 3 p 1 usam esse. Itaque 23 p 1 potest protinus ex ipsa principiorum luce accipi: Vendis enim aquam è Sequana haustam: abs te emere nihil cogor: hauriendi ex eodem flumine par & idem jus habeo. Quamobrem magnam spem ad illustrandum & conformandum statu meliore geometriam hoc unum axioma nobis attulit, nec adhuc subsidiũ majus ullum offendimus. Sed problema istud Oenopides invenit, ut antea invenit secundũ perpendiculum: problema verò speciale est. Nec enim de æqualitate cujuslibet anguli cum quolibet angulo, quod fieri non potest: duo enim tantum genera curvilineorum angulorum rectilineo æquantur lunularis, ut prius est dictum: & πελεκοειδὴς, securi similis, qui ipse etiam lunularis est, & fit è duobus circulis per alterna centra descriptis. Aequatur enim talis angulus διμοίρῳ τῆς ὀρθῆς duabus tertiis recti, quod probari potest è propositionibus tertii, de quo propterea tum dicetur. angulum dato brevius per æquales peripherias quæ in æqualibus circulis æquales angulos auferunt, sed hysterologiam in Apollonio Proclus arguit, quam tamen tot in Euclide locis animadvertere nullam potuit.

24 & 25 p. Hæ duæ propositiones sermonẽ habent quartæ & octavæ. Correximus in geometria & propositionem & propositionis demonstrationem ex axiomate angulorum: utraque verò propositio est communis sphæricis 50 & 51 p 3 Regiomontani.

26 *Si duorum triangulorum duo anguli duobus angulis alter alteri sint æquales, unumque latus uni lateri æquale, aut ad æquales angulos, aut uni æqualium angulorum subtensum, reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri & reliquus angulus reliquo angulo.* Propositio de lateris ęqualitate cum latere disjunctionẽ videtur habere specie supervacaneam, at revera, ac veritate necessariam. Secus enim disjunctione omissa accidet triangulum multo majus, minori tamen æquale esse, quod apud Proclũ Porphyrius diserte & accurate exposuit. Sit enim triangulum (ait) *aei* recto angulo *aei*, jam erigatur ad *i*, angulus æqualis angulo *a*, rectaq; *ae* producatur in *o*, latusque æquati anguli ad *i* similiter producatur, concurrent tandem quia duobus rectis minores faciunt, & concurrant ad punctum *o*. jam triangulum *eio* æquaretur triangulo *aei*, quia duos angulos duobus æquales habet & latus commune: quod falsum est: falsi autem caussa est, quod latus æquale nec est ad angulos æquales, nec basis est æqualium. Quod autem primum triangulum minus sit secundo judicetur ex eo, quod ejus parti sit æquale. Detur enim angulus *eiu* ęqualis angulo *aie*, & cõnectatur recta *iu*, thesis erit præsentis propositionis, proindeq; triangulum triangulo erit æquale: ut hic vides.



Atque

Atque hæc Porphyriana propositionis hujus est expositio. Cæterum 4 & 26 p 1 é triplici thesi eandem laterum æqualitatem colligunt. Itaque é duabus fecimus 2 e 7, & eodem æqualium angulorum axiomate conclusimus. Pars prima convenit sphæricis 42 p 3 Regio. secunda non item. *Itaque Perpendicularis á vertice æquicruri in basin, bisecat triangulum in duo æquilatera.* ut patet per tertiam partem.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 9. IN *secundam partem primi elementorum.*

27, 28, 29. p.



Actenus ut putat Proclus, executus est Euclides doctrinam triangulorum, deinceps secunda libri parte de parallelogrammis agit, ad eorumque ortum parallelas rectas interpretatur, unde parallelogramma fiunt. Quod verum quidem est, tametsi de triangulis postea erit, & in hoc & in sexto libro. Neque omnino Euclides ullam sibi generum distinctionem & methodum, sed é logicis legibus unicum illud κατὰ παντὸς sibi proposuit ad necessarias conclusiones, quas demonstrationes putabat, Aristoteleæ autem apodicticæ logicam nullam sibi Euclides proposuit. In rectis autem parallelis recta sectis est symptoma triplex χαρακτηριστικὸν καὶ ἀντίστροφον (ait Proclus) quod anguli interiores alternis sint æquales, quod eadem parte exterior interiori & opposito, quod interiores eadem parte duobus rectis & ex his singulis parallelæ dijudicantur: alii geometræ tres similes proprietates addidere, quod parallelæ habeant primo duos exteriores alternos æquales, secundo exteriorem & interiorem alternos æquales duobus rectis, tertio exteriores eadem parte duobus rectis ęquales, quę tres proprietates similiter cum parallelis reciprocantur. Prima autem est omnium proprietas interiores duobus rectis æquari é perpendiculo nempe cōmuni, quo parallelismus dijudicatur, atq; ex illa prima alterni & exterior interiorq; concluduntur. Itaque confusius hic ab Euclide proponuntur. Sed Æneas Hieropolita hic aliud in Euclide reprehendit, quod trium proprietatum unicam 27 p, reliquas duas 28, omnium autem conversionem 29 p comprehendisset. Verumenimvero Ptolemæus demonstrat tertiam proprietatem & ejus conversam sine undecimo axiomate, ut deinde tertia proprietate utatur ad demonstrandum undecimum idem axioma. Antecedens autem proprietatis illius ita demonstrat. Si duo interiores duobus rectis sint æquales, nec tamen sectæ parallelæ sint, concurrent utrinque pari argumento, & sic duæ rectæ superficiem concluderent. Conversam autem ita probat. Si recta in parallelas cadens faciat interiores inæquales duobus rectis, faciet majores aut minores, neutrum autem potest: Nam si faciat majores prima parte, secunda faciet minores, quia quatuor

interiores

interiores sunt æquales quatuor rectis per 13 p 1: & contra secunda parte dices similiter etiam fieri duobus rectis majores, quia sint inter easdem parallelas, ita fieret, ut iidem duobus rectis majores essent & minores. Quare si recta rectas parallelas secuerit, faciet interiores eadem parte duobus rectis ęquales. Hac itaque proprietate ita demonstrata, demonstrat undecimum axioma. Nam si sectæ nō concurrant qua parte sunt anguli minores, multo minus concurrent adversa parte ubi majores. Ita fient parallelæ, nec ideo per cōversam tertię proprietatis, interiores erunt minores duobus rectis. Quare concurrent. Disputat etiam Ptolemæus concursuras eadem parte, qua minores fiunt duobus rectis. Sed illud nobis satis esto ad demonstrationem undecimi axiomatis. Contra tamen Proclus nescio quid argutatur Ptolemæum in demonstratione cōversæ abuti & argumento, & argumentatione, quia divisio illa sit imperfecta: neque quæstionē concludat, sed Proclus captiose videtur agere. Nam & diuisio plena est inæquale majus aut minus esse, & impossibile deinde logico syllogismo concluditur. Tandem veró Proclus sic elusa Ptolemæi demonstratione, demonstrationem ejusdem axiomatis aliam accuratiorem affert: prius assumpto ex Aristotelis principio ad 1 lib de cælo.

Si recta primam parallelarum secuerit, secundam secabit.

Quod Vitellio ex eo demonstrat 2 p 1, quia si nunquam secaret, esset eadem parallela secundæ: ideoque etiam primæ, quam tamen secuisse diceretur. Quare sit hoc ex Aristotelis principio principium.

Si recta parallelarum primam secuerit, secabit secundam.

Itaque Proclus nō excusat Euclidem, sed emendati Euclidis laudem Ptolemæo eripit, & assumit sibi. Atque hic alter locus est deserti á Proclo Euclidis. Nam antea in anguli definitione Euclidem non probavit, neque jam probat in parallelarum affectione. Verum neque Euclides neque Ptolemæus neque Proclus satis logice videantur attendere quid hic agatur, Euclides sibi principium negationis assumpsit. Quæ rectæ non essent parallelæ, in quo fallitur: negationis enim non est scientia: neque hinc affirmatio demonstratur. Debuit igitur contrariæ affirmationis principium sumere hoc modo.

Si recta rectas parallelas secuerit, faciet angulos interiores eadē parte duobus rectis æquales: & si hoc, illud.

Id (inquam) Euclides affirmationis principium sumere debuit, tanquam de prima rectorum é perpendiculis angulorum proprietate proxime derivatum. Nam perpendiculum inflexum quanto una parte obtusiorem angulum facit, tanto altera parte facit acutiorem, ita quod hic imminuitur é recto, illic augetur: Ergo affirmationis principium illud Euclides assumere debuit: unde contraria negatio deduceretur. Qua in re Ptolemæus hactenus Euclide accuratior fuit, quod affirmationis propositionem præponit, unde negationis propositio deducatur. Sed tamen in hoc non satis logicus, quod é caussa quidem facit ἀντίστροφον propositionis: ex effectu autem antecedens: Nam parallelæ sectæ, tales angulos faciunt: Illic igitur est caussa, hîc effectus: deinde demonstratio Ptole-

mæi,

mæi,& si vera,caussam tamen nullam ostendit, sed tantum per impossibile, id est (ut Proclus ait) per accidens demonstrat. Itaque si Ptolemæus caussam é rectis perpendiculorum angulis spectasset,principium fecisset,neque demonstrationem quæsisset ejusmodi.Proclus denique ipse per Aristotelis propositionem paulo succinctius concludit,quàm Ptolemæus: Sed tamen ne illa ipsa Aristotelis propositio caussa est quæstionis,sed consectariũ ex eodem principio. Quare principii delectu judicioque constituto tota ista controversia tolletur.

30 Theon sumptis utrinque ad mediam parallelis demonstrat per secundam legem parallelarum,& primum axioma. Proclus etiam brevius. Nam si extremæ ad mediam parallelæ inter se parallelæ nõ essent, concurrerent cum media, neque essent ad mediam parallelæ,imo vero melius etiam per secundum axioma demonstratur distantiæ æqualis additione. Sed hoc theorema tam principium videtur esse quam illud (Quæ eidem æqualia) nam παραλληλισμὸς est æqualitas distantiæ, & perinde est dicere (Quæ ab eodem æqualiter distant, inter se æqualiter distant) Quare Zenoni isto loco adversus Euclidem legitima querimonia fuisset é principiis indemonstrabilibus propositiones demonstrabiles efficientem. Hæc igitur propositio nobis propositio non erit, sed principium,neque principium rectarum,sed quarumcunq; linearum parallelarum.

31 *Fieri vero potest parallela é peripheriis duabus invariato circino.* quod secuti sumus.

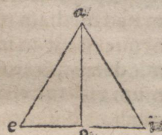
32 Hæc propositio generalis est ad 16 & 17 p 1. & ea præposita,ut debuit & potuit,vel ad Euclidis demonstrationem,superiores illæ duæ tantũ specialia consectaria hujus essent,& quidem duæ separatim esse debuerunt. Laudat hic etiã Proclus Euclidem,nec excusat tamen quod illa specialia præposuerit. Ecquid igitur Euclides accusabitur & vituperabitur quod infinitis aliis locis generalia specialibus præposuerit? aut quænam logica tam contraria sibi fuerit, ut perspicuitatis & evidentioris doctrinæ caussa generalia & præponi, & postponi jubeat? An tautologia & sophistica esse & apodictica poterit? Quare neque Euclidem neque Proclum in vitiis laudemus, dignitatem & præstantiam Geometriæ tueamur,quæ tum sine dubio verissima fuerit,cum generalia, quæ natura priora sunt præposuerit. Euclides demonstrat primam partem propositionis hujus per 1 & 2 legem parallelarum,quæ absque triangulo demõstrari possunt, & ideo sine 16 p 1. Secundam demonstrat é prima parte & é 23 p 1. Sic Aristoteles in philosophia 9 lib. quærit cur duo recti in triangulo? Et respondet quia circa punctum anguli æquales duobus rectis: Quod Euclides hic secutus est. Sed tamen de secunda parte antea Proclus monuit caussam interiorum angulorum ab exteriore angulo peti non posse,quia non necessarium necessarii caussa esse nullo modo posit,& nunc cum eadem quæstio revolvatur,quomodo exterior angulus caussa fuerit,ut tres interiores sint æquales duobus rectis? Itaque hic etiam Proclus idem quod antea sentit: imo (ait) secundum communes notitias veritatẽ propositionis hujus apparere,ut in geometria proposuimus. Proclus hic etiam conversas utriusque partis adhibet ad primam partem sic.

Si exterior angulus oppositis interioribus sit æqualis, latus unum continuè productum est. Ut patet per 14.

Secundam mutat paululum, ut convertat hoc modo.

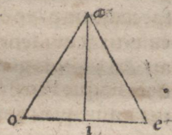
Si triangulum sit, est figura rectilinea trium interiorum angulorum duobus rectis æqualiũ. Et *Si figura rectilinea sit trium angulorum interiorum duobus rectis æqualium, est triangulum.* Ut patet per 14. In quo ineptus est logicus, qui pro simplici subjecti proprietate convertit quandam subjecti definitionem. Hinc vero etiam Proclus deducit.

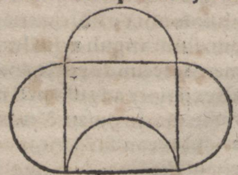
Tres ab eodem puncto rectæ in datam rectam sunt inæquales. Ut in æquicruro *a e i* cum latera *a e* & *a i* sint æqualia, si recta sit *a o* erit inæqualis utrique: secus angulus *a o e* esset æqualis angulo ad *e*, & propterea angulo ad *i*, quo tamen per 16 p 1 est major. Hinc etiam deducuntur.



Angulus æquilateri defectus é recto & bisectus trisecat rectum. Et *Si perpendicularis in æquilatero est á vertice, desecat triangulum variũ uno angulo recto, altero besse, reliquo triente recti.* Reg. 24 p 1. Itẽ *Si basis recti est dupla cruris, angulus utriusque est duplus acuti reliqui. Ut in a e i triangulo est basis a e dupla cruris e i, dico angulum ad e duplum anguli ad a.* Nam si *e i* continuetur æqualiter sibi ipsi & connectatur *a o*, triangula *a e i* & *a e o* per 2 e 7 erunt æquilatera, & triangulum *a e o* per se æquilaterum & per antecedentem angulus ad *e* erit duplus anguli ad *a*. Sed tamen lubet in 32 p 1 paulo attentius commorari de tribus æquantibus duos rectos. Hanc enim propositionem Aristoteles in ore semper habet, & videtur hoc præcipue exemplo commotus posterioris analyseos artem commentus esse ad demonstrandum affectionem propriam (ut hominis est facultas risus) de suo subjecto per caussam propriam. At interiores angulos duobus rectis æquari non est proprium trianguli. Neque ab Aristotele per caussam propriam concluditur. Etenim ut prius illud priore loco disseratur, figura non trilatera sic institui potest, cujus interiores anguli duabus rectis æquentur, ut hic detractis rectis cernitur, quod antea patuit ad 8 e 3. Proclus hic videtur propriam affectionem tueri, quia talis figura non sit rectilinea. Sed tamen rectilinea etiam potest æquare interiores duobus rectis. Sic quinquangulum é continuatis ordinati quinquanguli lateribus factum æquat quinque interiores angulos duobus rectis, ut hic. Nam dum



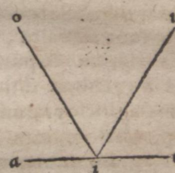




cons-

consideras triangulum *eyo* exterior angulus *ays* æquatur interioribus ad *o* & *e*, item dum consideras triangulum *ius* exterior *asy* æquatur interioribus ad *i* & *u*, & de quinque interioribus *yas* æquatur sibiipsi. Quare cũ quinque interiores æquentur tribus æquantibus duos rectos, ipsi quoque æquabuntur duobus rectis. Si respondeatur, hic duos vel quinque interiores non tres ęquari, obiicies majus & fortius argumentum, nempe in triangulo sphærico non solum id proprium non esse, sed plane esse falsum. Nam tres interiores anguli in sphærico sunt majores duobus rectis: ut Reg. 49 p 3 docet, imo in sphærico anguli recti tres esse possunt. Quod si dicatur Aristotelem sentire de triangulo rectilineo, attamen ne sic quidem affectio hæc propria trianguli fuerit. Nam si duæ rectæ ad idem punctum in tertiã coinsistant, facient tres angulos æquales duobus rectis, ut hic in rectam *ae* coincidentes *oi* & *ui*: ubi tamẽ nullũ est triangulum: & hinc æqualitas in triangulum traducitur per alternos in parallelis angulos. Quare habere tres angulos duobus rectis æquales non est proprium trianguli, cum æqualitas ista in coinsistentibus in tertiã sine triangulo reperiatur: imo inde ad triangulum deducatur: Tum veró ut superiora illa nihil essent, attamen ęquare tres angulos duobus rectis non ita proprium trianguli fuerit, ut hominis γελαστικὸν: Nam γελαστικὸν ipsum & similia considerantur in subjecto solo nec usquam cõparato, & in eo sic actu inest: at æqualitas trium cũ duobus rectis nõ est actu in uno triangulo solitario, neque duo recti in uno triangulo possunt esse: idque merito in metaphysicis inter geometricas potentias connumeratur 9 c 9 l. Sed inest affectio per cõparationem externorum, ut omnis æqualitas non huic vel illi parti solitariæ & simplici, sed simul ambabus comparatis partibus. Quare tres æquari duobus non est affectio propria trianguli, ut hominis est potestas risus: falsumque exemplum Aristoteles sibi proposuit, & hic primũ de duobus est elenchus: Tum veró si maxime verũ, maximeque propriũ esset trianguli rectilinei tres interiores æquare duobus rectis, tamen demonstrationem affectionis proprię de subjecto per caussam propriam nullam philosophus in hoc exemplo reperiret: Caussa enim triangularis hujus affectionis nulla huc propria adfertur: sed cõparatio æqualium ẽ generali & multorum præterea subjectorũ cõmuni principio, id est ẽ 13 & 29 p 1: Neque in hoc argumento caussa ulla est, neque efficiens, neque materia, neque forma, neque finis, sed cõparatio partium: ut Aristoteles 9 metaphysico & Euclides 32 p 1 demonstravit. Quare legitima occasio Aristoteli hinc esse nulla potuit demonstrationis cõminiscendæ, qua propria affectio de subjecto per caussam propriam syllogismo concluderetur, neque ex ullo universæ matheseos, imo cujusquam disciplinæ elemento esse potuit: Nullum enim est usquã in totis disciplinis exemplum tam monstrosi cõmenti: imo propria affectio (ut in homine





potentia risus) per se nulla alia intercedente caussa inest, ut horribile sit cogitare tanto philosopho in mentem venisse artis permagnæ speciem prodere, cujus exemplum nullum unquam ipse neque animadvertisset, neque per naturã posset animadvertere: & miserabile maxime, maximeque miserandum sit innumerabilia tot sæculis ingenia fuco aristotelei nominis tam turpiter decepta esse. Ingenium igitur Aristotelis hic laudamus, quod elementi hujus geometriam tantopere celebrarit: quod autem exemplum commentitiæ demonstrationis hinc arripuerit, suaque & consequentia posteritatis tempora tam portentosa cacotechnia deceperit, laudare non possumus.

33 Eadem parte accurate dixit. Nam dimetientes duæ possunt diversis partibus æquales simul & parallelas conjungere, neque tamen parallelæ erunt, ut hic vides. Demonstratio autem fit per 29.4. & 27: at proprietas hic est protinus ex ipsa parallelarum definitione: connectentes enim ideo sunt æquales, quia sunt distantiæ æqualium parallelarum, & parallelæ vicissim sunt, quia parallelis æqualibus distant, atque ex hac materia definiendum & fabricandum parallelogrammum fuerat, & certe ab Euclide vel Theone ipso definitio parallelogrammi hinc assumitur ad 34.35.36. & deinceps ad 4. & 9 p 6: Parallelogrammum nempe esse quadrilaterum lateribus oppositis parallelum, ut testimonio Euclidis vel Theonis pateat hic materiam esse postulati, non propositionis demonstrabilis. Itaque ista propositio in principiis nobis erit. Proclus initio quarti sui libri, & ad hanc propositionem hæsitans in parallelogrammi definitione, ait in hac propositione tradi γένεσιν parallelogrammi, ideoque propositionem hanc esse μεθόριον confinium parallelarum & parallelogrammorum, & tanquam constituto & definito parallelogrammo Euclidem protinus ad parallelogrammi proprietatem accedere.



34 Propositionis hujus prima pars de laterum æqualitate jam præsumpta est in 33 p 1, & hic inani tautologia videtur iterari, & parallelogrammi definitio è superiore propositione assumitur. Verumtamen mirum hic est è principio indemonstrabili, ut in proximo propositionem demonstrabilem fieri, Zenonique epicureo manifestam palmam præberi. Dicat enim Euclides quid sit parallelogrammũ, quomodo dixit initio quid essent parallelogrammi species quadratum, oblongum, rhombus, rhomboides.

Parallelogrammum est quadrilaterum lateribus oppositis parallelum, ideoque ex opposito æquilaterum & æquiangulum & dimetiente sectum bifariam.

Ista enim æqualitas laterum & angulorum oppositorum principii materies Euclidi fuit in specialibus definitionibus quadrati oblongi, rhombi, rhomboidis. Ecquid igitur (inquam) utrum speciales definitiones in principiis erunt, generalis non erit? Deinde circulum dimetiente bifariam secari, principium antea Euclidi fuit, parallelogrammum dimetiente bifariam secari principium non erit? imo principium erit, sed altioris & magis communis lo-

nis loci. Est enim commune cum triangulo, cum parallelogrammo, cum ellipsi, secari bifariam dimetiente: neque tamen diametri perpetuo bisecantur radiis æqualibus, ut dicemus ad 1 p 6. Itaque principium hic tanto antiquius fuerit, quanto parallelogrammum est antiquius circulo, planarum quippe figurarum ultima. Diameter autem proprie dicitur in circulo. Diagonius in parallelogrammo, ut axis in sphæra, ut antea jam dictum est. Quamobrem definitionis principium nobis in 33 & 34 p esto, ut antea jam fuit in axiomate æqualium angulorum ad 23 p, neq; committamus ut in laqueos Zenonis induamur. Sex proximæ propositiones ex unico elemento quod est 12 e 4 nostræ geometriæ consectaria sunt.

35 In iisdem autem parallelis esse, & quod sexto libro dicetur, esse in eadem altitudine, idem est: altitudo enim figuræ est perpendiculum á vertice ad basim. At Posidonius, ut antea dictum est, parallelas æqualitate intermediorum perpendiculorum definiebat, & æqualitas angulorum sectis á recta parallelis é rectis perpendiculi angulis oriebatur. Euclides tamen in sex proximis propositionibus parallelas easdem, & parallelas æqualis intervalli, id est eandẽ & æqualem altitudinem non accipit pro eodem: sicuti neque eandem & æqualem basim, diversas enim propositiones hic instituit: Deniq; jam Euclidis judicio, quæ sunt in eisdem parallelis, sunt æquealta, nõ contra: cum æquealta quædam sint in diversis parallelis. Atque hic sophisticus sermo faciat quamvis inæqualia parallelogramma, attamẽ æqualia, ut hic vides: fac enim basim communẽ mediam lineam, tam parallelogramma erunt in iisdem parallelis, quamvis minime sint æquealta. Tollatur igitur elenchus de quo moniti sumus ab Ioãne Gosselino, regiæ bibliothecæ apud Bellaqueum fontem præfecto. Demonstratio Euclidis apud Proclum in prima specie fit per 6 axioma. Veruntamen habet ista parallelogrammorum æqualitas admirabilem caussam, quæ nequaquam illo comparationis argumento, quo Euclides & Theon usi sunt ostenditur. Nam cum latitudo & longitudo sint æquales, æquales planos numeros hinc effici necesse est. Id in magnitudine secus est: Admirabilis antea fuit duarum linearum perpetua inclinatio, impossibilis tamen conjunctio, admirabilis modo est inæqualitas parallelogrammorum, ex æquali tamen longitudine, & latitudine descriptorum. Caussa vero est é lateribus & angulis rectis. Et enim (ait Proclus) angulorum rectitudo, & laterum æqualitas totum potest ad earũ amplificationem vel imminutionem: nec æqualitas angulorum omnium cum omnibus ista caussa est. Omnes enim parallelogrammorum quatuor interiores, sunt æquales quatuor rectis, ideoque quaterni semper æquales. Rectitudo (inquam) angulorum cum laterum æqualitate id efficit. Ergo parallelogramma in eadem basi, & iisdem parallelis sunt æqualia, licet latera valde sint inæqualia. Demonstratio autem Euclidis triangulis duplicatis eadem conveniet, si quis curiosus generali caussa (quam sequimur) contentus non erit.

36 *Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis æqualia inter se sunt:* quia eidem tertio parallelogrammo æqualia sunt. Hic vero Theon assumit 33 p 1 pro definitione parallelogrammi, tertiũ assumptum habet opposita latera æqualia & parallela: Ergo (ait) est parallelogrammum, & id antea monueram. Hinc vero etiam datur triangulum æquale triangulo in dato angulo.

37 *Triangula in eadem basi & in iisdem parallelis æqualia sunt inter se:* quia dimidia sunt æqualium parallelogrammorum.

38 *Triangula in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis æqualia inter se sunt.* Eadẽ ratio. Hic igitur Theon é ratione parallelogrammorum deducit rationem triangulorum. Contra autem rursus 1 p 6 ratio parallelogrammorum deducetur é ratione triangulorum. Tam varia igitur & tam inconstans est in isto genere Euclidis vel Theonis apodictica, in qua etiam subtilitas inanis nescio quæ hic, multiplicata est de basi eadem & æquali: tanquam æqualitas & identitas aliam quãdam geometriam isto loco requirerent. Quamobrem varietas & inconstantia tanto argumento nobis fuit ad certiorem aliquam & constantiorem logicam in geometria requirendum. Etenim cum triangulum natura sit prius parallelogrammo, quæ triangulis conveniunt & parallelogrammis ante docenda sunt in doctrina communi & triangulorum & parallelogrammorum, ut postea cuiq; speciei accommodentur. Quare totam istam triangulorum rationẽ in genere præponere λογικώτερον fuerit, unde transferatur ad species inde ortas.

39 *Aequalia triangula in eadem basi & eadem parte, & in iisdem parallelis sunt.* Secus parallela intra verticem alterius aut extra caderet, totumque faceret æquale parti.

40 *Aequalia triangula in æqualibus basibus & eadem parte in eisdem parallelis sunt.* Eadem est demonstratio.

Convertit igitur Euclides in his duabus propositionibus duas proximê superiores, & addidit eadem parte, essent enim in parallelis & æquealta ęqualia, & in eadem vel æquali basi, sed non in iisdem parallelis, neque in eadem altitudine quamvis essent in æquali. Particula tamen hæc, eadem parte inepta est, ut enim vera est propositio, Triangula æquealta, & in æquali basi sunt æqualia: sic conversio est vera: Triangula æqualia & in eadem basi sunt æque alta. Et idem impossibile huc redit, quod fuit 39 & 40 p 1. Nam si alterum esset altius, amputaretur ex eo æque altum, quod æquale esset per 37 aut 38 p 1, at totũ parti etiam ex hypothesi æquaretur. Quare particula eadem parte, inepta est, etiam de parallelogrammis Euclides similes conversiones facere, & quidem potius debebat. Nam propositiones de triangulis hic tantum factæ sunt é consequentia parallelogrammorum, quorum dimidia sunt triangula.

41 *Si parallelogrammum cum triangulo et basim habeat eandem, & in iisdem parallelis sit, duplum erit parallelogrammũ trianguli.* Poterat hic Euclides de æqualibus basibus idem dicere, & utrumque demonstrare eodem argumento, quo prius. Consectaria ante sunt 41 & 42 é parallelogrammi definitione, ut ad 6 e 10 patet.

42 *Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato rectilineo angulo.* Demonstratio inde est Euclidi, At consectarium est, ut dixi.

43 *Omnis parallelogrammi circa diametrum parallelogrammorum complementa æqualia inter ſe ſunt.*

Diagonalia & complementa quid ſint, docuimus 10 e 10 geometriæ. Diameter hic pro diagonio ſumitur. Quod vero & generaliter hic inſtituēdum fuerat, Omne parallelogrammum æquari quatuor parallelogrammis duobus diagonalibus & duobus complementis, id poſtea 4 p 2 Euclides ſpecialiter propoſuit de quadrato, ut tum etiam admonebimus.

44 *Ad datam rectam dato triangulo æquale parallelogrammum comparare, in dato angulo rectilineo.* 44 & 45 ſunt conſectaria é 43, ut patet ad 10 e 10: 44 p antiquum inventum eſt, & pythagoreæ muſæ proprium, in quo Proclus expoſuit accurate quid eſſet παραβάλλειν comparare. Cum datum ſpatium toti datæ rectæ applicatur, tum ſpatium illud dicitur comparari, at ſi ſpatium data recta majus ſit, tum dicitur ὑπερβάλλειν excedere. Si minus ſit ἐλλείπειν deficere dicitur. Sic veteribus παραβολή, ὑπερβολή, ἔλλειψις, nomina planorum erant datæ rectæ æqualiter vel inæqualiter applicatorum & comparatorū, ut hic Euclides & in ſexto libro ad 27, 28, 29 p, quæ recentioribus facta ſunt nomina linearum conicarum. Quærit hic Proclus, cur Euclides utatur problematis in ratione parallelogrammi cum triangulo, qui ſit uſus theorematis in ratione trianguli cum triangulo, reſpondet ſpeciei cum ſpecie æqualitatem eſſe promptam & facilē & ſola cogitatione contentam: diſsimilis autem ſpeciei æqualitatem machinalem eſſe & inventu difficilem. At (inquam) parallelogrammum triangulo æquatum eſt in eadem baſi & in iiſdem parallelis ſolo theoremate, & totum problematis ac theorematis diſcrimen nullum ſit, ſi verbis aptis proprietas problematum tota eſſet expreſſa, totumque ideo illud genus differentiæ in mathematicas artes temere & ſophiſtice inductum eſſe tertio libro ſcholarum mathematicarum docuimus.

45 *Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere in dato rectilineo anguli.* Proclus ait hoc problema ſuperioribus proximis duobus eſſe καθολικώτερον, quia complementis utitur, neq; triangulo tantum, ſed cuilibet rectilineo parallelogrammum æquat, at conſectarium ſpeciale potius eſt ex utroque. Nec rectilineo ſimpliciter parallelogrammum hic æquatur, ſed triangulis rectilineum componentibus. Nec aliud hic proponitur quam quod 44 p 1, niſi quod illic recta datur quæ hic libera eſt. Specialis eſt ad iſtam ultima propoſitio ſecundi. Hæc enim æquat parallelogrammum rectilineo, illa quadratū parallelogrammi ſpeciem. Eſt autem hæc una propoſitio pro trapeziis & multilateris omnibus: nec enim dimetiendis hiſce figuris alia eſt in elementis geometria, præter iſtam rectilinei ad parallelogrammum reductionem: Tum enim ſi parallelogrammum rectangulum ſit, multiplicatio longitudinis per latitudinem aream metietur. Itaque angulus hic datus aſſumendus eſt rectus ut dimenſionis geometria procedat. Proclus putat mathematicos iſta propoſitione excitatos ad inquirendam quadraturam circuli: quia parallelogrammo æquaretur rectilineum, cui circulus adeo finitimus ſit. Archimedi autem viſus eſt circulus æqualis triangulo rectangulo,

gulo, cujus unum recti anguli latus sit æquale radio, basis perimetro. Sed de hoc aliàs.

46 *E data recta quadratum describere.*

Subtilior est hic Proclus in differentia constitutionis, & descriptionis, tanquam ista vocabula ideo distinxerit Euclides, quod constitutio fiat ex multis, ut trianguli, ut anguli, descriptio ex uno, ut circuli, ut quadrati. At ἀναγράψαι describere etiam sexto libro dicit Euclides rectilineum quodcumque, nec istam differentiam hic spectavit. Sed enim (ait hic etiam Proclus) duas figuras ex omni genere rectilinearum Euclides præstantissimas suis problematis præcipue instituit, triangulum æquilaterum prima propositione, modo quadratum, quia ex æquilateris triangulis constant icosaedrum, octaedrum, pyramis, é quadratis cubus. Verum de æquilatero jam dictum est, ut ejus constitutio generali trianguli constitutione contineatur, & sicuti parallelogrammi constitutio quamvis pernecessaria, tamen præcipuo problemate ab Euclide non exponitur, sed é 31 & 33 deducitur, sic é ductu perpendiculi & parallelæ descriptio quadrati percipitur, nec aliud hic Theon adhibuit. Atque uti ductio, continuatio, descriptio peripheriæ, uti cōstitutio trianguli, rectanguli, obtusanguli, acutanguli, parallelogrammi, oblongi, rhombi, rhomboidis, trapezii cæterarumque figurarum principii loco sumitur, non demonstratur: sic cum definitum esset quadratum, parallelogrammum æquilaterum & rectangulum, protinus intelligeretur é perpendiculis & parallelis æqualibus constituendum. Quare problemate præcipue nihil hic opus est, & nos consectarium fecimus.

47 *In rectangulis triangulis quadratum lateris rectum angulum subtendentis æquale est quadratis laterum rectum angulum comprehendentium.*

Pluraliter propositio loquitur, singulariter tamen est intelligenda, qualis Grammatica fuit ad 5 p 1. Tertium vero hic est Pythagoreum inventum, primum si quidem fuit, tres angulos interiores duobus rectis æquari, secundum parabolæ parallelogrammi ad datam rectam, tertium hoc denique, in quo postremo præcipue celebrandus est Pythagoras (ait Proclus) sed multo magis Euclides, quia non solum perspicue pythagoreum theorema demonstrarit, sed quia καθολικώτερον 31 p 6 docuerit, quo demonstratur æqualitas cujuscumque figuræ, é basi cum figuris laterum, & demonstratur per caussam, quæ nulla hic est. Denique pleraque (ait Proclus) in sexto universalia esse, quæ primo in libro specialiter ostenduntur, quod & verum & vere dictum, & tautologia hic erit propositionis decimæ quintæ: Quatuordecim enim antea speciales animadversæ sunt. Et Proclus idem similiter hic Euclidem, atque antea excusat, & laudat, quod sine proportionum doctrina præcipi de iis non poterat, quæ sunt in sexto libro: proportiones autē doceri 5 libro. Hæc excusatio est Euclidis à Proclo. At (inquam Procle diligentissime) doctrina rationum & proportionum, quæ est 5. lib. totam Geometriæ doctrinam præcedere & poterat & debebat. Est enim omnino aut logica aut arithmetica, ideoque natura prior quam Geometria, & ut totas Eu-

clidis

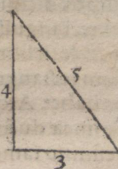
clidis demonstrationes in quinto libro considéres, nullum elementorum præcedentium proferri ab Euclide deprehendes, & Euclides ipse 3 lib. etiam rationem & proportionem circulorum tradidit, nondum tamen tradita quinti libri doctrina. Quare Procli excusatio ab Euclide ipso refellitur. Laudat igitur Proclus Euclidem quidem vera laude, quod magis universalia præsentibus theorematis habeat, sed non vera laude laudat, quod universalia postponat, quæ methodi judicio præcedere debuerant, ut inde specialium theorematum caussæ, principiaque perciperentur.

Itaque



Si duo triangula rectangula sunt in eadem basi anguli recti, bina crura idem poterunt. Ut hic. Et

Si basis trianguli rectanguli subtendit acutum angulum, minus potest cruribus duplici quadrato cruris minoris. Ut hic quadratum de 3. Campanus hic addit duorum quadratorũ alteri gnomonem circumponere reliquo æqualem.



48 *Si trianguli ab uno latere quadratum æquale sit reliquorum trianguli laterum quadratis, comprehensus angulus à reliquis trianguli lateribus rectus est,* Conversa est superioris theorematis, & probatur præcipue per proximam & per octavam, cum tamẽ conversæ probari soleant per impossibile ut 6.14.19.26.39.40 p. Attamen hæc etiam conversa in generali quoque comprehenditur, ut nos 5 e 8 l docuimus.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 10. IN 2 LIB. *elementorum.*



Ed hactenus primus liber doctrinam habuit de lineis, triangulis parallelogrammis, valde obscuram & veræ logicæ valde contrariã, non solum quia multas definitiones partitionesq; omittit, sed quia pleraque generalia specialiter instituit, ut in linea recta parallelismum qui est omnis lineæ communis, ut in angulo plano rectum, obtusum, acutum, quæ sunt omnis anguli communia. Pari vitio propositiones undecim 1.16.17.35.36.37.38.39.40.47.48. speciales generalibus suis præpositæ sunt, item quæ cõsectaria essent, tanquã principales demõstratæ, 41.42.44.45. septima prorsus inanis est, cum sit eadẽ cum octava. Linearũ parallelarum proprietates confusæ sunt: toto denique libro de lineis & triangulis hysterologia multa est. Ita exposita est doctrina linearum superficiei trilateræ in ratione trianguli, tum quadrilateræ in parallelogrammorum ratione, & tandem etiam quadratorum. Secundus liber comparat deinde parallelogrammum rectangulum cum rectangulo propositione prima: quadratum cum rectangulo & qua-

drato 4 & 12: cum quadrato 9 & 10. oblongum cum rectangulo & quadrato 3. cum quadrato 11.14.2.5.6.7.13.8. Totus enim liber sic est in cõparatione æqualitatis. De doctrina autem decem primarum propositionum Proclus superiore libro sententiam suam exposuit, sectiones decẽ primarum propositionum communes esse arithmeticæ & geometriæ, symmetriam quidem arithmeticæ esse propriam, ab eaque ad Geometriam specie & ratione pervenire, quod est verum: figuram veró propriam esse Geometriæ, ab eaq; ad Arithimeticam κατὰ ἀναλογίαν καὶ αἰτίαν succedere, qua de re diximus ad 9 e 4 l. Numeros figuratos interpretes esse quarundam in figuris affectionum, nõ omnium: & arithmeticam talem esse non simpliciter arithmeticam, sed arithmeticam geometricam. Definitiones duæ sunt secundo libro, eas videamus.

1 περιέχεσθαι καὶ περιοχὴ comprehendi & comprehensio nomina sunt figuræ geometricæ, ut primo libro satis est intellectum. Illic tamen paulo secus 20.21.22.23 usurpatur illud verbum. Comprehensio enim geometrica in rectangulis arithmeticæ multiplicationis similis est, & sic fieri numerus é numeris inter se multiplicatis dicitur quo rectangulum é duabus rectis comprehendi. Itaque & numerus rectanguli hic est interpres, & planus pro rectangulo appellatur postea ab Euclide in libris arithmeticis. Definitio autem rectanguli non satis accurata est. Nam rectangulum definiendum erat parallelogrammum, quod rectos angulos habet. Atqui definitio ista docet non quid sit, sed quomodo fiat, nempe rectæ lineæ ductu in lineam, sicuti fluxu puncti antea recta & peripheria facta est. Definitio tamen recté & ordine ab Euclide isto loco adhibita, multoque melius de cæteris illis antea definitionibus fecisset Euclides, si suo quamque generi præposuisset. Mirum autem est hic rectanguli fabricam postulari ab Euclide, cum antea fabrica parallelogrammi & quadrati demonstrata sit.

2 Definivit Euclides parallelogrammum rectangulum, non definivit gnomonem rectangulum, sed qualiscumque parallelogrammi, ideoque gnomonis definitio, protinus post parallelogrammi proprietatem illam, quæ 43 p 1 continetur, collocanda fuit, ubi parallelogramma & ad diametrum & eorum complementa proponuntur. Gnomo autem rectangulus secundo libro adhibetur in demonstrationibus. Gnomo obliquangulus etiam erit 27.28.29 p 6. Itaque generaliter definiri potuit. fuit etiam veteribus mathematicis gnomon in numeris usitatus, quidnam autem esset Grammaticus, 3 Aristotelis physico definit é tribus quartis unius quadrati numeri. Geometricum vero gnomonem ex isto geometriæ loco definit. Sed gnomo etiã trianguli dici posit, præsertim rectanguli, cujus duo crura angulum rectum comprehendentia proprie gnomam seu gnomonem faciunt: sed alius tum sensus fuerit. Propositiones sequuntur.

1 Propositiones primæ decem habent materiam problematicam de sectionibus linearum, & tamẽ theorematice propositam, ut monui tertio libro. Sed quatuor ex iis primæ Geometriam demonstrationum prorsus admirabilem habẽt ad res per sese claras & manifestas explicandũ. Prima propositio generalem rectangulorum inter se comparationem habet ex illo principio logico inde manifestam,

nifestam, quod totũ suis partibus sit æquale, quo é principio præcipué demonstrandæ fuerant quatuor propositiones primæ: Si quid tamen præter numeros demonstrationis requirerent. In prima vero propositione Theon mirificus est demonstrator: tanquam enim problema positum esset ad constituendum figuram, & constitutam demonstrandum: ita hic & perpendiculis & parallelis figuram constituit, & constitutam talem esse demonstrat. At ó Theon eruditissime, quid agis? Theorema tibi (ut existimas) propositum est de figurarũ positarum & concessarum æqualitate, quomodo definitum est á Proclo theorema antea, quomodo toto libro superiore theorematum figuræ postulantur & conceduntur, at de æqualitate ista nihil respondes, neque demonstrationem ullam commentaris, quamobrem proposita rectangulorũ æqualitas vera sit: nec aliud porro hic allegari poterat, quam totũ æquari partibus, aut convenire, ideoq; æquari. Deinde cur non primo rectangulum ex integris rectis propositis conficitur? cur non proximé rectangula ex insecta, & alterius segmentis conficiuntur? an datæ ipsæ non poterant ad angulum rectum constitui? Credo, translatio linearum erat mathematicis indigna: At Euclidi ista ἐφάρμοσις principiũ fuit 4, 8, p 1. Sed illud videlicet erat, nulla demõstratio fuisset: Res enim per se clarissima erat ex illo principio, Totum partibus æquari, aut convenire. Itaq; ex aliis lineis figura fuit instituẽda, quæ probaretur æqualis propositæ. Quare quisquis στοιχειώτης demonstrationes has primus cõmentus est, nõ animadvertit quod erat in quæstione positum, Aristotelisq; Lycophronem illum imitatus est, cui cum propositum esset ex arte lyram commendare, in res alienas abiit.

2 In hac propositione & sequentibus (utlibet) significat æqualiter vel inæqualiter: & duas partes Euclides intelligit, quamvis de pluribus segmentis propositio posit accipi. Propositio prima rationem communem habet omniũ rectangulorum. Deinceps specialis erit ratio de quadratis & oblongis. Itaq; quadrati & definitio & proprietas & inventio huc interveniebat, de quibus in arithmeticis libris Euclides: Et tamen Euclides in hac propositione, u. in sequentibus, generali rectanguli nomine abutitur pro speciali oblongi, speciale quadrati nomen expresit, quoties res tulit, oblongi nusquam nisi in definitione. Quare si res suo nomine dicatur, propositio sic erit.

Si recta linea secta sit utlibet, oblonga totius & segmentorum æqualia sunt totius quadrato.

Et hæc propositio propositiones 14. 4. 12. 9. 10 sequi debebit, quia illæ comparationes altiores habent quadrati cum rectangulo, vel quadrato. Theonis logica hic similis est superiorum: demõstrat enim figuras rectangulorum, quæ ex ipsa theorematis cõmuni lege postulabantur, & assumebantur: æqualitatem rectangulorum, quæ sola demonstrãda proponebatur, omittit. Sed in hac propositione Theonis etiã logica insignior est, quod consectarium hic est, & enthymema é superiore. Propositio enim est syllogismi. Rectangulũ é duabus rectis, & rectangula ex altera insecta, & alterius segmentis sunt æqualia, at hic quadratum ut oblonga sunt illa rectangula, sunt igitur æqualia. Hic syllogismus propositionem habet é 1 p 2, conclusionem é 2 p 2: hic si ullam syllogismi speciem Theon attendisset, perfecto enthymemate perfectum quoq; demonstrationis judicium

attendisset, nec aliam demonstrationem exquisisset. At tanquam syllogismi judicium inconstãs aut infirmum sit, fabricas figurarum machinatur: de quibus tamen quæstio nulla est, aut æqualitatem istam judicatam syllogismo & conclusam, veluti neque judicatam, neque conclusam demonstret. Atque illa est Theonis vel Euclidis logica, de qua tertio libro dictum est. Posito æqualium angulorum axiomate indicavimus quæ assumptiones é propositionibus Euclidis concluderentur. At illorum in Euclide syllogismorum fundamentum tam manifestum non erat. Hic vero nominatim collocata est in prima propositione, prima syllogismi pars, unde secunda assumitur, & concluditur. Quinetiam ut consectarium illud non cogitetur, attamen æqualitas é cõvenientia rem manifestam faciet. Quare qui Theonis istas demonstrationes expendere volet, Theonem in logica non satis versatum & exercitatum judicabit.

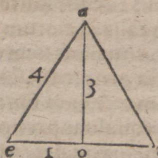
3 Etiam ista propositio rectanguli nomine primo loco proponit, quod debebat oblongi nomine dicere, sic nempe.

Oblongum é tota recta & altero ipsius segmento æquatur rectangulo utriusq; segmenti, & prædicti quadrato. Ac tum (ut antea monui) hysterologia percipietur, hic enim oblongum cum genere comparatur. Theon etiam hic quæstionem oblitus nihil de proposita rectangulorum æqualitate cogitat, perpendiculis & parallelis figuras constituit, & constitutas demonstrat. Nec enthymemati é propositione & complexione cõstituto addit assumptionem, ut syllogismi judicium compleat, sed syllogismi nihil omnino cogitat, cõpleatur igitur enthymema & judicetur. Rectangulum é duabus rectis & rectangula ex altera insecta & alterius segmentis sunt æqualia. Sed oblongum é tota & uno ipsius segmento est rectangulum ex duabus rectis, & rectangulum segmentorum, quadratumq; prædicti segmenti sunt rectangula ex altera insecta & alterius segmẽtis. Quare oblongum é tota & uno ipsius segmento, rectangulumque segmentorum & quadratum prædicti segmenti sunt æqualia. Hũc syllogismum & hujus enthymematis absolutũ judicium si considerasset Theon, alio genere demonstrationis supersedisset. Argumentum ex illo totius & partium principio vidisset, & argumẽtationem assumptione addita complevisset. Quamobrem & hæc altera Theonis demonstratio rem agit non solum á proposita æqualitatis quæstione alienam: sed syllogismo id est primo humani judicii fundamento repugnantem atq; contrariam. Atque hic etiam convenientia absque consectario illo satis esse poterat.

4 *Si recta linea secta sit ut libet, totius quadratum æquale erit segmentorum quadratis & dupli ci segmentorum rectangulo.* Hæc propositio comparat speciem cum genere & ipsamet specie. Itaque præcedere debuit 2 & 3. Theon veró etiam figuras fabricatur, & eas demonstrat, tacet de positæ æqualitatis quæstione: At hic etiam consectarium est é 43 p 1, quæ generalis ad istam fuerit. Parallelogrammum si quidem æquatur quatuor ejusmodi particularibus parallelogrammis, & diagonalia quadrati totius esse quadrata 24 p 6 demonstrat, quæ hanc præcedere debuit, generalis quippe de parallelogrammo, ut nobis item præcedit. Hinc sequitur

rectam

rectam posse quadruplum sui dimidii, unde & Camp. 11. 12. 13 p 14. Latus trianguli æquilateri potest sesquitertiam perpendicularis à vertice. Nam basis (ut hic ao) bisecat basim per 26 p 1. & cum oe (cujus ae potest quadruplum) potest æquale ipsi ae per 47 p 1. Itaque sublato eo quadratum ae erit ad quadratum ao, ut sit 4 ad 3.



5 *Rectangulum hic etiam pro oblongo.* Theon vero hic desiit fabricā figurarū demonstrare. Demōstrat enim quæstionis æqualitatē. Demonstratio aūt prompta fit ex 8 ax. qua parte conveniunt, & per 35 p 1, cum reliqua sint parallelogrāma æquealta, latera enim quadrati diagonalis sunt altitudines, & bases sunt æquales eidem. 6. 7. 8 p 2. congruentia item cōtentæ fuerint. Nam parte conveniunt, & reliqua parallelogrāma æqualia per 36 & 43 p 1. Octavam aūt nonam & decimam omisimus, quia nullus earum solidus fructus nobis notus esset, si quis notaverit admoneto.

11 *Datam rectam secare, ut totius & segmenti rectangulū æquale sit reliqui segmenti quadrato.* Quæstio autem hæc rectanguli nomine abutitur pro oblongo. Est autem usus sectionis hujus magnus, ut constabit ē 10 p 4, & apud Ptolemæum 1 lib. cap 9. sed præcipue in totis mysteriis corporum ordinatorum quæ imprimis sectione ista proportionali continētur. Denique Christianis quibusdam divina quædam proportio hic animadversa est, ut inde una trinitas, & unitas trina conciperetur, quæ tota sit in toto, & in parte qualibet, totum in magno, totum in parvo, principium unicum pulcherrimum ac beatissimum.

12 & 13 Loquuntur pluraliter quod de uno singulari triangulo sit intelligendum, ut 5 & 47 p 1 loquebantur.

14 Conversa ejus quædam est in corporum ordinatorum inscriptionibus.

Si recta perpendicularis diametro est proportionalis inter ejus segmenta, terminatur in peripheria. At ista perpendicularis est media proportionalis quæ docetur 13 p 6, quæque ad hanc generalis est. Quamobrem ē quatuordecim propositionibus secundi libri, prima continet rationem rectangulorum decimaquarta, quarta, & duodecima, quadrati cum rectangulo & quadrato, nona & decima, quadrati cum quadrato: undecima secunda, tertia quinta, sexta septima, decima tertia, octava oblōgi cū quadrato: quę nec speciatim distinctę sunt, nec idoneo ordine dispositę.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. II. IN *tertium elementorum.*

DEFINITIONES.



Decem definitiones circularis geometriæ suo subjecto generi præponuntur, paulo diligentiore logica quam præpositæ sunt primo libro. Rectius tamen erat suæ quamque speciei præponi.

1 *Aequales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales, aut quorū quæ ex centris æquales sunt.* Quæ ex centris, periphrasis est radii. Est autē æqualibus

libus circulis insitum, ut æqualem & radium & diametrum habeant, imo veró æqualia radiorum & diametrorum quadrata, quod etiam 2 p 12 propositum est: æqualitas item eadem é peripheriis sumi potest, æquales esse circulos quorum peripheriæ sunt æquales, quod in aliis figuris rectilineis falsum est: nec enim rectilinea sunt æqualia quorum perimetri sunt æquales. Contrá circulorū inæqualitas percipitur, quorum nempe vel radii, vel diametri, vel peripheriæ sunt inæquales, vel á radiis & diametris inæqualia quadrata, æquales autem circuli definiuntur, non definiuntur similes, quia omnes omnibus similes sunt. Contrá autem paulo póst definientur similes sectiones, non definientur æquales. Et tamen æqualitas communis est sphæræ. Itaque in rotunda figura communiter adhibuimus, neque veró definitio hic est, sed proprietatis expositio.

2 *Recta circulum tangere dicitur, quæ tangens circulum, & producta non secat circulum.*

3 *Circuli tangere sese dicuntur, qui tangentes sese, non secant sese.* Hæ duæ definitiones specialiter definiunt vim verbi quam sequuturus est Euclides in hoc libro & quarto. Tactus autem videtur hic effici proprius peripheriæ, quæ tangitur á recta vel á peripheria: circulum enim geometra in his definitionibus, ut sępe postea, usurpat pro peripheria.

4 *In circulo æqualiter distare á centro rectæ dicuntur, quando á centro ad ipsas perpendiculares actæ æquales sunt: magis autem distare dicitur, in quam major perpendicularis cadit.* Euclides vocat hic lineas in circulo, quas appellat quarto libro ἐναρμοζομένας congruentes, quas Ptolemæus vocat inscriptas: & ita intelligendam Euclidis definitionē, docebit hac de re propositio decima quarta hujus libri. Recta igitur inscripta triangulo sic diceretur recta in triangulo, quomodo & nos in geometria loquimur. Neque hic magis definitio est, quam primo elemento fuit, sed proprietas perpendiculi altitudinem constituentis.

5 *Sectio circuli est comprehensa figura & á recta & á circuli peripheria.* Hæc definitio sine caussa primo libro adhibita est, ut circuli & semicirculi, quia totis superioribus libris nullus circuli, nullus sectionis circularis usus fuit, sed tantum peripheriæ & radii. Hæc autem definitio non generaliter quamlibet circuli partem, sed specialiter eam partem, quæ duabus lineis comprehenditur, recta & peripheria, & recta mox 7 d 3 dicetur basis sectionis, ut 23.24 p 3. Atque ut circulus in genere obliquilineorū prima figura est unius lateris, sic sectio est bilatera & biangula.

6 *Sectionis angulus est qui comprehenditur á recta & circuli peripheria.* Mathematici recentiores chordam & arcum hic appellant quod Euclides dicit rectam & peripheriam. Itaq; inscripta bis binos sectionis angulos efficit, duos deinceps una parte, duos reliqua.

7 *In sectione autem angulus est, quando in peripheria sectionis sumptum fuerit aliquod punctum, & ab ipso in fines rectæ, quæ est basis sectionis, connexæ fuerint rectæ, comprehensus angulus á connexis rectis.* Id est, angulus in sectione est angulus comprehensus á duabus rectis in peripheria terminatis, & cum basi sectionis connexis. Itaque angulus in sectione rectilineus est, angulus autem sectionis est mistilineus. Angulus igitur in sectione dicitur illo modo, quo dicitur recta in circulo. Angulus enim

hic

hic in ſectione eſt angulus inſcripti trianguli, neque circuli quidquam habet præter aream.

8 *Cum autem comprehendentes angulum rectæ aſſumunt quandam peripheriam, in illa dicitur inſiſtere angulus.* Hic βαίνειν verbum, ſuam σύζυγειαν habet, qualis erit in propoſitionibus hac de re 20 p 3. ubi nominatim appellatur baſis trianguli talis peripheria: item 26.27 p 3. unde intelligimus peripheriam in qua angulus inſiſtit & innititur, eſſe anguli baſim, nõ autem eam, quæ anguli latera comprehendit, & quod ſubtendi fuit in triangulis, id nunc eſt inſiſtere, & revera ſubtenſæ dicuntur peripheriæ, quæ ſunt baſes angulorum, imo Euclides ipſe nominatim hoc ipſum ὑποτείνειν verbum adhibet ad 20 p 3. Angulus tamen in peripheria ita nominatur, ut in ſectione: & pars peripheriæ ſuperior (in qua comprehenditur angulus) diceretur capere angulum, ut ſectio capere dicitur. Denique alia peripheria intelligitur, in qua eſt angulus, alia in qua inſiſtit: ſuperior illa facit arcus laterum, iſta baſim. atqui etiam hæc definitio partem quandam circuli cõprehendit non nominatam ab Euclide: nec enim ſemicirculus eſt, neque ſectio major, aut minor, imo omnino Euclidis ſectio non eſt, quia non eſt figura comprehenſa á recta & peripheria, comprehenditur enim á duabus rectis, & peripheria, ſed mox hac de re ad 9 d 3.

9 *Sector circuli eſt, quando ad centrum ipſius circuli ſteterit angulus, figura comprehenſa á rectis angulum comprehendentibus, & aſſumpta ab ijs peripheria.* Atqui hæc etiam definitio aſſumptam peripheriam oſtendit eſſe baſim anguli. Sector major reliqua pars circuli appellatur ab Archimede, ſed ſector omnino dici poſsit in centro, vel extra centrum: in centro minor vel major, æqualis enim faceret ſemicirculum, neque comprehenderet in centro angulum. Sector extra centrum eſſet figura octavæ definitionis, & reliquæ omnes majores centri ſectore. Sed de his figuris geometria nulla erit futura, & iccirco videntur earum definitiones omiſſæ. Sector tamen in centro & ſector in peripheria dici poſſunt. angulus veró duabus rectis in centro comprehenſus non appellatur angulus ſectoris, neque angulus in ſectore, ſed in centro, ut 20.26.27 p 3. Itaque quadruplex angulus hic conſideratur ſectionis, in ſectione, in peripheria, in centro. Hique omnes anguli in circulo appellantur.

10 *Similes ſectiones circuli ſunt, quæ capiunt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter ſe ſunt.* Theodoſius ſecundo libro de ſphæra ſic uſurpat arcus ſimiles theoremate decimo. Atque hîc anguli duplices innui videntur in ſectione & ſectionis, cúm dicitur per disjunctionem, quæ capiũt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter ſe ſunt, attamen in propoſitionibus hac de re 23.24 p 3 anguli in ſectione tantum judicantur, non anguli ſectionis. Similitudo autem ſpecialiter hîc definitur, ut poſtea in ſexto, ſeptimo, undecimo. Rationales ſunt omnes inter ſe numeri, non omnes inter ſe magnitudines, ſed homogeneæ tantum, ut dicetur quinto libro. Proportio item in numeris una generaliter definitur: ſimilitudo (quæ ſpecies proportionis quædam eſt) non uno modo in magnitudine definitur, aliter definitur ſimilitudo figurarum rectilineorum ſexto libro,

& solidarum undecimo. Rotundæ homogeneæ sunt omnes omnibus similes, nec ideo definiuntur: mistorum autem similitudo aliter nunc definitur in planis, sectiones enim circuli mistæ sunt figuræ. Itaque in figurarum differentiis vidimus similitudinis differentes definitiones, pro quibus una generalis esse debuerat: sed hac de re in geometria 1 4 e 4, & postea rursus 1 d 6. Atqui definitio non magis hic est quam fuit primo & quarto loco, sed consectariũ est ex illa generali definitione: ut nobis est 13 e 16. Tertius liber materiam minus confusam quam superiores habet: totam enim circularis geometriæ materiam fere complectitur, & distribuit minus perturbate quam antea factum sit.

PROPOSITIONES.

1 *Dati circuli centrum invenire.* Sententia est. Si inscripta inscriptam recte bisecat, diameter erit circuli, ejusque medium circuli erit centrum. Tres propositiones 1. 3. 4 diametri circularis proprietatem obscurius comprehendunt. Demonstratio Theonis ad primam hic est per 8 p 1, quia pars esset æqualis toti: ac si dicatur centrum in secantis alio loco esse, idem accidet. Nos caussam 6 e 15 proposuimus. Et valde ridiculum atque ineptum est positis circularis geometriæ principiis non potuisse primam saltem propositionem directe per ea demonstrari, nisi impossibile adhiberetur.

2 Theon adhibet hic impossibile ex 16 & 18 p 1. At hæc propositio patet é definitione lineæ rectæ, quæ brevissima est intra eosdem terminos. Hinc autem colligitur circulum esse polygoniam infinitorum angulorum, nec peripheriam esse cõpositam é rectis infinitis, quia recta intra duo quælibet peripheriæ puncta, intra circulum cadet. Certe propositio continet quandam definitionem rectæ circulo inscriptæ, quæ nempe utrinq; in peripheria terminatur, & de qua est 7 d & 1 p 4. Et tamẽ quicquid hic est, postulatur ab Archimede 1 & 2 d 1 de sphæra: quod linea quod superficies ad easdem partes obliqua non cadit extra, postulatur idem primo isorr. quod figuræ eodem obliquæ centrum intus sit.

3 Tertia & quarta propositiones rationem quandam æqualitatis & inæqualitatis de segmentis inscriptarum continent, quorum proportio dicetur ad 35 & 36 p 3. Theon demonstrat diametri proprietatem per eandem jam 1 p 3 præassumptam, jubet enim centrum per consectarium 1 p 3. inveniri, quod cõsectarium fuit præsens ista proprietas: logica igitur ista valde est ἄλογος.

4 Theon probat per impossibile é proxima: At enthymema est é diametrorum proprietate, sic. Si inscriptæ sint bisectæ, sunt diametri. Ergo si non sint diametri, non sunt bisectæ. Neque tamẽ propositio apodictice proponitur per inficiationem, cujus nullus syllogismus est, nulla demonstratio, ut antea dictum est. Quare trium propositionum primæ, tertiæ, quartæ, materia tantum diametri proprietatem continet, qua inventa, centrum quoque est inventum, mediũ quippe diametri.

5 Theon ex definitione radii & primo axiomate deducit totum parti æquari.

6 Theonis demonstratio superiori similis. Atqui propositiones hæ duæ negatione proponuntur, ut quarta, neque hic propositionis materia potius est, quam

quam principii. Nam circulorum ſeſe ſecantium, vel ſeſe tangentium diverſum eſſe centrum, per ſe manifeſtum eſt. Si duo autem circuli homocentrici & æquales ſeſe tetigerint, erit unus. Nam (ut Vitellio petit) cum duæ planæ ſuperficies ſeſe contingunt, una ex iis ſuperficies efficitur, imo Euclides ante Vitellionem, ſi non verbo, certè reipſa idem petivit. Quid enim aliud eſt ἐφαρμοσις ad 4 & 8 p 1 ad 23.24.30 p 3? Hæc igitur materies poſtulati fuerat.

7 Propoſitiones duæ proximæ vidētur è 15 p 3 deductæ, neque omnes admodum demonſtratione egere. Quod autem addit Euclides ad utramque minimæ partem, id commune eſt etiam ad utramque maximæ partem: Denique generaliter id enuntiari poteſt. Duæ duntaxat utrinque in dato puncto ſunt æquales, & cauſſa æqualitatis videtur è 4 d 3, non ex iis comparationibus.

8 Demonſtratio Theonis hic eſt eadem, hic item ad utramque partem minimæ nil facit, & generaliter enuntiari poteſt. Duæ in dato puncto, & ſolæ æquales. Demonſtratio æqualitatis eſt per quartam primi, & quod ſolæ per quartam partem præſentis propoſitionis.

9 Theonis demonſtratio duplex, altera per 8 p 1. altera per quartam partem ſeptimæ. at ſecunda hæc promptior eſt, & conſectarium protinus eſt ex illa quarta parte ſeptimæ. Syllogiſmus enim eſt. Si punctum diametri non eſt centrum, duæ ſolæ rectæ ſunt æquales. Ergo ſi non ſolæ duæ ſunt æquales, punctum illud erit cētrum: & illud eſt, quod tertio ſcholarum mathematicarum libro monui, ſyllogiſticas complexiones ab Euclide & Theone demonſtrari.

10.11.12 Propoſitiones tres proximæ demonſtrationes leves quidem, ſed tamen faciles habent.

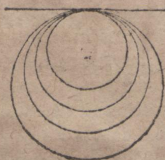
13 Theon primum impoſsibile deducit ex undecima, quod pars eſſet major toto, ſecundum contra 2 p 3.

14 Theonis demonſtratio eſt per 3 p 3. & per 47 p 1. at cauſſa videtur è 4 d 3, unde protinus 14 p 3 concludatur. Atque hæc ſola eſt propoſitio de æqualitate inſcriptarum. qua Hypſicles utitur in ſcholio decimiquarti elementorum, tanquam ſententia ſit communis rotundorum, non propria circulorum.

15 Theonis demonſtratio ſimilis antecedentibus ſeptimæ & octavæ. Imò verò hæc primaria eſt, unde 7 & 8 p 3 deducendæ ſunt. Diameter enim cauſſa eſt hujus univerſæ & æqualitatis & inæqualitatis.

16 Theon cogit in prima parte, quia contra 17 p 1. duo recti eſſent in triangulo, in ſecunda item cogit, quia pars toti æqualis eſſet, aut etiam per 19 p 1. major toto: è ſecunda autem tertiam & quartam deducit: At prima pars ſuæ veritatis cauſſa eſt: Cum enim diametro circulus biſecetur, & perpendicularis rectum angulum una parte faciat, continuata faciet etiam deinceps rectum, nec ideo recta congruet obliquæ, vel etiam obliquior erit. Quare pars iſta prima poſtulanda fuerat. Secunda verò pars quæſtionem altiorem continet. Si angulus contactus rectæ & peripheriæ ſit magnitudo, quomodo ea dividi non poſsit? unde quidam moti ſunt ad credendum angulum hunc magnitudinem non eſſe: Ideoque ſemicirculi angulum recto eſſe æqualem, fallique Campanum, qui cre-

diderit dari majus & minus, nec tamen æquale dari posse. Quin mirabilius illud est, angulũ contactus majoris peripheriæ minorem esse angulo contactus minoris peripheriæ: & tamen excessum detrahi non posse. Atista eadem veterum mathematicorum dubitatio est apud Proclum. Quare mirabilis ista res est, attamen vera, ut demonstratio convincit: hic etiam mirabile illud primo libro positum paulo dissimiliter ostenditur, lineas ad lucem propius accedere, nunquam congruere, ut si complurium circulorum intus sese tangentium diametro recta sit perpendicularis, secundi peripheria propius accedit ad tangentem, & tertii quam secundi, & sic deinceps, nullius tamen circuli peripheria unquam tam prope accedet, ut cõgruant, cum uno tantum puncto possit linea tangere, ut hic uides.



17 Theon é consectario primo proximę propositionis & 4 p 1 demonstrat.

18.19 Quæ sequentes propositiones factæ sunt é cõversa prima parte 16 p 3. Si recta est perpẽdicularis extremæ diametro, tãgit peripheriã, & si tangit peripheriã, est perpendicularis extremæ diametro. Verũ pro conversa una dissectæ sunt duæ, quæ tamen aliam vim nullã haberent: nos itaq; consectaria duo fecimus.

20 Theon duplicem casum hic adhibet, tertius etiam est, quando latus anguli utriusque commune est. Geometria veró novemdecim propositionum antecedẽtium adhuc fuit de lineis, excepta particula 16 p 3. deinceps est de partibus circuli, ubi quædam respondent de triangulis. Atq; hic primum de sectoribus in centro & in peripheria: prima videtur occasio fuisse 21 p 1. vel potius é 1 p 6. dissimile tamen multum est in reliquis exemplis, & res in circulis multo uberior est, ut mox patebit.

21 Consectariũ est é superiore, quia omnes dimidii sunt ejusdẽ anguli in cẽtro.

22 Deducitur é 32 p 1. & 21 p 3. satisque sit duos oppositos probare duobus rectis æquales. Nam de reliquis patet, ut per 4 e 6. sed quarti libri materies hæc erit: adde quod geometria hęc congruentior fuerit ad demonstrandum 32 p 3. propositio autem aptius proponeretur ab oppositis sectionibus. nihil enim adhuc de inscriptione.

23 Melius affirmaretur hæc propositio hoc modo. Similes sectiones in eadẽ basi sunt æquales, quomodo & proxima affirmatur. Eadẽ aũt parte, quod hic additur, nihil ad veritatẽ ꝑpositionis attinet, ad demõstrationẽ duntaxat attinet.

24 Non repetitur eadem parte, & consectariũ est é proxima, demonstratur tamen á Theone. Est aũt notabilis in his duabus propositionibus ἐφαρμοσις, in prima, quod minor sectio intelligatur tanquã pars majoris: in secũda aũt plenius apparet. Ex utraque propositione potuit una fieri. Sectiones similes in æquali basi sunt æquales, æqualitas enim etiam iisdem convenit.

25 Theon hic frustrá tres speciales demonstrationes adhibet, cum sit una illa generalis ex inventione duarum diametrorum, imo demonstratio nulla sit consectarium é 1 p 3.

26.27 Theonis demõstratio hic per varias ꝓpositiones colligitur, & quidẽ duplex pro duplici angulo & in centro, & in peripheria, cum tamẽ ꝓpositio utraq; specialis sit ad 33 p 6. multoq; facilius per 28 & 29 p 3 probari possit, quæ ipsæ præponi debeant istis, ut mox intelligetur.

28 Deducitᷓ é 26 p 3. quia ꝓtinus per 8 p 1 cõcipitᷓ æqualitas angulorũ in cẽtro.

29 Deducitur é 27 p 3. Protinus enim concipitur æqualitas basium 4 p 1. Atq; ex utraq; melius una propositio fieret, sic. Si inscriptæ circulis æqualibus sint æquales, secant peripherias æquales, & si secant peripherias æquales ipsæ sunt æquales. Sed multo justius utraq; postularetur, cũ solo cõvenientia manifesta sit. Euclides eodẽ cõvenientiæ argumento usus est ad 24, & utetur apertius ad 30 p 3. Quare hæc utraq; propositio præponetur 26 & 27 p 3.

30 Hic protinus per 4 p 1. in duobus deinceps triangulis concipitur æqualitas basium seu chordarũ per 28 p 3, patet æqualitas arcuum. Atqui propositio ista singularem ἐφαρμόσιως speciem continet duobus circulis in uno consideratis, duabus peripheriis in una consideratis, ut quintum jam exemplum sit ἐφαρμόσιως á geometra usurpatæ ad 4.8 p 1. ad 23.24. & nunc ad 30 p 1.

31 Prima pars patet. Quia interior, & deinceps exterior sunt æquales, cũ utriq; reliquis trianguli lateribus sit æqualis, ut patet per 5 & per 32 p 1. vel quia angulus in semicirculo est dimidius duorũ rectorũ. Quæ demõstratio est Aristotelis secundo posteriorũ & nono philosophiæ: & conversa quædam hinc assumitur 13.14.15.16.17 p 13. Et si angulus rectus insistit in diametrum, peripheria per eam transit. Reliquæ partes pendent é prima. Theon é prima parte consectariũ facit. Si trianguli angulus æquatur reliquis, rectus est. Verumtamen potuit generaliter é 32 p 1 trianguli angulum reliquis ęqualem rectum esse, unde sine exteriore angulo demonstratio ista fieret, neq; ὕστερον πρότερον debuit ex ista demonstratione principium illud concludi, & Aristotelis demonstratio id nimirum præ se ferebat. Itaque geometria ista nobis erit in geometria trianguli, unde ad cætera deinceps accommodetur.

32 Theon deducit ex angulo semicirculi. At ista propositio generaliter proponit de angulis in sectione, & probari potest ex eadem generali caussa angulorum in oppositis sectionibus ad 22 p 3, item é triangulo rectangulo, ex qua deducitur æqualitas anguli in semicirculo, quod rectus sit, qui sit trianguli reliquis angulis æqualis. Ex hac aũt ꝓpositione duo deinde sequũtur problemata.

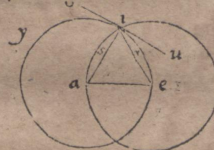
33.34 Theon demonstrat hæc problemata duo. At si verbis expressa essent, demonstrationibus nullis esset opus, consectaria specialia essent, ut nobis sunt.

35 Duæ propositiones proportionem in segmentis inscriptarum quandam instituunt, quarum ratio fuit ad 3 & 4 p 3. Theon deducit é 5 p 2 & 47 p 1. Nec tamen una specie totum genus complectitur. Itaque Campanus quinque species interpretatur, & demonstrat. Quo satis elenchum tautologiæ toties adhuc in elementis animadversum demonstrat quinque demonstrationum specialium pro una generali. Consequens autem propositionis ex

ęqualitate rectangulorum satis docet partes sectarum inscriptarum proportionales esse. Sed quo principio doceri ante posit ista proportio, considerandum fuerit, utrum é diametri vel potius circuli proprietate. Præcepit Euclides sexto libro permulta de proportione figurarum rectilinearum, de circulorum & in circulo rectarum, de angulorum, deque partium proportione paucula. At res ista non indigna est, in qua Geometra nervos intendat suos.

36 Theon hic adhibet 6 p 2 & 47 p 1. Sed ex æqualitate rectangulorum quęrenda hic proportio laterum fuerit, id est ex effectu consideranda caussa. Hic enim tres sunt proportionales, ut antea fuerunt quatuor, unde etiam sequitur omnia rectangula secantium & extremorum segmentorum inter se æquari, quia æquantur eidem quadrato tangentis.

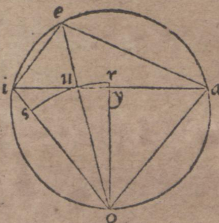
37 Theonis demonstratio similis est superiori: Conversa autem quædam est superioris. Atque hæc Euclidis sunt de circulo, quædam vero sunt apud Pappum l 4 th 11. de tribus circulis contiguis eodem circulo comprehensis, item de arbelo id est cultro sutorio, cujus instar est illa figura á tribus semi peripheriis comprehensa. His addamus & alia quædam. Demonstratum est antea rationem esse heterogeneorum, ut lunularis circuli & rectilinei: jam doceamus æqualitatem item πελεκοειδὴς securi similis; de quo recepimus ad 23 p 1. Sint enim duo circuli se inter se secantes super centris & æquales: super semidiametrum describatur æquilaterum triangulum *aei*. Ducatur linea *ou* contingens circulum in termino lineæ *ai*, ipsa erit perpendicularis per 18 p 3. Ergo anguli *aio*, *aiu* sunt æquales, quia recti: Et angulus contingentiæ *oiy* est æqualis peripheriæ alteri angulo contingentiæ *uie*. Ergo angulus *aiy* est æqualis angulo *aie*, qui efficiuntur ex lineis rectis & ex circumferentia. Sed circumferentia *ai* est æqualis circumferentiæ *ie* per 28 p 3. Ergo convenient segmēta *ai* & *ie*. Ergo angulus *s* est æqualis angulo *r*. Sed ab æquis æqua tollas, &c. Ergo angulus μηνοειδὴς *aiy* est ęqualis angulo trianguli ęquilateri *aie* continenti διμοίρου ὀρθῆς.



Hęc demonstratio est é tertio libro, & ideo fortasse prætermissa á Proclo, quia sequentibus propositionibus indigebat. Lubet vero etiam hic proponere Ptolemæi geometriam de disproportione peripheriarum & subtensarum. Fuerit enim ψευδογραφία hæc gravis & periculosa nisi caveatur. Si inscriptæ circulis æqualibus sunt æquales, secant peripherias æquales, & contra. Ergo si major, si minor secat majorem, secat minorem, hoc totum verum est. Ergo inscriptæ peripheriis sunt proportionales: falsum est, ait Ptole. lib 1 cap 9. Ptolemæi itaq; hac de re demonstratio adjiciatur.

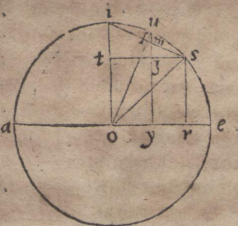
Ratio majoris peripheriæ ad minorem major est, quam majoris inscriptæ ad minorem. Primo inscriptæ *ae*, *ei* faciant angulum *aei*, qui bisecetur recta *eo*, tum cōnectatur *ai*, *ao*,

io,



io, dein sit *oy* perpendicularis ipsi *ai*. Hic latus *io* majus est latere *yo* per 11 e 6, quia subtendit majorem angulum: ideoque & *uo* majus quam *oy*. Quare si centro *o* intervallo *ou* peripheria describatur, secabit *io* & superabit *yo*: sit igitur peripheria *sur*, & continuetur *oy* ad *r*. Itaque sector *oru* major est triangulo *oyu*: item sector *ous* minor triangulo *oui*. Itaq; ut si quatuor numerorum primus sit major tertio, & secundus minor quarto, ratio primi ad secundum major est quam tertii ad quartum, sic ratio sectoris *oru* ad sectorem *ous* major est quam ratio trianguli *oyu* ad triangulum *oui*. At ratio sectoris ad sectorem est ratio anguli ad angulum per c 6 e, & ratio trianguli ad triangulum est ratio basis *yu* ad basim *ui* per 7 e 7. Ergo ratio anguli ad angulũ major est quam basis ad basim. Deinceps compositiones duæ sunt & una divisio. Prima compositio est, ratio anguli *yoi* ad angulum *uoi* est major quam ratio basis *yi* ad basim *ui*. Secunda compositio est é duplicatis terminis angulo *aoi* ad angulũ *uoi*, & basi *ai* ad basim *ui*, quod ita demonstratur. Angulus ad *e* bisectus est, ergo per 19 e 15 peripheriæ & subtensæ *ao* & *oi* æquantur. Ergo per c 26 p 1 *ay* æquatur ipsi *yi*, & angulus *aoy* æquatur angulo *yoi*, ideoque recta *ai* dupla est rectæ *yi*, & angulus *aoi* anguli *yoi*. Duplicatis igitur terminis ratio anguli *aoi* ad angulum *uoi* est major, quam ratio duplæ rectæ *ai* ad rectam *ui*, & prima divisione ratio anguli *aou* ad angulũ *uoi*, id est per 6 e, ratio peripheriæ *ae* ad peripheriam *ei* est major quam ratio *au* ad *ui*, id est per 12 e 7 quam subtẽsæ *ae* ad subtensam *ei*. Quare ratio majoris peripheriæ ad minorem major est quam majoris inscriptæ ad minorem, neque omnino proportio peripheriarum ad inscriptas est vera. Talis ψευδογραφία esset si quis in æqualibus segmentis peripheriæ partes oppositas diametri proportionales diceret. Itaque Jordanus 2 p de ponderibus, & Regiomon. 6 p de sinibus ita refellunt.

Si perpendiculares á terminis æqualium peripheriarum secent diametrum, segmentum propius centro erit majus remotiore. Esto in circulo diameter *ae*, in quam ab æqualium peripheriarum terminis *iu* & *us* sunto perpendiculares *io*, *uy*, *sr*, dico segmentum *oy* majus esse segmento *yr*. Ducito radios *ou*, *os*, & connectito *is*. Hic anguli in centro *iou* & *uos* æquantur per 6 e, quia insistunt in peripheriis æqualibus, & ideo per 19 e 15 *il* & *ls* æquantur. Ergo *im* major quam *ms*. Esto perpendicularis *st* super *io*. Hic per 8 e 7 quia *uj* est in triangulo parallela basi, ut *im* est majus quam *ms*, sic, majus *js* id est *oy* est majus quam *yr*. Hæc propositio caussam continet, cur pondera in lance quanto propius accedũt ad æquilibriũ, tanto graviora sunt, velociusque deorsum moventur. Sic levia contrario motu sursum; ut si é fundo altissimi æquoris utres oppleti flatu emergerent ad sum-



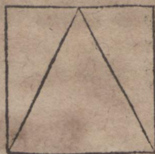
mum, tanto velocior esset motus, quanto propinquior esset summo. Talis ψευδογραφία retexitur ab Euclide 8 theor. catoptric. Quod æqualia parallela inæqualiter distantia majorem rationem habeant distantiarum, quam angulorum: de quo tum melius agetur. Hæc igitur paulo plenius ad ψευδογραφίαν refellendum. Quo de genere scripserat Euclides librum ψευδαρίων.

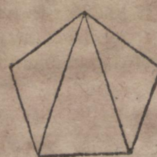
P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 12. IN 4 ELEmentorum.

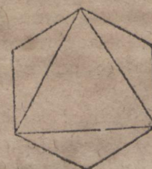


Quartus liber habet de inscriptione & circũscriptione definitiones septem, propositiones sexdecim: Inscriptio autem & circumscriptio est generalis & communis etiam corporum, ut intelligetur postremis elementorum libris: Itaque generaliter & semel definienda fuit. Termini vero appellantur 13 d 1 unus aut multi quibus figura terminatur: tota vero adscriptio per latera aut angulos expeditur: in rectilineis termini latera sunt, in circulo terminus est peripheria pro lateribus omnibus. Sed hoc in singulis definitionibus melius intelligetur.

1, 2 d Duæ primæ definitiones, si quod in geometria tamen proprium documentum haberent, ante librum tertium statuendæ fuerunt, ubi de rectilineis agitur, non postponendæ circulari geometriæ, quandoquidem de circulo nihil hæ definitiones præcipiunt, imo de his nihil est in quarto libro. Atque hic vides inscriptionem definiri rectilinei inscripti angulis tangentibus latera circumscripti, contra circumscriptionem circumscripti lateribus tangentibus angulos inscripti, satisque ideo fuisse definiri solam vel inscriptionem vel circumscriptionem, cum ex altera intelligatur altera, tum vero definitiones hæ videntur homogenea tantum adscribere, triangula nempe triangulis, quadrangula quadrangulis, multangula multangulis homogeneis, quia singuli termini singulis non responderent, attamen é 1 & 2 p 15 intelliges heterogenea inter se adscribi, ut tetraedrum cubo, octaedrum tetraedro & cubo, cubumque octaedro, & icosaedro dodecaedrum quæ sunt heterogenea, ac tum intelligetur á singulis angulis tangi singulos terminos, sed extremos, quomodo & in planis posśit accidere: ut hic vides: neque tamen omnibus id accidet. Nec enim triangulum potest inscribi septangulo, octangulo, aut polygono majori: & quæri posśit utrũ Hypsiclis geometria satis euclidea sit.







3.4.5.

3.4.5.6 d Quatuor veró proximæ definitiones materiam habent quarti libri propriam, & mirabilem tautologiam habent, magisque apertam quam duę superiores. Peripheria (ut dixi) est pro lateribus & angulis. Itaq; in his quatuor definitionibus, quater appellatur, in tertia & quarta, quod anguli quod latera tangant peripheriam: in quinta & sexta, quod peripheria tangat latera, quod tangat angulos.

7 d Septima definitio usurpat verbum ἐναρμόζεσθαι cōgruere pro ἐγγράφεσθαι inscribi: idem siquidem est, & sic inscripta linea Ptolemæo dicitur. Sed ista definitio multo justius ex hoc libro in tertium rejiceretur, quam prima & secunda: libro siquidem tertio geometria fuit de inscriptis lineis, & in circulo rectæ dicebantur periphrasi valde insolenti, tumq; diximus ad 2 p 3 materiam inscriptæ lineæ confundi.

IN PROPOSITIONES.

Atque hæc de quarti libri definitionibus, propositiones sequuntur omnes problematicæ & mechanicæ, quæ si verbis expressæ essent magnam demonstrationum materiam non haberent, ut in singulis intelligetur. In sexdecim autem propositionibus instruitur inscriptio trianguli, quadrati, quinquanguli, sexanguli, decanguli, quindecanguli propria inscriptione. Circumscriptio communis omnium rectilineorum una instrui potuit, cum rectæ tangerēt peripheriam in angulis inscripti. Circuli vero inscriptio & circumscriptio communis item est è concursu bisecantium angulos: illicque è radio perdendiculari in latus, hic in angulum. Quare septem propositiones 7.8.9.12.13.14.15 catholicum in ascriptionum geometria nihil habent. Sunt autem quædam dispersa libris extremis ut 8.9.10.11.12 p 13, 1 p 14 ad eandem rectilineorum ascriptorum geometriam attinentia, quæ melius hic explicarentur. Sed de singulis libri hujus propositionibus jam dicendum.

1 Hæc bella inscriptio per regulam aut circinū brevius postularetur, sine quibus etiam geometres nequeat, neque diametrum neq; inscriptam ipsam ostendere. Atqui hæc propositio cum 2 p 3. melius unico elemento traderetur.

2.3 Hæ propositiones proponunt adscriptionem trianguli non cujuslibet: id enim tanquam per se facile & manifestum præteritum est à geometris, sed dato triangulo æquianguli: Inscriptio autem rectilineorum in circulum nulla communis traditur in elementis, neque circumscriptio.

2 Hæc autem inscriptio generalis est & cōmunis omnium triangulorum: potest enim dari quodlibet æquilaterum, æquicrurum, varium, rectangulum, obtusangulum, acutangulum.

3 Demonstratio est per consectarium è 32 p 1 quod in quadrangulo anguli æquantur quatuor rectis. hic autem duo recti, reliqui igitur oppositi & duobus rectis æquantur: alter porro jam æquatus est exteriori angulo, reliquis igitur per 13 p 1 & ax 1 æquatur deinceps reliquo. Atque hæc specialis est circumscriptio trianguli.

4. Duæ

4 Duæ proximæ propositiones docent adscriptionem circuli, quæ communis est ad omnia rectilinea, ut est in nostra geometria. Demonstratio autem ductis in reliqua latera perpendicularibus facilis est è 26 p 1. Atque hæc propositio tria eadem puncta cótinet, quæ 9 & 25 p 3: & inscribere triangulo circulum, non aliud est quam peripheriam per tria trium angulorum puncta ducere.

5 Demonstratio hic facilis est, quia tres radii per 4 p 1 æquantur. Ideoque per 9 p 3 punctum illud est centrum. Theon deducit demonstrationem per tres species acutanguli, rectanguli, obtusanguli, unde concludit, si centrum sit in triangulo, in latere trianguli, extra triangulum, triangulũ esse acutangulum, rectangulum, obtusangulum, contraq; si triangulum sit acutangulum, rectangulum, obtusangulum, centrum esse intus, in latere, extra.

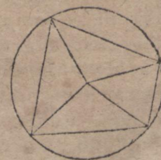
6 Quatuor proximæ propositiones de quadrati & circuli adscriptione parem geometriam habent superiori. Huc veró 22 p 3 de quadrilateri inscripti duobus angulis oppositis æquantibus duos rectos proprie intercurrebat, & in geometria nostra locum hunc obtinebit, deduceturque de sectionibus oppositis in eodem circulo. Hinc sequitur.

Latus inscripti potest duplum circularis radij. Ut patet per 47 p 1. Et

Si quadratum circularis radii duplicetur, latus duplicati erit latus inscripti quadrati. Ptolem. l 1 cap 9

7 Sententia problematis est. Si duæ perpendiculares ad extremas dati circuli diametros rectè bisectas concurrant, circumscribẽt quadratum dato circulo. Demonstratio veró quod sit circumscriptum, patet per 4 d 4, quod quadratum per 28.34 p 1: circumscriptio tamen continetur in generali circumscriptione, de qua 1 e 18. Hæc enim circumscriptio generalis est. Præterit autem Euclides reliquas species quadrilateri. Oblongum enim circulo inscribi potest, & ei circulus circumscribi eadem via, qua triangulum & quadratum: circumscribi veró circulo non potest, nec ei circulus inscribi, quia perpendicula à centro ad latera essent inæqualia: ob eandem caussam rhombus & rhomboides nec inscribi possunt, nec circumscribi: trapezium aliquod potest inscribi. Tumque

Si radii sint ad angulos inscripti trapezii trium laterum æqualium & quarti minoris, anguli in centro subtensi æqualibus erũt obtusi, minori subtensus acutus. e 17 p 12. Ut hic, quia circa centrum æquantur quatuor rectis. Quartus autem minor est recto: Tres igitur reliqui æquales inter se sunt majores recto. Trapezium igitur sic inscribi potest, circumscribi autem non potest: eaque de caussa prætterita est ista ascriptio ab Euclide. Reliqua ascriptionis geometria est de multilateris, sed æquilateris tantum & æquiangulis, neque tamen omnibus. Itaque sola trianguli ascriptio generalis est, nec æqualitatem ullam angulorum aut laterum requirit.



8 Sententia problematis est. Si duæ rectæ rectè bisecent duo quadrati latera, circulus è concursu, indeque radio in latus perpendiculari inscribetur dato quadrato. Demonstratio quod circulus, patet per 9 p 3, quia hic ra-

hic radii quatuor ęquantur, quod inſcriptus patet é 5 d 4. Verum inſcriptio iſta generalis & cõmunis eſt in omnibus rectilineis æquilateris, ut eſt in noſtra geometria. Itaque ſpecialis hæc inſcriptio, ſi generalis (ut opus eſt, ſit præpoſita) nulla fuerit, ac demonſtratio quod circulus, quod inſcriptus levis admodũ eſt, cùm id apertum ex ſeſe, manifeſtumque ſit.

9 Sententia problematis eſt. Si duæ per oppoſita latera diametri biſecentur, circulus é concurſu biſecantium: indeque in angulum radio circumſcribetur, dato quadrato. Demonſtratio, quod circulus eſt, quia radii quatuor æquales, quod inſcriptus 3 d 4 docet. At iſta circumſcriptio in generali comprehenditur. Itaque circumſcriptio ſpecialis hic ſupervacua eſt, & demonſtratio logicam habet proximæ ſuperiori parem.

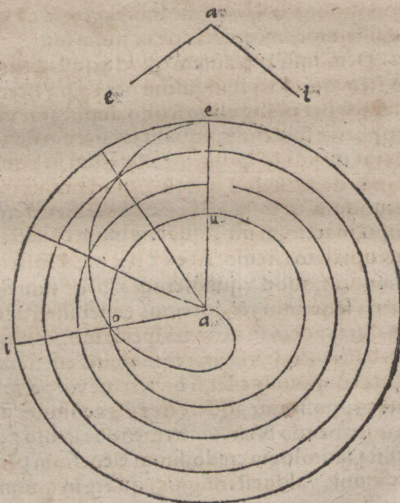
10, 11, 12, 13, 14 p. Quatuor proximis propoſitionibus inſtruitur plena adſcriptio quinquanguli, ut antea trianguli & quadrati: circumſcriptio tamen generalis & communis erat omnibus multilateris æquilateris, & æquiangulis, ut tota circuli adſcriptio communis eſt in multilateris, æquilateris, & æquiangulis omnibus. Ex demonſtratione veró præſentis propoſitionis, ſequitur æquilaterum adſcriptum circulo eſſe æquiangulum, quod præſumi tamen potuit ante ſpeciales rectilineorum adſcriptiones, ut in noſtra geometria erit. Atque in iſta propoſitione ἐφάρμοσις imprimis egregia eſt, quinque circulorum in uno circulo conſideratorum, qualis adhuc nulla fuit.

15 Demonſtratio autem quod æquilaterum per ſex angulos æquales in centro, item quod æquiangulum per 27 p 3 licet neque difficilis, neque inelegans, attamen per triangulum á quo duplicatur vel per radium, qui ſextam partem peripheriæ ſubtendit, æqualitas laterum fiebat, æqualitas autem angulorum inde erat, quod aſcriptum æquilaterum ſit æquiangulũ. Theon veró é ſua demonſtratiõe deducit duo, primũ. Quod radius circuli ſit latus ſexanguli æquilateri. Secundum. Si rectæ ab extrema diametro circuli ſexangulo æquilatero circumſcripti, in tertium utrinque angulum cõnectantur, inſcribent triangulum æquilaterum dato circulo. At ex 2 p 4 patet inſcriptio talis trianguli. Campanus hic admonuit, quod æquilaterum adſcriptum ſit æquiangulum, quod nos in geometria ſequimur, & docemus generaliter ac ſemel uti decuit, non iteramus ſæpius, ut tandem in extrema ſpecie moneamus de genere. Porró ut circuli rectilineo adſcribendi, via una communis eſt, ſic rectilinei viciſſim circulo adſcribendi, via communis eſſet, ſi haberetur via peripheriæ data ratione ſecandæ. In hac autẽ propoſitione addere tres illas comites de circumſcribendo rectilineo, item de inſcribendo & circumſcribendo circulo geometram jam piget, aut certe tædet, ita tautologia credo, ſuum elenchum prodit. Sed tamen ἐφάρμοσις hujus propoſitionis valde eſt inſignis: quæq; in unum circulũ ſex circulos congruentes intelligit, quomodo liceat & innumerabiles in uno concipere, & ἐφάρμοσις tamẽ fiat cogitatione, ut tota mathematica ἀφαίρεσις, quæ contraria eſt ἐφαρμόσει.

16 Hæc propoſitio propriam inſcriptionem habet, qualis antea fuit in triangulo, quadrato, quinquangulo, in qua tamẽ nihil præcipué laborat de laterum

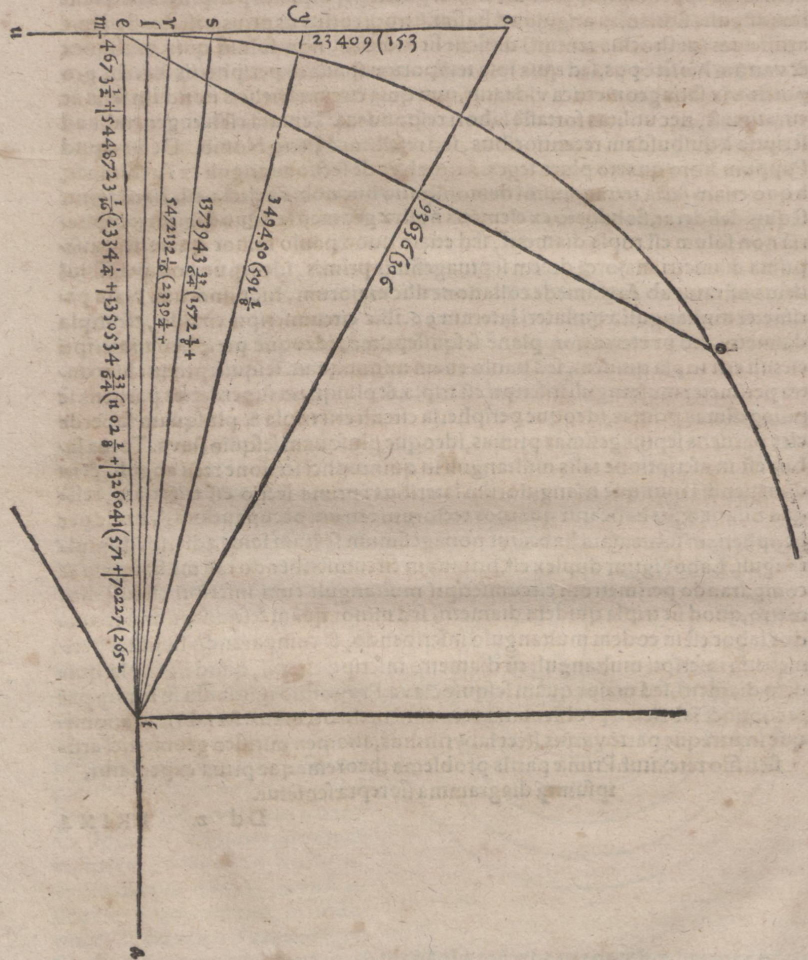
vel angulorum æqualitate tantum remittit ad præcedentia: in eoque ſuperiorem geometriam cõmunem fuiſſe de circumſcriptione rectilinei, de tota adſcriptione circuli cõfitetur. Atq; hæc de Euclide: quidam vero Archimedem ſequuti conati ſunt angulum ſecare data ratione, ut inde figuram quamlibet inſciberent. Propoſitio Archimedis in helicibus ad hanc rem ejuſmodi prima eſt.

Si punctum lineam æquevelociter permearit, ſpatia permeata erũt proportionalia temporibus. Ut ſi punctum permearit æquevelociter rectam *a e i*, ſpatium quidem *a e* in tempore *o u*: ſpatium vero *e i*, in tẽpore *u y* erit ſpatium *a e* ad ſpatium *e i*, ut tempus *o u* ad tempus *u y*, ut hic vides. Hinc vero conati ſunt illi geometræ ſecare angulum rectilineum data ratione: ut triſecandus ſit angulus *e a i* & ſit helix *a o e*, & principium cõverſionis ſit *a u e*, in centro ſit angulus *e a i* æqualis dato: & centro *a* radio *a e* ſit circulus *e i*: Item centro *a* intervallo *a o* eſto circulus *o u*, tum recta *u e* triſecetur per 10 p 1, perque puncta ſectionum peripheriæ ſunto concentricæ circulo *e i*, radiique á centro *a* per puncta ſectæ helicis ſunto in ſummam peripheriam. Angulus in centro ſecabitur data ratione: ſpatia autem æquevelociter permeata ſunt interſegmenta rectæ *u e*, tempora ſunt interſegmenta ſummæ peripheriæ. Itaq; cum permeata ſpatia ſint proportionalia temporibus, tẽpora angulis in centro per 33 p 6. angulus in centro totus ſecabitur data ratione. Atq; ita de quocumque angulo data ratione ſecãdo. Jam ſi voles triangulum invenire cujus uterque angulus ad baſim ſit quomodolibet multiplus reliqui, hinc invenies per angulum rectũ ſectum ut prius data ratione, ut ſi triplum requiras, divide rectum in ſeptem partes, & ſenis partibus æquato angulum ad baſim utrumque, valentem nempe ſex ſeptimas, reliquus ad verticẽ valebit reliquas duas ſeptimas. Si quadruplũ quæras, divide in novem: ſi quintuplum, in undecim, & ſic deinceps. Tum denique ſi voles inſcribere ſeptangulum dato circulo, inſcribe triangulum invento triangulo



gulo æquiangulum per 2 p 4, baſis trianguli erit latus ſeptanguli, quomodo & Euclides 16 p 4 inſcripſit quindecangulum. Sed hic non poteſt per ſubductionem latus approbari: approbari tamen poteſt per æquales peripherias æqualibus angulis ſubtenſas angulo ad baſim, utroq; rurſus ut prius triſecto. Sed hoc artificium (ut Proclus cenſuit) difficile ſit rudibus, non ſolum quia multiplex & varium hic ſit opus, ſed quia ipſa temporum ſpatia in peripheriis & rectis proportio vix ſatis geometrica videatur, tum quia circinus helicis nondum ſatis accuratus eſt, nec utilitas fortaſſe labori reſpondeat. Tentata eſt hæc generalis adſcriptio á quibuſdam recentioribus, ſed refellitur á Petro Nonio. De iis apud Pappum libro quarto plura leges. Atque hæc de ſectione anguli ex Archimede, á quo etiam facta tetragoniſmi demonſtratio huc nobis rejecta eſt. Eam igitur ſi quis deſiderat, ſic habeto ex elemẽtis noſtræ geometriæ. Quod igitur peripheria non ſolum eſt tripla diametri, ſed etiam quod paulo minor quám ſeſquiſeptima diametri, majorq; decem ſeptuageſimis primis, ideoq; una octava, ſimul demonſtratur ab Archimede collatione illic majorum, hic minorum. Nam perimeter multanguli æquilateri laterum 96. illic circumſcripti circulo, eſt tripla diametri, ſed præterea non plane ſeſquiſeptima, ideoque peripheria inſcripti circuli erit tripla quidem, ſed paulo etiam minor quám ſeſquiſeptima: hic contrá perimeter multanguli inſcripti eſt tripla, & pluſquam ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas, ideoque peripheria circuli erit tripla & pluſquam ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas, ideoque pluſquam ſeſquioctava. Totus labor eſt in aſcriptione talis multanguli in quintuplici ſectione recti anguli, & in dimetiendis quinque triangulorum lateribus: prima ſectio eſt trifariam, reliqua bifariam, ut habeatur quatuor rectorum cẽtrum occupantium $\frac{1}{96}$ unde per peripheriam ſubtenſam habeatur nonageſimum ſextum latus adſcribẽdi multanguli. Labor igitur duplex eſt, primus in circumſcribendo tali multangulo & comparando perimetrum circumſcripti multanguli cum inſcripti circuli diametro, quod ſit tripla quidem diametri, ſed minor quám ſeſquiſeptima: ſecundus labor eſt in eodem multangulo inſcribendo, & comparando ſimiliter perimetrum inſcripti multanguli cũ diametro inſcripti circuli, quod ſit tripla quidem diametri, ſed major quám ſeſquioctava. Propoſitio igitur iſta in utraq; parte continet fabricam problematis, & rationem theorematis. At fabricæ rationiſque in utraque parte varius licet labyrinthus, attamen mirifico geometrici artificii filo retexitur. Primæ partis problema theoremaque prius expediatur, ipſumq; diagramma ſic repræſentetur.

PRIMA PARS DEMONSTRATIONIS, QVOD *peripheria sit tripla diametri, sed minor quàm sesquiseptima.*



Posito

Poſito diagrammate videmus quintuplicem angulum, & triangulum quintuplex, ſed ſectiones hic quinq; ſunt unius recti: prima $\frac{1}{3}$: ſecunda $\frac{1}{6}$: tertia $\frac{1}{12}$: quarta $\frac{1}{24}$: quinta $\frac{1}{48}$: atqui in tertia ſectione $\frac{1}{24}$ unius recti *jam* erat $\frac{1}{96}$ quatuor rectorum. Nam $\frac{1}{14}$ recti eſt $\frac{1}{96}$ rectorum 4, cúm illic reductio particularum ad partes integri faciat $\frac{1}{24}$. hic $\frac{4}{96}$ idem valentes: Sed demonſtratio inchoata é radio, de tota diametro non procederet. Itaq; quarta biſectione quæritur $\frac{1}{48}$ quæ duplicata redeat ad $\frac{1}{24}$. Sed hic nodus enodabitur evidentius ſecunda parte. Demonſtratio itaque primæ partis contexatur: ſecetur primo tertia recti, recta é centro infinita recté biſecante radium inſcriptum circulo ab extremo diametri. Nam cũ radius id eſt latus ſexanguli recté biſecatur, biſecatur peripheria per 19 e 16. Itaque biſegmentum peripheriæ eſt $\frac{1}{12}$ totius perimetri, ideoque ſubtendit etiã $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum per 6 e 16, proptereaque ſubtendit unam tertiam unius recti. Quare angulus *o u* eſt tertia pars recti. Hæc prima ſectio eſt anguli recti trifariam. Primum triangulum abſolvatur perpendiculari á dicto extremo diametri concurrente cum biſecante in puncto, & abſoluti latera metiamur. Hic biſecans *i o* eſt dupla perpendicularis *o e*. Nam *o e* ſi continuetur æqualiter ſibi ipſi ad *u*, & connectatur cum *i*, duo triangula *o e i* & *u e i* fient æquiangula per 2 & 1 e 7, tumque anguli *o i e*, & *e i u* æquales facient $\frac{2}{3}$ unius recti, itemque anguli *i o e* & *i u e* æquales facient ſinguli $\frac{2}{3}$. Itaque totum triangulum *o i u* erit æquiangulũ, & ideo æquilaterum. Itaque latus *o i* æquale lateri *e u* erit duplum dimidii *o e*, id eſt dictæ perpendicularis. Quare ſi *o e* perpendicularis valeat 153, biſecans *i o* dupla valebit duplum, nempe 306, cumque quadratum perpendicularis 23409 ſubduxeris á quadrato ſecantis 93636, reſtabit pro quadrato ſecũdi cruris ſeu radii per 5 e 12, 70227, cujus latus erit 265 ac paulo plus, ſic 265 †: atq; ita primi trianguli latera nobis dimenſa erunt: unde quia quantitas majoris ad candem eſt major quám minoris, ratio radii *i e* ad perpendicularem *o e* ſit major, quám 265 ad 153. Hoc triangulum lateribus ita dimenſum fundamentum eſt univerſæ propoſitionis ad fabricam problematis, & ad rationem theorematis. Ab hoc enim principio ducitur quadruplex biſectio tertiarii anguli, laterumq; in quatuor reliquis triangulis ſimilis inventio. Biſecetur itaque primo angulus *e i o* ducta *i y* recta: ut igitur *o i* ad *i e*, ſic *o y* ad *y e* per 12 e 6, & per primã compoſitionem, ut *o i* & *i e* ad *i e*, ſic *o y* & *y i* ad *y e*, & permutando, ut *o i* & *i e* ad *o y* & *y e*, ſic radius *i e* ad *y e* conterminũ ſegmentum. Sic igitur habetur in ſecundo triangulo menſura duorum particularium laterum. Atque ex hác concluſione lemma deducitur, quod erit poſtea commune in reliquis biſectionibus etiam partis ſecundæ.

Si recta biſecans angulum trianguli ſecuerit baſim, crus ſimulutrumque erit ad baſim, ut crus alterum ad conterminum baſis ſegmentũ. Hic igitur ratio cruris ſimulutriuſq; 306 & 265 † id eſt 571† ad 153 erit etiã ratio ſecundi cruris vel radii ad conterminũ ſegmentum perpendicularis, ideoque major ratione 571 ad 153. Itaque ſi ſegmentum valuerit 153, crus ſecundũ ſeu radius valebit 571 †. Sic igitur in ſecundo trian-

gulo duas perpendiculares é lemmate metiemur: ubi ſicuti perpetuo deinceps, numerus ſegmenti eſt qui fuit totius perpendicularis. Jam veró additis quadratis radii & contermini ſegmenti 326041 & 23409, totũ 349450 † erit per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis, quadratique latus pro ipſa biſecante erit $591\frac{1}{8}$. Hæc prima biſectio eſt tertiarii anguli, eaque dimenſio laterum ſecundi trianguli. Secunda biſectio ſequitur & triangulum tertium. Rurſus ergo angulus *yie* biſecetur, ducta recta *is*, & recti trianguli latus *ie* colligatur per lemma additis 571 † & $591\frac{1}{8}$ † totũ erit $1162\frac{1}{8}$ † ꝓ radio perpendiculari & majoris rationis ad *es* quàm $1162\frac{1}{8}$. fiant quadrata radii $1162\frac{1}{8}$ † & contermini ſegmenti 153 erunt $1350534\frac{33}{64}$ & 23409: totum autem per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis $1373943\frac{33}{64}$, totiuſq; latus erit $1172\frac{559}{2345}$ id eſt $1172\frac{1}{8}$ † pro ſecũda biſecante. Hæc ſecunda biſectio eſt, & hæc dimenſio laterum tertii trianguli. Tertió, biſecetur angulus *sie* ducta recta *ir*, & latus *il* quarti trianguli colligatur additis per lemma cruribus tertii: totum erit $2334\frac{1}{4}$ †. Hic radius ad perpendicularem erit majoris rationis quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153: & hæc dimenſio erit perpendicularium. Adde quadrata crurum $5448723\frac{1}{16}$ & 23409, totum erit pro quadrato biſecantis per 5 e 12, $5472132\frac{1}{16}$, totiuſq; latus pro biſecãte $2339\frac{1216}{4679}$ id eſt $2339\frac{1}{4}$ †. Hæc tertia biſectio eſt, & hęc dimenſio laterum quarti trianguli, ubi jam habetur $\frac{1}{96}$ totius loci centrum occupantis. Sed ratio totius diametri ad ſegmentum perpendicularis non ſuccederet. Itaque angulus æqualis jam inventus aliter inveniendus eſt addendo æqualem angulum ad inventi anguli dimidium. Quapropter quarto & ultimo biſecetur angulus *rie* ducta recta *il*: Hic per lemma ratio radii *ie* ad ſegmentũ perpendicularis *el* eſt ratio ſimul utriuſq; cruris id eſt $4672\frac{1}{2}$ † ad 153. Itaq; major quàm $4672\frac{1}{2}$ ad 153, & cõtra ratio ſegmenti *le* ad radiũ *ei* minor quàm 153 ad $4672\frac{1}{2}$. Adhuc igitur ad multanguli ꝓpoſiti fabricã quintuplex anguli ſectio, & quintuplex triangulũ fuit, prima ſectio fuit trifariã, ut $\frac{1}{3}$ haberetur: deinceps tertiarius angulus quadrupliciter eſt biſectus, ut haberetur $\frac{1}{48}$ unius recti: prima enim biſectio fecit $\frac{1}{6}$, ſecũda $\frac{1}{12}$, tertia $\frac{1}{24}$, quarta $\frac{1}{48}$. Ponat̃ jam angulo *lie* ęqualis angulus ad *i*, qui ſit *lim*, id eſt angulus *lie* duplicet̃, angulus *lim* erit (ut prædictũ eſt) $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{4}$ quatuor rectorũ, id eſt totius circa centrũ loci $\frac{1}{96}$. Quare *lm* erit latus multanguli circũſcribendi laterũ 96, & nonagies ſexies deinceps paribus intervallis circa peripheriam circũſcriptũ totã figuram cõplebit. Hoc artificũ fuit quintuplicis ſectionis in angulo, & trianguli perpetua laterũ á primo illo perpendicularis duplo ſeries & cõtinuatio. Quaꝓpter primæ partis problema ejuſmodi fuit: theorema multó brevius inde ſequitur, ut cõparet̃ perimeter circũſcripti multanguli ad diametrũ inſcripti circuli: & numero definiatur exceſſus perimetri ſupra diametrũ. Quoniã igitur oſtenſus eſt radius *ie* *el* habere majorẽ rationem quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153: ipſius autem radii *ie* dupla eſt tota diameter *ae*: ipſius veró *el* dupla *lm*. Quare cum partes multiplis ſint proportionales, tota diameter *ae* ad totam *lm* majorem habet rationem quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Tum multiplica latus *lm*, id eſt 153 per

96, fa-

96,facies 14688 pro tota perimetro circumscripti: quam si dividas per diametrum, triplam esse perimetrum diametri comperies,& præterea majorem $667\frac{1}{2}$. Nam si à numero perimetri ter per partes subduxeris numerum diametri,id est si primo ter tollas 4673,restabunt 669: deinde si ter etiam tollas $\frac{1}{2}$ de 669,restabunt $667\frac{1}{2}$ reliqui summa in Archimedis & Eutocii litera: quæ quidem minor est,quám septima pars diametri $4673\frac{1}{2}$. Nam si putes unam septimã esse, multiplica $667\frac{1}{2}$ per 7,factus erit $4672\frac{1}{2}$,qui numerus est minor unitate quã diameter. Concludamus igitur cum Archimede,perimetrum multanguli circumscripti dato circulo triplam quidem esse diametri circularis, sed paulo minorẽ sesquiseptima,nempe unitate unius septimæ, ideoque & peripheriam inscripti circuli triplam illam quidem etiam esse,sed multo minorẽ sesquiseptima, quia contenta peripheria inscripti circuli minor est continente perimetro circumscripti nonasexanguli.

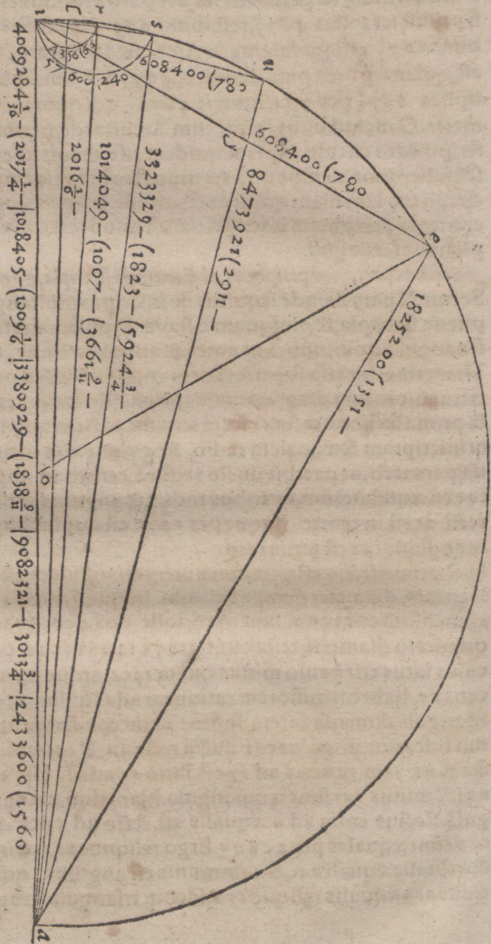
Secunda pars,quod peripheria ad diametrum sit tripla, & multo major quam sesquioctava.

Secunda pars deinde sequitur de inscripto multangulo,quodque inscripti peripheria sit tripla,& plusquam octava. Problematis fabrica de inscribendo nonasexangulo quintuplici,ut antea & anguli sectione, & triangulo similiter utitur. Theorematis ratio superiori item consimilis. Sed problema præcedat. Præponatur hic totum diagramma,ut prius.Esto itaque circulus,eiusque diameter *ai*, & prima sectione recta *ae* secet tertiam partem anguli recti, connectatq; rectam *ei* inscriptam & æqualem radio. Angulus enim connectentis & diametri,erit tertia pars recti,ut patebit ducto radio à centro in angulum *e*. Triangulum enim *ioe* est æquilaterum,ex tribus radiis,& angulus *ioe* æquilateri trianguli valet $\frac{2}{3}$ recti. at est in centro. Itaque per 5 e 16 est duplus anguli in peripheria *iae*. Quare angulus *iae* est tertia recti.

Hæc prima sectio est,primum autem triangulum est *aei*,cujus latus *ai* est duplũ lateris *ie*, diameter nempe sui radii. Itaque si radii *ie* mensura sit 780, diametri *ai* mensura erit 1560. Jam vero tolle 608400 quadratum radii *ei* à 2433600 quadrato diametri,restabunt per 5 e 12,1825200 pro quadrato connectentis, cujus latus erit paulo minus quám 1351. atque ita notabitur 1351 —. Itaque secans *ae*, habebit minorem rationem ad *ei* quám 1351 ad 780. Sic igitur primi trianguli dimensa latera sunto: deinceps sequitur quadruplex bisectio. Primo bisecetur angulus *eai* ducta recta *au*, & connectatur cum diametro per rectam *ui*. Jam ratio *ai* ad *iy*,est ratio *au* ad *ui*. Hic enim duo triangula majus *aui* & minus *yui* sunt æquiangula.Nam duo triangula *aey* & *yui* sunt æquiangula.Rectus enim ad *u* æqualis est recto ad *e* per 18 e 16, & anguli ad verticẽ *y* sunt æquales per 2 e 8 e 5.Ergo reliquus *uiy* reliquo *eay* est æqualis, ideoq; & æqualis æquali *uai*,& communis est angulus, qui ad *u*.Itaque per c 3 e 7, reliquus *aiu* æqualis reliquo *iyu*, ideoq; triangula proposita æquiangula, & ut *au*

latus

latus majoris trianguli ad *ui* latus homologum minoris, sic *ai* ad *iy*, ac per lemma, ut *ai* ad *iy*, sic *ea* & *ai* ad *ei*. Itaque ratio *au* ad *ui* est ratio *ea* & *ai* ad *ei*. Hic enim numerus perpendicularis manet, qui postea tamen variatur nō ratione, sed terminis rationis. jam addito *ae* & *ai*, id est 1351— & 15601, totum 2911— erit *au*: Deinde addantur quadrata secantis & connectentis 8473921 — & 608400, totum erit 9082321, pro quadrato diametri per 5 e 12: totiusque latus erit $3013 \frac{41512}{6027}$ id est $3013\frac{3}{4}$ pro diametro, ideoq; diameter *ai* ad connectentem *ui* erit minoris rationis, quám $3013\frac{3}{4}$ ad 780. Atque hæc prima bisectio est anguli, eaque dimensio laterū secundi trianguli. Secundo bisecetur angulus *iau* per rectā *as*, & secans cōnectatur, triangula erunt æquiangula, ut antea, ratioque secātis ad cōnectentem erit ratio diametri ad segmentū, ideoq; per lemma, ratio 2911— & $3013\frac{3}{4}$ id est $5924\frac{3}{4}$— ad 780. Reducito ad integros utrumq; terminum multiplicando per 4, habebis integros 23699 & 3120, integrosque reducito ad minimos per divisorem maximum 13, id est sume utriusque $\frac{4}{13}$ ratio reducta erit 1823 ad 240. Antea numerus segmenti



fuit

fuit ſemper idem. Hic primum connectentis numerus variatur terminis. Adde quadrata reductorum 3323329 — & 57600, totum erit per 8 e 12 pro diametro 3380929, totiuſq; latus erit $1838\frac{9}{11}$. Quare diameter *ai* ad connectentem *is* eſt minoris rationis quám $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Hæc ſecunda biſectio eſt, & dimenſio laterum tertii trianguli. Tertio biſecetur angulus *sai* per rectam *ar*, triangula (ut ante) erunt æquiangula, ratioque ſecantis ad connectentem erit ratio diametri ad ſegmentum, ideoq; per lemma ratio 1823 — & $1838\frac{9}{11}$ — id eſt $3661\frac{9}{11}$ — ad 240. Reducito ad integros multiplicando per 11, facies 40280 & 2640, & integros reducito ad minimos per 40, id eſt ſume utriuſque $\frac{11}{40}$, ratio reducta erit 1007 — ad 66: quadratis 1014049 — & 4356 additis, totum erit pro quadrato diametri 1018405, latus $1009\frac{315}{2019}$ id eſt $1009\frac{1}{6}$ — Quare diameter *ai* ad connectentem *ir* eſt minoris rationis quám $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Hæc tertia eſt biſectio & dimenſio laterum quarti trianguli. Quarto biſecetur angulus *rai* per rectam *al*, triangula erunt, ut antea, æquiangula, & ratio diametri ad ſegmentum erit per lemma ratio ſimulutriuſq; 1007 — & $1009\frac{1}{6}$ — id eſt $2016\frac{1}{6}$ — ad 66. Hic nulla reductio eſt, adde quadrata $4064828\frac{1}{36}$ — & 4356. totum erit pro diametri quadrato $4069284\frac{1}{36}$ latus $2017\frac{995}{4035}$ id eſt $2017\frac{1}{4}$ — pro diametro. Quare diameter *ai* ad *il* eſt minoris rationis quám $2017\frac{1}{4}$ ad 66. Contraq; latus *il* ad diametrum *ia* eſt majoris rationis quám 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Hæc quarta eſt biſectio & dimenſio laterum quinti trianguli. Atq; hoc ultimum biſegmentum eſt $\frac{1}{96}$ perimetri, neq; modus ille duplicati anguli é prima parte huc repetitur, quia ſumitur tota diameter, non radius ut illic. Hic veró $\frac{1}{3}$ recti ſubtendit $\frac{1}{6}$ totius peripheriæ, ideoq; eſt $\frac{1}{6}$ quatuor rectorum. Itaque prima biſectio facit $\frac{1}{12}$, quatuor rectorum, ſecunda $\frac{1}{24}$, tertia $\frac{1}{48}$, quarta $\frac{1}{96}$: quæ ideo ſubtendunt totius peripheriæ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{96}$. Ergo hæc problematis fabrica eſt. Nam ſi nonagies ſexies inventum latus peripheriæ deinceps inſcribatur, multangulum erit inſcriptum 96 laterum æqualium. Theorematis ratio ſuccinctior etiam hic eſt. Nam cum latus nonageſimũ ſextum inſcripti multanguli valeat 66, jam multiplica 96 per 66, tota perimeter inſcripti valebit 6336. Divide igitur per partes, ut antea primo 6336 per 2017, quotus erit 3, & reſtãt 285, é quibus tolle ter $\frac{1}{4}$ id eſt $\frac{3}{4}$, remanebũt $284\frac{1}{4}$ dictæ perimetri, quæ reliqua majora ſunt $\frac{10}{71}$, ideoq; majora etiam ſunt $\frac{1}{8}$. Itaque perimeter inſcripti multanguli ſuperat diametrum circumſcripti circuli triplo & ſeſquioctavo, ideoq; peripheria circumſcripti circuli multó magis ſuperat. Quamobrem ut tota archimedeæ propoſitionis ſententia concludatur, peripheria circuli eſt tripla diametri & fere ſeſquiſeptima, minor enim eſt ſeſquiſeptima, major autem ſeſquioctava, ſed propior ſeſquiſeptimæ: Illic enim deeſt unitas unius ſeptimæ: hic reliquum partibus plurimis majus quám $\frac{10}{71}$, & ideo quám $\frac{1}{8}$.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBER 13. IN

definitiones quinti libri.



Quintum librum Scholiastes græcus Arcadius nempe vel Pappus, vel quod apparet é 19 p 10, Proclus refert ad Eudoxum Platonis præceptorem, quem tamen Proclus sodalem Platonis efficit, & scopum ait esse libri de analogiis, & certé de solis analogiis agitur libro quinto. Proclus putat totum librum hunc esse communem Arithmeticæ & Geometriæ, & quidem multis partibus logicus est, ut definitionibus rationis, proportionis, in differentiis communibus inversæ, alternæ, continuæ proportionis, reliquarum tamen partium doctrina est arithmetica, nec ullam magnitudinis propriam affectionem cõplexa eaque valde manca: de rationibus duæ tantum definitiones sunt, de proportione continua mirum præter duas definitiones silentium. Sed elenchus toto libro perpetuus est logicæ & arithmeticæ ad posteriorem materiam de magnitudinibus alligatæ; cum tamen geometricum de magnitudinibus nihil feré sit, nisi forte in tertia & quinta definitione propter unum ὁμογενέιας verbum. Hoc igitur semel in universum admonitum sit, bis peccasse in logicam legem καθ᾽ ὅλου πρῶτον Eudoxum, qui logicam & arithmeticam analogiarum magnitudinibus attribuerit. Utilitas veró doctrinæ de rationibus & proportionibus plane singularis est, sed ea nihiló minor erit, imo partibus multis uberior, si suo loco & ordine perdiscatur. Neque nostræ scholæ sunt solum de utilitate, sed de doctrinæ methodo & facilitate. Sed procemii satis est. Definitiones primum novendecim consideremus: tum accedemus ad propositiones. Primis definitionibus duabus opponuntur pars & multiplex.

1 *Pars est magnitudo magnitudinis minor majoris, quando minor dimetitur majorem.*

2 *Multiplex autem major minoris, quando major dimensa est á minore.* Primum quid casibus majoris & minoris hic opus erat? nõne satis erat quod minor metiretur majorem, & major dimensa esset á minore? Sermonis enim genus insolens: Deinde metaphora geometrica in verbo metiri hic non minus esset insolens, nisi elencho illo magnitudinis pro numero usurpatæ tegeretur. Pars vero logicum nomen est oppositum toti, ut 9 ax 1 usurpatur (totum majus parte) generaleque ad partem quotam, quæ modo pars appellatur, & ad partes, quæ postea pro quanta parte dicentur. Illa Campano est multiplicativa, hæc aggregativa, denique ut duplum, triplum, quadruplum, multiplex dicitur, sic opposita pars subduplum, subtriplum, subquadruplum. Multiplex autem arithmeticam speciem inæqualitatis significat. Atque in ista doctrina multiplicis & partis unum genus rationum comprehenditur. At superparticulare & super-

ſuperpartiens, cæteraque inde composita genera in totis elementis nulla uſquã docentur: πολλαπλάσιον tamen generaliter interdum ſumitur pro multo majore, ut ab Ariſtotele in machanicis de rhombi diametris.

3 *Ratio eſt duarum magnitudinum homogenearum ſecundum quantitatem inter ſe quædam habitudo.* Hæc definitio (ſi habeat pro magnitudinũ, rerũ) tota logica ſit. Homogenia autem in comparatione geometrica ſolum requiritur: In numeris homogenia nulla requiritur. Omnes enim omnino ſunt inter ſe comparabiles, & comparationis ratio in his quælibet explicabilis etiam numero. In geometricis autem rebus videtur ratio homogeniam poſtulare: ut lineæ inter ſe, non cum ſuperficie, & ſuperficies inter ſe, non cum corpore, corpora denique inter ſe comparentur. Nec tamen in omnibus homogeneis ratio ipſa explicabilis eſt. Eſt enim aliquando ἄλογος καὶ ἄρρητος ſurda & inexplicabilis: ut inter latus & diagonium quadrati, inter axem & latus icoſaedri & dodecaedri, imo vero ratio iſta quam ſibi definiendam proponit Euclides æqualitatis & inæqualitatis, communis eſt omnium rerum: lineaque ſuperficiei corporique comparari poteſt, ſic 14 lib. elementorum comparantur corpora, ſuperficies, lineæ inter ſe, & ſic lunula Hippocratis quadratur, & anguli obliquilinei rectilineis æquantur, ut antea demonſtratum eſt: Tumque in utroq; ſpectatur una dimenſio: neque quicquam novi affert iſta Euclidis definitio, quod non antea vel grammatica docuerit, quæ res jubet comparari tantum homogeneas. Virtus eſt auro nobilior, utrumque igitur nobile. Scævola juriſperitorum eloquentiſsimus, Scevola igitur juriſperitus: neque vero quod animadverterim aut meminerim definitio hæc poſtea ad ullum uſum appellatur. Campanus hic docet ab Euclide rationem rectè eſſe definitam, quia Ariſtoteles ait proprium eſſe quantitatis æquale, vel inæquale dici. At non videtur Campanus ſatis animadvertere quantitatem hanc logicam eſſe omnium entium, etiam non entium communem differentiam, ut Ariſtoteles nominatim in metaphyſicis docet, ut docet etiam in topicis locum eſſe communem omnium rerum á paribus, majoribus, minoribus. Itaque ratio pro generali comparatione quantitatis æqualis vel inæqualis non juſtius hic definitur, quam definiretur ſpecies vel ſyllogiſmus.

4 Proportio veró eſt rationũ ſimilitudo. ἀναλογία deinceps ſeu proportio conſimili logica definitur, & quidem elencho abſurdiore, præſertim ab Ariſtotele commonſtrato. Ariſtoteles enim 5 cap 1 poſt. ait ἀναλογίαν τὴν ἐναλλὰξ non eſſe numerorum, neque magnitudinum, & ſophiſticam talem eſſe doctrinam numeris aut magnitudinibus accommodatam: unde & ἀναλογίαν ἀνάπαλιν (quæ communior eſt) cum proportioni & disjunctæ & continuæ conveniat, magis etiam logicam eſſe intelligimus. Ariſtoteles tamen 3 cap 5 lib ad Nicomachum videtur attribuere numeris analogiæ doctrinã, cum ait: τὸ γὰρ ἀνάλογον οὐ μόνον ἐστὶ μοναδικοῦ ἀριθμοῦ ἴδιον, ἀλλὰ ὅλως ἀριθμοῦ. Analogia non ſolum eſt abſoluti numeri propria, ſed omnino numeri, tanquam diceret analogiam eſſe numeri quidem propriam, ſed ita ut numeratis rebus conveniat. Verum cum idem

ait, ut sutor est, ad calceum, sic architectus ad domum, non dicit rationem duplam sesquialteram, aut quampiam aliam numeratarum rerum, sed generaliter & logicé loquitur. Quare Aristoteles ille logicus accuratior est hoc ethico, qui tamen non pater Aristoteles, sed filius quibusdam videtur. Sed proportio definitur ab Euclide ὁμοιότης similitudo rationum, magis proprium videretur dicere ταυτότητα tanquam diceres identitatem, sicut septima definitio proportionales definit, qui habeant eandem rationem: sicut deinceps Euclides ferè perpetuò loquitur. Denique cum dicitur, Proportio est similitudo rationum, idem est ac si diceretur, Proportio est proportio rationum, quia similitudo & proportio est idem, & sic Aristoteles appellat. Postea autem in rebus geometricis similitudo videbitur species proportionis (tantum abest, ut sit genus) sic enim similes figuræ dicentur: At similes dicentur similitudine laterum, neque aliud erit similitudo, aliud proportio. Atque ut ratio est duorum terminorum, sic proportio est duarum rationum, proportioque rationum æqualitati terminorum respondet, & ut idem terminus æquatur eidem, ita in proportione ratio eidem rationi comparatur, & appellatur à græco interprete innominato λόγος λόγου ratio rationis: Attamen ut æqualitas & inæqualitas terminorum simplicium est, sic similitudo & dissimilitudo binorum: At penuria verborum dicitur ratio ratione major aut minor.

5 Rationem habere dicuntur quæ multiplicata sese possunt excedere. Arithmetica materies etiam hic est, & convenit numeris omnibus: non convenit autem magnitudinibus omnibus: ideoque tanquam homogenia hic iterum significatur, nec linea quantumlibet multiplicata posit excedere superficiem, aut superficies corpus. Verum duo quælibet entia rationem habent logicam, ut æqualia sint vel inæqualia: quamvis æqualitas vel inæqualitas neque numero neque mensura posit exprimi: In magnitudine autem prodesse posit hactenus ista definitio, ut homogenia requiratur. Ergo hoc alterum in quinto libro geometricum nonnihil est, præterea geometricum & magnitudinis proprium nihil erit.

6 *In eadem ratione magnitudines dicuntur esse prima ad secundam & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquemultiplices, secundæ & quartæ æquemultiplices secundum quamlibet multiplicationem, utraque utramque aut una deficiunt aut una æquant, aut una excedunt sumptæ inter se.*

Hæc definitio si perspicue loqueretur, materiam logicam ostenderet in aliqua proportionis explicatione: At valde lubrica est. Nec enim si terminorum primi & tertii æquemultiplices secundi & quarti æquemultiplicibus secundum quamvis multiplicationem sint vel una majores, vel una æquales, vel una minores, ideo simplices propositi perpetuo proportionales erunt. Satis enim est ad veritatem disjunctivæ unam partem esse veram. Dentur igitur simplices termini non proportionales ut 4. 3. 5. 4.

accidet diſjunctionis hujus non unam, ſed duas partes veras eſſe, ut tota definitionis enuntiatio falſa ſit. Sumantur enim æquemultiplices alterni, ut hic vides.

4.	3.	5.	4.
24	27	30	36
24	21	30	28

In primo exemplo primus terminus ſuperatur á ſecundo & tertius á quarto: in ſecundo primus ſuperat ſecundum, & tertius quartũ, & tamen dati non ſunt proportionales. Quare in his duobus exemplis definitio vitioſa videatur. Ad defenſionem autem euclideæ definitionis argumentum duplex facere videtur, primum quod in hac definitione verbum græcum ἅμα non una (ut convertitur vulgo) ſed pariter latine reddendum fuerit, ut multiplicium alterna ratio directa ſit eadem & par, quomodo videtur Campanus accepiſſe, ut in ſingulis exemplis exceſſus æqualitatis, defectus ſit eadem ratio: ac tum exempla illa duo non congruerent, quia non eſſet ubique par neque exceſſus, neque defectus. Secundum eſt quod voces diſjunctivæ ἢ. ἢ. ἢ. irrepſerint pro ϗ ϗ ϗ id eſt καὶ, καὶ, καὶ, &, &, &. Sic enim voculæ illæ in ſcriptura vulgo contrahuntur: quam ad rem facit Theon ad 4.7.11.12.13.16.17. 22. 23 p 5: item ad 1, & 33 p 6 & ad 25 p 11: In quibus demonſtrandis adhibet definitionem hanc non diſjunctivé, ut hic exprimitur ſed conjunctive & per conjunctionem connexivam. Si æquale, æquale, ſi majus, majus, ſi minus, minus: quomodo 1 p 6 demonſtrat proportionem triangulorum cum baſibus.

Si baſis æqualis, triangulum æquale, ſi major majus, ſi minor minus: quomodo & Archimedes uſurpat ad 1 p Helicum. Sed quid iſta longius repeto, cum Euclides ipſe quartam propoſitionem quinti é converſa hujus definitionis fecerit, ut etiam quidam interpretes adnotarunt, & pro triplici iſta exceſſus, defectus, æqualitatis differentia dixerit eandem rationem habentes, id eſt proportionales, ut tota definitio & antecedens & converſa ita ſit. Si quatuor magnitudinum æquemultiplices alternæ ſint proportionales, datæ proportionales erunt: Et ſi datæ ſint proportionales, æquemultiplices alternæ etiam proportionales erunt. Verum ut hæc utraque defenſio vera ſit, attamen nihil admodum defendet: neque enim proportio ex illa triplici differentia ſatis accuraté concluditur, cum fallaciſsimus in iſto argumento ſit elenchus. ſubtenſa æqualis ſubtendit peripheriam æqualem, major majorem, minor minorem: ergo ſubtenſæ ſunt proportionales peripheriis: falſum. Ptolemæus convicit. Talis elenchus antea item refellitur á Jordano, item ab Euclide 8 th. 1 Opti. Deinde ut elenchus iſte non ſubeſſet, nihil tamen definitione iſta definietur. Neq; enim hic docebitur quid ſint proportionales, ſed alternatio proportionalium proponetur, quæ definitur poſtea definitione hujus libri undecima & duodecima.

Denique docebit ista definitio simplices terminos esse proportionales, quotum multiplices alterni fuerint proportionales, & quidem multiplices triplici genere rationis defectus, æqualitatis, excessus. Itaque hysterologia duplex est in una definitione, definitur generalis proportio datorum per specialem proportionem multiplicium, secundo proportio directorum per proportionem alternorum: Sed inde absurdiora postea erunt, cum pleræque propositiones illæ (quas diximus) ex sese claræ per hoc bellum principium demonstrabuntur. Harum enim demonstrationum gratiâ definitio hæc ab authore quisquis hic fuit, conficta esse videatur: sed quales hæ sint demonstrationes in propositionibus ipsis ita demonstratis intelligi poterit: assumptio enim categorica ex hac hypothesi nulla erit. Sed de triplici alternationis differentia rursus ad 12 d 5. Quare talis definitio tollatur è mathematis.

7 *Eandem rationem habentes magnitudines proportionales vocantur.* Hæc definitio materiam logicam habet, confirmatque id quod dixi, proportionem melius definiri identitatem quàm similitudinem: & potest tamen proportionalium definitio é definitione proportionis intelligi.

8 *Quando verò æquemultiplicium magnitudinum, primæ quidem multiplex superat secundæ multiplicem, tertiæ vero multiplex non superat quartæ multiplicem, tunc prima ad secundam majorem rationem habere dicitur quam tertia ad quartam.* Hæc definitio logicam rem habet, docetque dissimilitudinem quandam, & tanquam diceres disproportionem, & sic Campanus ait improportionales definiri: Sed tamen definitionis hujus manifestus est elenchus, quia definit tantum per inæqualitatem majorem multiplicem, cum tamen possit per terminos superparticulares superpartientes per subalternos, ut sexta definitio præcipue voluit, perque reliqua omnino rationum genera proportio variari. Sed ut ex generali ratione proportionales termini cognoscuntur, qui habent eandem rationem, sic & non proportionales qui non habent. At dissimilium seu disproportionalium mathematica nulla est. Ergo ista definitio inanis & supervacua est, non vitiosa solum, sed adhibita est ab Euclide ut demonstrari posset 8. 13 p 5. quæ demonstrationes quales sint hinc intelligi potest, cum tali sophismate concludâtur, & tamen sine definitione ista nihil definiente tam poterat quidlibet demonstrari per negationem proportionalium.

9 *Proportio minimum est in tribus terminis.* Logici erat definire proportionem continuam, quæ videtur hic ab Euclide comprændi: Item & disjunctam. Attamen proportio continua melius definiretur quæ summum est in tribus terminis: Nam potest in duobus esse ut 2 ad 3, sic 2 ad 3, quo genere proportionis utitur Euclides 7 & 9 p 5: potest item in unico esse termino, ut 1 ad 1, sic 1 ad 1, quo genere algebra continetur. In quatuor esse non potest. Quare definitio ista, cum magnum quiddam dicere videatur, attamen nihil dicit. Quod si dixeris termi-

nos

nos tres ratione distinctos esse, dicam quatuor isto modo terminos esse necessarios in omni proportione: quia duæ sunt rationes binorum terminorum. Et tamen si requiras quamobrem definitio ista quinto libro præcipue præponatur, nullam invenies: nihil enim liber quintus de proportione continua præcipit. Quare definitiones sex hanc logicam habuerunt.

10 *Si tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam habere rationem dicitur quam ad secundam: Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur quam ad secundam, & semper deinceps uno plus quandiu proportio fuerit. 10 d 5.* Euclides mirificam logicam variis locis adhibuit. E definitionibus antea ad 23 & 34 p 1, propositiones fecit, & faciet postea, nunc é quibuslibet sententiis facit definitiones, quæ tamen nihil definiant, hic enim nihil definitur, sed proprietas, eaque obscurior plerisque demonstratis ab Euclide propositionibus proponitur proportionis geometricæ continuæ, in qua duplicare, triplicare, & sic deinceps non est multiplicare per 2 & 3 aut alium deinceps numerum, sed est terminos rationis bis ter, aut sæpius ponere, & ita multiplicare ut hic vides. $\frac{2}{3}\frac{2}{3}(\frac{4}{9}$ hic ratio 2 ad 3 duplicatur item ut $\frac{2\,2\,2}{3\,3\,3}(\frac{8}{27}$ sic ratio 2 ad 3 triplicatur & in cæteris similiter. Sed in ista definitione λόγος διπλασίων καὶ τριπλασίων ratio duplicata & triplicata non est idem quod dupla & tripla, sed (sicuti docté Campanus interpretatur) ex duabus rationibus talibus composita, aut in se ipsam quadrate multiplicata, item & ex tribus talibus, aut in se ipsam cubicé multiplicata, διπλασίονος tamen verbo usus est Euclides 20 p 3 & 10 p 4 & 12 p 13, pro voce διπλασίου, quomodo etiã Theodosius utitur 12 th. 3 de sphæ. & Ptolemæus 9 c 1 constructionis: Archimedes tamen de sphæra in 31 & 40 th. διπλάσιον λόγον ita dicit, ut hic Euclides διπλασίονα, & idem de circuli dimensione τριπλασίονα λόγον dicit pro τριπλάσιον, ut differentia perpetuo hæc observata non videatur. Verum quamvis decima ista definitio, non sit definitio, nec explicet quid sit, attamen quia principium per se clarum est, & protinus é multiplicatione rationum manifestum, postulatum esto, & tamen postulatum arithmeticum é compositione rationum. Et tamen inquam postulatum, quo non plus utitur liber quintus, quam proportione continua, quæ nona definitione comprehenditur. Quare definitiones nona & decima nullam rationem habent. Quamobrem in libro quinto præcipue statuantur. Euclides é decem primis definitionibus nullam postea propositionem proprie commentus est: ut septendecim est commentus é novem definitionibus reliquis.

11 & 12 verbis discrepant, re ipsa sunt eædẽ, homologæ magnitudines dicũtur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes autẽ consequentibus: itẽ. Alterna ratio est sumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & consequẽtis ad consequentẽ: nec ὁμολογία undecimæ definitionis aliud est quã ἐναλλαγὴ duodecimæ. Nec aliud est positis quatuor proportionalibus, antecedentia antecedentibus, consequentia consequentibus esse homologa, quam sumptionẽ antecedẽtis ad ante-

antecedentem, & consequentis ad consequentem, & si nomen hoc frequens est in elementis, ut in 4 & 5 p 6. aliquando tamen ὁμόλογον idem videtur esse, quod ἀνάλογον, ut 20 p 6. At secus est, ut illic apparebit. Pertinet autem hæc utraque definitio homologorum & alternorum ad rationem disjunctæ proportionis, & habet privilegium quoddam quod directa & inversa proportio habere non possit: ut proportionalium terminorum æquemultiplices alternæ quidem sumpti, directè autem tractati triplici sextæ definitionis differentia variari possint, ut hic vides in exemplo quatuor proportionalium triplicem differētiam æqualitatis, defectus, excessus.]

2.	3.	4.	6.
12.	12.	24.	24.
14.	15.	28.	30.
18.	12.	36.	24.

Hæc differentia triplex accidere non possit, si sumantur æquemultiplices directi vel inversi, id est primi & secundi, tertii & quarti. Nam si simplices fuerint æquales, multiplices tantum æquales erunt, si sit excessus, erit tantum excessus, si sit defectus, erit tantum defectus, eaque videtur occasio fuisse sophismatis ad 6 d 5 comminiscendi: at simpliciter satis ad hoc erat alternæ proportionis definitio. Si directi sint proportionales, alternos proportionales esse: multiplices ad fidem proportionis nihilo plus erant quàm simplices, & si multiplices adhiberentur, æqualitas tamen sola fidem veritatis adferebat, nihil attinebat defectus, nihil excessus, cum fallere possint aliquando, ut dixi. Quare alternatio proportionis est ipsa quidem ex sese probabilis & laudabilis, sophisma verò sextæ definitionis inde ortum tollendum atque abjiciendum. Ex his duabus definitionibus commentus est Euclides tres propositiones 16 p 5 generalem, & 14 & 4 p 5 speciales.

13 d Inversa ratio est sumptio consequentis velut antecedentis, ad antecedentem velut consequentem. Aristoteli ista materies logica est: à quo etiam in logicis ἀνάπαλιν ἡ ἀκολούθησις conclusio secundi connexi dicitur, sed aliud modo est inversio proportionis quæ utrunque est affirmata, cùm illic contra sit. Potest autem data analogia tribus modis inverti, ut hic vides è data proportione.

2	4	3	6
6	3	4	2
4	2	6	3
3	6	2	4.

In sin=

In singulis enim servatur proportio alia quidem atque alia, sed tamen proportio, nec omnino nisi alia proportio esset, proportio esset inversa, sed eadem.

Hinc propositio nulla facta est, sed consectariũ ad 4 p 5. 14 & 15 d. 5. σύνθεσιν καὶ διαίρεσιν compositionem & divisionẽ appellant, quæ proprie additio & subductio dicitur. Elenchos autẽ ex iis axiomatis natos Aristoteles vocat elenchos compositionis & divisionis, tametsi compositionis & divisionis analogia non videatur logica, quia non sit communis omnium analogiarum, ut constat in Arithmeticis proportionibus differentiarum. Compositio triplex est. Prima definitur ab Euclide sic.

14 Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente, velut unius ad ipsum consequentem, ut 4 ad 3, sic 8 ad 6: Ergo ut 4 & 3 id est 7 ad 3: sic 8 & 6 id est 14 ad 6: Euclides nomine generis hanc appellat speciem, & hinc 18 p 5 constituit. Duas reliquas compositionis species non definit, sed instituit inde propositiones. Secunda compositio est assumptio binorum antecedẽtium ad eundem consequentem, ut 8 ad 2, sic 12 ad 3. & ut 4 ad 2, sic 6 ad 3. Ergo ut 8 & 4 id est 12 ad 2: sic 12 & 6 id est 18 ad 3. Hinc ab Euclide factæ sunt propositiones duæ 24 p 5 generalis, & 2 p 5 specialis. Tertia compositio est assumptio omnium antecedentium ad omnes consequentes, ut unius antecedentis ad unum consequentem, ut 4 ad 3: sic 8 ad 6. Ergo ut 4 & 8 id est 12 ad 3. & 6 id est 9, sic 4 ad 3, vel sic 8 ad 6. Hinc duæ Euclidi factæ sunt propositiones 12 p 5 generalis, & 1 p 5 specialis. Triplici veró compositioni triplex divisio opponi potest. Euclides tamen opposuit tantum primæ & tertiæ, prima divisio sic est.

15 Divisio est assumptio exuperantiæ, qua exuperat antecedens consequentem ad ipsum consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 4 ad 3, sic 8 ad 6. Hic vides in uno exemplo primæ compositioni oppositam divisionem. Atque hic Euclides etiam generis nomine appellat hanc speciem, sed aliter peccat. Potest enim divisio esse minoris antecedẽtis, ut hic sicut 3 ad 8, sic 6 ad 16. Ergo ut 5 ad 8: sic 10 ad 16. Ex hac autem definitione facta Euclidi est 17 p 5. Addit huc Euclides aliam divisionem nomine τῆς ἀναστροφῆς id est reversionis.

16 Reversio est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua exuperat antecedens consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 7 ad 4, sic 14 ad 8. ubi elenchus est superiori similis speciei pro genere: differentiam enim sumere debuit Euclides, sive defectus, sive exuperantia esset. Hæc divisio proprie nulli superiori compositioni opponitur, nec ex ea propositionem Euclides ullam faciet: potest tamen adhiberi, ut ad 13 p 10 adhibetur á quibusdam. Archimedes itẽ ad 18 p helicum ἀναστροφὴν adhibet, & quidem antecedentis minoris: Ergo hæc in Euclide divisio duplex. Tertia divisio est assumptio differentiæ antecedentis ab antecedente, ad differentiam consequentis á consequente, ut antecedentis unius ad unum consequentem, ut 12 ad 9, sic 4 ad 3. Ergo ut 12 ad 9, sic 8 ad 6. Hæc divisio respondet tertiæ compositioni: At Euclides ut neque é tertia compositione, sic neque é tertia divisione ullam definitionem fecit, fecit tamen é materia definitionis 19 p 5 generalem, & 5. 6 p 5 speciales. Reliquæ tres defini-

tiones conjunctam proportionem habent in æquatione: æquatio autem variis sophismatis ut analogiæ reliquæ ab Euclide & Theone obscurata est.
17 Ex æquo ratio est, quando positis pluribus magnitudinibus & aliis æqualibus multitudine binisque sumptis, & in eadem ratione fuerit, ut in primis magnitudinibus prima ad extremam, sic in secundis magnitudinibus prima ad extremam: aut aliter, sumptio extremorum per subductionem mediorum. Hic ratio ponitur pro proportione elencho superioribus simili. Deinde bis definitur idem, cum tamen definitio prior sit evidentior.
18 Ordinata proportio est quando fuerit ut antecedens ad consequentem, sic antecedens ad consequentem: fuerit autem ut consequens ad aliud quippiam, sic consequens ad aliud quippiam. Hæc definitio nō rationem ut prior, sed proportionem appellat, ita primum elenchum vitavit. At genus in definitione nō repetivit uti debuerat. Hinc tres propositiones factæ sunt ab Euclide, 22 p 5 generalis: 20 & 3 p 5 speciales.
19 Perturbata autem proportio est, quando tribus positis magnitudinibus, & aliis æqualibus ipsis multitudine est, ut in primis magnitudinibus antecedēs ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quippiam, sic in secundis magnitudinibus aliud quippiam ad antecedentem elenchus est, quod generis definitio perverse iteratur pro nomine generis: Nec enim definitio generis tres tantum magnitudines proposuit. Hinc autem factæ sunt 23 p 5 generalis & 21 p 5 specialis, ita factæ sunt è definitionibus propositiones septemdecim: reliquæ octo 7.8.9.10.11.13.15.25, postulari debuerant, non proponi. Et quidem 7.11.13.15 in Logica potius, quàm in mathematica: Axiomata enim logica sunt in logicis etiam à nobis collocata.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 14. IN PROPOSITIONES QUINTI LIBRI.


Efinitiones quinti libri adhuc consideratæ sunt, considerentur deinceps propositiones logicis musis omnibus invitis & propositæ & demonstratæ, & collocatæ. Materies enim tota est principiorum, unde propositiones demonstrabiles confictæ sunt. Sunt enim septemdecim è materia definitionum antecedentium, ut speciatim jam declaravi: Octo reliquæ principia per se clara, & postulanda ideo fuerant. Campanus id vidit, definitionesque appellat modos arguendi, & ait ab Euclide postea demonstrari, idque Campano tam pulchrum visum est, ut à Theone præteritas quarundam definitionum & propositiones & demonstrationes ipse addiderit, quin sophisma tam crassum à mathematicis antea nōnullis reprehensum defendit, ut dicetur ad 7 p 5. Sed in Campano mirabilior etiā logica est adversus Amethum qui sextā definitionē demonstrabat multo justiore de caussa, quám vel Euclides, vel Theon, vel Campanus reliquas definitiones demonstrarint. Ita Campanus in Ametho reprehendit elenchum in definitione unica, quē

in toto libro cũ Theone facit. Verumtamẽ demonſtrationes ejuſmodi, aut nihil demonſtrat omnino, aut demonſtrãt (ut neceſſe fuit) é poſterioribus: deniq; ſpeciales generalibus antepoſitæ ſunt, & tamẽ ſpeciales quæ ſpecialẽ doctrinã nullam adferãt, ſed ſpecialis tantũ ſint exẽpli: ut quod tantũ generaliter præcipiendũ de omnibus proportionalibus erat, id proponitur per multiplex, quod ſimili matæotechnia fieri poterat per ſuperparticulare, ſuperpartiens, & reliqua rationũ genera. Et tamẽ ne quis tam inſolentẽ logicã in mathematicis admiretur, Ariſtoteles in prioribus analyticis effecit qui Eudoxi condiſcipuli logicã æmulatus ſyllogiſmorũ in tribus figuris definitiones pari apodictica demõſtravit: ut illic á nobis expoſitũ eſt. Ergo hæc ſingula in ſingulis propoſitionibus convincantur, ac præcipué in ſex primis, quæ ſingulę ternos elenchos habent inſignes, quod principia proponant, quod nihil demonſtrent, quod ſpeciale anteponãt generali, id eſt omnibus judicii generibus ſophiſtica ſunt.

1 Eſt é definitione tertię cõpoſitionis, nuſquã tamen apud Euclidẽ conſtitutæ. Demonſtratio aũt ipſius lecta iterũ & iterũ relecta lectori attento & logico admirationem ſummã adferet, cũ in ea nullũ ſyllogiſticæ complexionis argumẽtum mathematicũ reperietur: quatuor ante libri elemẽtorum fuerũt, definitiones in quinto libro fuerunt novemdecim: é quibus tamẽ propoſitionis hujus rationẽ reddere Theon nullã potuit, nullamq; cauſſam proferre, quamobrẽ propoſitio prima vera eſſe videatur. Proponitur, Si partes æquemultiplices ſint partiũ, tam multiplex totũ totius futurũ, inductio ſpecialis exẽpli per lineas adhibetur, ſed in linearũ exẽplo partes ſunt duplæ partiũ. Ergo totũ totius eſt æquemultiplex, quod argumentũ propoſitio ipſamet fuit, præterea nullum. Hic fortaſsé dicetur huc afferri poſſe 1 & 2 d 5: itẽ 2 ax 1. At nõ affertur (inquam) á Theone, qui licet nominatim nõ appellet elemẽta quibus ad demonſtrandũ uti ſolet, ut Zambertus facit, attamen ſententiã, tota etiã verba profert: quod hic non facit. Quamobrem demonſtratio Theonis ad primam propoſitionẽ nullo principio ſuæ demonſtrationis utitur, neq; demonſtrat quidquã. Si partes ſint æquemultiplices partiũ, totũ totius tam multiplex futurũ: quod erat tamẽ demonſtratori propoſitũ, ſed exẽplo tantũ inducit. Tertiũ ſophiſma eſt é methodo. Si propoſitio dubia eſſet, ſi demõſtrabilis eſſet, debuit tamẽ ſpecialis poſtponi generali, ut é generali ſpecialis concluderetur, quia ut veriſsimé docet Ariſtoteles, generale ſpecialis eſt cauſſa. At prima hæc ſpecialis eſt ad 12 p 5. Quare tribus judicii generibus elenchus iſte triplicatus eſt, propoſitionis, demonſtrationis, methodi. Res proponitur tanquam dubia, quæ poſtulanda fuerat, demonſtratio ſpecie oſtentatur, nulla præſtatur, ordo rerum pervertitur.

2 Eſt é definitione ſecundus compoſitionis ab Euclide præteritæ: demonſtratio autẽ licet referatur á Zamberto ad 1 p 5, attamẽ theſis non convenit â conſequentibus diviſis ad conſequentes totos, ſed argumẽtum hic item é principiis nullum eſt, neq; alia cauſſa ſpecialis hujus propoſitionis per multiplicem, perq; partem alia eſt ulla, quám quæ generali propoſitione, ſeu definitione cõtinetur. Quare demonſtratio hæc nihilo plus demonſtrat, quám prima demonſtravit. Atque hic alter elenchus eſt. Tertius autem elenchus é 24 p 5 deprehendetur,

quæ generalis est ad hanc secundam. Quare propositio secunda sophistica est genere & propositionis, & demonstrationis, & methodi.
3 Tres item elenchos habet, fit enim é materia æquationis ordinatæ definitæ 18 d 5:& nominatim æquatio hic appellatur:perinde veró poterant æquemultiplices assumi secundi & quarti: æquatio enim tam ordinata constitisset,imó ordinatior.Incipit enim Euclides á medio æquationis,& invertit saltem illud ordinis.Demonstratio Theonis repetitur é compositione 2 p 5:sophisticé cúm caussa (ut dixi) sit æquationis non compositionis, denique propositio est specialis ad 22 p 5.
4 p 5. Sophisma item triplicat, primó est conversa 6 d 5 : vel est é 12 d 5 : Illic enim fuit. Si æquemultiplicia alterna sint tripliciter proportionalia,& simplicia proportionalia esse : Hic autem est. Si data sint proportionalia,alterné quoque esse proportionalia:Hoc igitur sophisma est in propositione:Demonstratio autem petitur primum é 3 p 5,id est ex æquatione. At alternatio simplicior est: deinde petitur é 6 d 5. At si definitio illa principium sit, conversa quoque principium debet esse,talis elenchus antea reprehensus est ad 11 ax 1.& 17 p 1. Sed hic etiã res absurdior est,quod conversa 6 e 5. demonstratur per ipsammet conversam. Et tamen admirabili syllogismi specie concluditur: Propositio connexa est ex illa definitione:Si sumptis æquemultiplicibus triplex differentia æqualitatis excessus, defectus appareat, terminos simplices proportionales esse : assumendum igitur erat sine cõnexione & conditione ulla,docendumq́; in præsenti propositione hanc triplicem differentiam esse veram : Quod non docetur, sed tanquã ex sese manifestum assumitur : Sed in magnitudinibus 1 & 33 p 6 id magis apparebit. Deniq́; hæc propositio specialis est ad 16 p 5. & 13 p 7. Ex hac autem bella demonstratione colligitur á Theone lemma,& inde corollarium,quo concluditur ἀναλογία ἀνάπαλιν definita 13 d 5.quo nihil ineptius, cúm hæc analogia non solum definitionis materia sit,sed materia magis generalis, quám est analogiæ vel alternæ vel multiplicium terminorum.
5 Est é materia divisionis tertiæ.Demonstratio autem est é 9. 7. 11 p 5 nõdum demonstratis. Ac siquis ad axiomata primi libri referat,cogitet axiomata illa rationis esse,non proportionis,qua de nunc agitur:& Theon licet non appellet in demonstrando numerũ propositionum,quibus utitur : attamen propositiones ipsas,quibus uti statuit,totas recitat:ut jam dixi. Hic neutrum fecit: Deniq́; propositio hæc specialis est ad 19 p 5,& 11 p 7.ita sophisma similiter triplicatum est.
6 Elenchi prorsus iidem sunt cũ proximæ superioris propositionis elenchis: nebis idem repetatur. Quamobrem logica sex propositionũ ejusmodi fuit,propositiones sequentes minorem sophisticam habent. Quinque proximæ 7. 8. 9. 10. 11 p 5 binos elenchos habent. Materiam vero definitionis non habent ut superiores proximæ, sed materiam habent per sese claram atq́; manifestam , ideoque perinde postulãdam:septima omnino logica est.reliquæ tres in numeris saltem postulari possunt:Undecima tam axioma est, quám illud. Quæ eidem æqualia:Hic primus in quinque propositionibus elenchus est.Secundus est ex argumento

mento demonstrationis. Demonstrantur enim septima, octava, nona, cum per antecedentes hujus libri propositiones, tū præcipue per 6 & 8 d 5: quod sophisma jam ante Campanum mathematicus aliquis reprehenderat, quia principia per se clara sophisticis definitionibus obscuraret: & illi mathematico postea Campanus logica mirabili resistit. Non sunt (ait) immediatæ propositiones, quas superficialis apprehensio immediatas esse judicat, quia non possunt uniri intellectui, nisi per quid est esse proportionem unam vel nō unam. Hæc & argumenta & verba sunt Campani: At perdocte Campane, concedo tibi tuam hanc propositionem non posse (inquam) intelligi, æqualia ad idem habere eandem rationem: & inæqualia ad idem, non habere eandem rationem, nisi cognoscatur quid sit una & nō una ratio. Verum assumptio tua falsa est, quod definiatur & una ratio 6 d 5, & major 8 d 5: Nec enim ratio major per illam 8 d 5, magis definitur quàm eadem per 6 d 5: Neque omnino est ulla in totis elementis hac de re definitio: Communis intelligentiæ & notionis est duplam duplæ, sesquialteram sesquialteri eandem esse, duplam sesquialteri non eandem. Quare demonstrationis argumentum magis etiam sophisticum est in 7. 8 p 5. quàm antea fuerat. Nona & decima demonstrant conversas per contradictiones antecedentium, sicuti conversas Proclus ait demonstrari, quod tamen ad 48 p 1 non est factum. At demonstratio non magis in conversis requiritur, quàm in antecedentibus requirebatur. Principia sunt antecedentia, itaque & conversa erunt principia: sic enim totis elementis habentur in principiis etiam conversiones principiorum, exceptis adhuc 17 p 1 & 4 p 5. in quibus tamen conversio Euclidi vel Theoni nulla visa est. Elenchus igitur demonstrationis in 7.8.9.10.11 p 5. talis est. Elenchus autem demonstrationis ad 11 p 5. absurdior etiam superioribus est per conversam 6 d 5. idque etiam Campanus animadvertit. Propositionem hanc (ait) quam Euclides in principio primi annumeravit inter communes animi conceptiones: Quæ eidem sunt æqualia, sibi quoque sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Hæc Campani verba sunt. Atqui mathematice eximie, syllogismi tui generalem propositionem vides, unde assumpta & conclusa tua specialis propositio est, & tamen syllogismum nullum hic vides? πόρισμα hoc unum ex illis est, quæ tertio scholarum mathematicarum libro diximus in elementis demonstrari. Ergo Euclides, Theon, Campanus syllogismi complexionem hic demonstrant, dato tamen antecedente. Assumptio enim hic & complexio proponitur. Sed rationes eidem eædem sunt æqualia eidem. Ergo sunt eædem vel æquales inter se. Talis demonstratio fuit antea ad 30 p 1. sed hic etiā manifestior elenchus, quàm illic, & dicetur de hoc sophismate ad 14 p 7. Eadem igitur Euclidis, Theonis, Campani logica hic fuit.

12 Elenchus triplex est: primò fit theorema dubium è materia definitionis: Materies enim ista est tertiæ compositionis: ideoque definienda fuerat, non dubitanda. Hanc tamen definitionem in definitionibus Euclides non habuit, ut dictum est, sicuti tamen habere debuerat. Proponit autem Euclides hanc spe

ciem inversé. At usus directé exigit, ut compositi sint antecedentes ad compositos cōsequentes, sic sint singuli ad singulos. Hic igitur novus elenchus est: Tum veró probatur per sophisma sextæ definitionis modo conversæ, modo directæ, item per specialem illam 1 p 5. secundus elenchus est. Hanc hysterologiam Campanus animadvertit, & annotavit. Prima proposuit de multiplicibus (ait) hæc proponit de omnibus proportionibus, unde est communior illa, eo quod omnis multiplicitas est proportio, non autem é converso: Hæc Campanus de hysterologia propositionis hujus, ubi tamē nullum sophisma sentit esse, si specialis propositio generali præponatur, & generalis per specialem demonstretur. At si generalis esset præposita, specialis si quid opus esset, per consectarium sine demonstratione alia concluderetur. 13 p 5 aggreganda est ad 7.8.9.10.11 p 5. Habet enim similiter elenchum duplicem. Dubitat enim quod erat postulandum: deinde per sophisma 6 d 5 demonstratur. Sed enim Campanus elenchum priorem hic etiam vidit, nec tamen elenchum pro elencho & sophismate habuit. Aitque sicut in undecima quod hic demonstratur in proportionibus, conceptibile est in quantitatibus, videlicet quod si duæ quantitates fuerint sibi invicem æquales, quæcunque una earum major, eadem major erit & reliqua. Hic Campanus ait eandem sententiam esse modo de quantitatibus axioma, modo de rationibus theorema. At logice admirabilis, si demonstrabile fuerit hoc de rationibus, quod cōceptibile est de quantitatibus, syllogisticæ demonstrationis propositionem ante habebas claram & manifestam, in præsenti autem propositionis hypothesi habes assumptionem, & complexionem, quid igitur dato syllogismi antecedente tam solicitus es in demōstrando consequente? Hic Euclidis, Theonis, Campani logicam rursus intuemur in demonstratione syllogisticæ complexionis. Campanus etiam in sophismatis accumulandis diligentior est, de majore tantum inæqualitate proposuit Euclides, demonstrat etiam Campanus de minore, item de conversa.

14 Dubitatur materia é 12 d 5: elenchus est propositionis, demonstratur per se clarum principium, elenchus demonstrationis alter est, præponitur propositio specialis generali 16 p 5. elenchus est methodi.

15 referenda est ad sex illas 7.8.9.10.11.13 p 5. Dubitatur enim principium, demonstraturq́ per 13 p 5 Cāpano: per 12 p 5 Theoni: At partiū cum totis antiquior proportio est proportione 12 vel 13 p 5.

16 proponit materiam 12 d 5: hic elenchus primus est. Demonstratio est præcipué per sophisma 6 d 5: secundus est: tertius elenchus est methodi: Hæc enim generalis est ad 14 p 5: Campanus hic hysterologiam videt, nec sophisticam arbitratur: admonet autem homogeniam terminorum hic requiri: quod in solis magnitudinibus tamen verum est, & verum tantum veritate geometrica, logicus enim sensus hic etiam in heterogeneis esse potest.

17 Duplex hic elenchus est, materies est 15 d 5: & Campanus hic etiam admonet demonstrari modum, qui dicitur illi proportionalitas permutata. Demonstratur autem præcipue per 6 d 5.

18 Du-

18 Duplex hic item elenchus eſt, quia materies eſt 14 d 5. Et Campanus etiam hic ait demonſtrari modum, qui dicitur illi proportionalitas cõjuncta. Demonſtratur autem per impoſsibile é duobus membris minoris vel majoris, cúm tamen res ipſa per ſe clara ſit.

19 Triplex hic elenchus eſt: materies enim eſt tertiæ diviſionis, ab Euclide tamen non definitæ: & demonſtratur per proportiones compoſitas & diviſas, nihilo clariores. Ex hac autem demonſtratione Theon probat ἀναστροφὴν definitã 16 d 5: cúm tamen definitio per ſe clara eſſe debuerit. Tertius hic elenchus generalis propoſitionis poſtpoſitæ 5 p 5 ſpeciali. Campanus autem ex eadem demonſtratione demonſtrat proportionem ἀνάπαλιν, quam Theon demonſtravit ad 4 p 5: ut appareat iis demonſtrationibus nihil eſſe prorſus indemonſtrabile tali genere demonſtrationis.

20 Triplex eſt elenchus, primus é materia 18 d 5: ſecundus quod demonſtratur per 8 p 5. & per 13 d 5. cum tamen datis quatuor proportionalibus per ſubductionem mediorum, ſola proportionis definitio differentias tres illas concluderet minus obſcuré. Tertius elenchus eſt, quod ſpecialis præponitur generali 22 p 5. tametſi ſpecies ordinata non exprimitur hac propoſitione. Hyſterologiam Campanus videt, ſed excuſat Euclidem, & Theonem ipſemet vitii nomine; quod ſpecialis propoſita ideo ſit, ut per eam generalis demonſtraretur. At (inquam) demonſtrator acutiſsime, generalis contrà præponenda fuerat, ut per eam ſpecialis demonſtraretur, & tamen quod hic mirabile ſit, Campanus idem reprehendit demonſtrantes hanc proportionem alterna proportione, quia neque intentio illa ſit Euclidis, & quia univerſaliter dictum demonſtrent particulariter: At intentio & uoluntas Euclidis pro lege & argumento demõſtrationis logicam Campani demonſtrat, & ipſemet cum Euclide Campanus propoſitionem generalem 22 p 5 per hanc ſpecialem, id eſt ut ipſe loquitur, generaliter dictum particulariter demonſtrabit. Ita Campani judicio Euclides in eo ipſo reprehenditur, in quo excuſatur: vel potius Campani mirabilis neſcio quæ ſophiſtica proditur.

21 Hic elenchus triplex triplici ſuperiori ſimillimus eſt: Materies eſt 19 d 5. & hic ſpecies perturbata exprimitur, cum ordinata antea non ſit expreſſa: demonſtratio ſimilis ſuperiori: propoſitio ſpecialis eſt ad 23 p 5 & 22 p 7.

22 Triplex elenchus eſt, primus quia eſt é 18 d 5: tametſi non magis ſpecies ordinata hic exprimitur quàm antea in 20 p 5: Demõſtratio autem generalis per ſpecialem, ſed item per ſophiſma 6 d 5. ſophiſma Campani valde traducit.

23 Elenchus ſimiliter triplicatur é 19 d 5: é demonſtratione generalis per ſpecialem 21 p 5. & per 6 d 5. hyſterologiaq; methodi eadem.

24 Elenchus triplicatur diſsimiliter: proponitur ſecunda ſpecies compoſitionis, ab Euclide tamen non definita: demonſtratio eſt per æquationem poſteriorem natura, ideoque obſcuriorem compoſitione, generalis denique illi 2 p 5. ſpeciali contra methodum poſtponitur: Hyſterologiam Campanus hic etiam adnotavit.

25 Ge-

25 germana est septem antecedentiũ 7.8.9.10.11.13.15 p 5. Proprietas enim est quædam disjunctæ proportionis è quatuor diversis terminis constitutæ: proportionalium autem omnium non est communis: ut hic vides 2.3.2.3. quibus tamen proportionalibus utitur Euclides 7 & 9 p 5. Quamobrẽ videmus quinti libri sophisticam admirabilem, quæ definitiones convertat in propositiones, unde alias speciales propositiones instituat, cùm tamen definitiones solę usum fructumq; totum contineant, quem propositiones & generales & speciales possint afferre: Quæ cætera illa principia per se clarissima convertat in dubias item quæstiones, omniaq; insolentissimo genere & demonstrationis obscuret, & præpostero ordine confundat. Et tamen in hoc toto libro novemdecim definitionum & vigintiquinq; propositionũ, cùm nõ geometriã materiã habeant definitiones 3.4.6.7.8.9.11.12.13. propositiones 4.7.8.9.10.11.13.14.16. reliquæ plane tum definitiones, tum propositiones ad Arithmeticam spectent, ut unicũ tantum ὁμογενέιας verbum geometrici generis proprium toto libro possit inveniri. Mirabile fuit ab Eudoxo, posteaque Euclide, Theone, Campano doctrinam talem magnitudinibus attributam esse tanquam geometriæ propriam: & quidem sophistica ista tam putida tamque fœtida Aristotelem etiam in demonstrandis syllogismorum definitionibus imitatorem habuit. Condiscipulus Eudoxus aliquam ingenii famam ex iis nugis cõsecutus erat: Turpe Aristoteli videlicet visum est nõ posse in logicis, quod Eudoxus in mathematicis potuisset.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 15. IN *definitiones sexti elementorum.*



Liber sextus est de proportione & similitudine planorum rectilineorum adhuc explicatorũ, & si superiores illi quatuor primi libri geometrici argentei sint, hic aureus esto. Tanto videlicet præstat proportio rationi, & generale, quod hîc traditur, speciali antea proposito. E' quinque definitionibus duæ sunt arithmeticæ secunda & quinta, duæ sunt geometricæ tertia & quarta: prima mista est è logico genere & geometrico. Propositionibus autem triginta duabus explicatur proportio rectilineorum tum communis, ut 21.22.25. Deinde specialis trianguli, triangulati, quadranguli, multanguli, trianguli propositione 1.2.3.4.5.6.7.8.15.19.32. unde sequũtur de lineis 9.10.11.12.13. triangulati 18.20.31 quadranguli parallelogrammi 24.26.27.28.29. parallelogrammi æquianguli 14.23. rectanguli 16.17. postremo etiam circuli 33. Atque hæc sexti materia est.

1 Similes figuræ rectilineæ sunt quæ & angulos æquos habent sigillatim, & ad æquos angulos latera proportionalia. Prima definitio definit similitudinem figurarum non omnium, sed planarum, nec omnium planarum, sed rectilinearum. Satis autem constat similium figurarum definitionem geometris difficilem fuisse. Aliter enim definitur similitudo sectionum circularium 10 d 3: nunc

aliter rectilineorum: aliter 21 d 7 similitudo numerorū planorum & solidorum: aliter 9.10 d 11. similitudo solidorum: aliter 24 d 11. similitudo conorum, & cylindrorum. Generalius autem nihil videtur esse 21 d 7. ut similes figuræ sint idem quod proportionales, sed proportione laterum: quomodo etiam latera ipsa nominātur proportionalia: denique similes figuræ jam nihil aliud sint, quám quæ latera habent proportionalia, ut inde angulorum æqualitas oriatur. At id falsum esse quadratum & rhombus, oblongum & rhomboides arguunt, quę lateribus proportionalia esse possunt, non autem æquiangula: Neque tamen contrarium magis verum est, ut æqualitas angulorum faciat proportionem laterum: ut quadratum & oblongum sunt rectangula, ideoque æquiangula, neque tamen lateribus proportionalia, id in triangulis tantum verum est. Si æquiangula sunt, sunt etiam proportionalia lateribus, & contra: ut patebit ad 4 & 5 p 6. Quare similitudo duarum inter se figurarum definienda est argumento duplici & æqualium angulorum & laterum proportionalium. Facit æqualitas laterum æqualitatem angulorum, non contra: ut patuit 8 p 1. At hic generaliter neque proportio laterum facit æqualitatem angulorum, neque æqualitas angulorum proportionem laterum. Similitudinis autem & proportionis definitio generalis ad logicam attinet. At similitudo duarum figurarum specialem ejusdem qualitatis cōsiderationem habet in æqualitate angulorum & laterum proportione. Itaque non immutatur hic quidem logicæ definitionis decretū, sed demonstratur specialis & propria geometricæ similitudinis qualitas: definitio tamen Euclidis & hoc loco & cæteris toties & tam specialiter discerpta logica non est: genus enim est unū similitudinis geometricæ, ideoque ex lege καθ' ὅλου πρῶτον generaliter definiendum fuit: unde per species figurarum omnium intelligeretur: in rotundis enim laterum loco erunt termini & diametri, in conis & cylindris axes & diametri basium, ut undecimo libro intelligetur: anguli veró in rotundis non qui sunt, sed qui possunt accipi, considerantur. Itaque similes figuræ nobis definientur, quæ angulos habent æquales, & æqualium crura proportionalia: sed singulis postea locis id amplius etiam considerabitur.

2 *Reciprocæ figuræ sunt, quando in utraque figurarum & antecedentes & consequentes rationes insunt.* Secunda definitio definit reciprocas figuras obscuré, quando antecedentes & consequentes rationes insunt in utraque figura: reciprocatio dicitur Eutocio ad 5 p 2. Isorr. ἀντιπεπόνθησις. Atqui in hac definitione verbum λόγοι rationes videtur irrepsisse pro ὅροι id est termini, mutatis nempe aspiratione in λ, & ρ in γ. Potest tamen λόγοι seu rationes retineri, ut intelligas rationem utramque esse non totam in altera figura, sed partim in hac, partim in illa, quia terminus primus primæ rationis est in prima figura, secundus est in secunda: secundæ autem primus est in secunda, secundus in prima. Atque ita intelligetur in duabus figuris rectilineis ut latus primæ ad latus secundæ, sic latus aliud secundæ ad aliud latus primæ, ut in his duabus figuris vides.

Hîc enim ut 4 ad 6, sic 8 ad 12, & tum ꝓportionis id ſt duarũ rationum, prom decq; terminorũ quatuor unus eſt antecedens, & unus conſequens in prima ſimiliter, & in ſecũda figura: & tamẽ in 14 & 15 p 6. 34 p 11. item 9 & 15 p 12. ubi reciprocatio hæc agit̃ figuræ ipſæ non appellantur reciprocæ, ſed earum latera ut baſes & altitudines dicuntur reciprocari, ſicut dixi ſimiles figuras á ſimilitudine laterum appellari. Itaq; figuræ ut ſimiles, ita reciprocæ dicentur á proportione laterum. Eſt veró notabile, quod hæc Euclidi eſt ἀντιπεπόνθησις reciprocatio in figuris quæ in numeris Ariſtoteli ἀντιστροφὴ ἀναλογίας καὶ ἀναλογία ἀνάπαλιν, ut in arithmetica notavimus: unde intelligimus hîc etiam Arithmeticam materiam tractari: & cum dicitur. Si 20 pondo deſcendant 2 horis, 40 deſcendent 1: hîc 20 & 2 primam figuram faciunt, 40 & 1 ſecundã, lateraq; reciprocantur, 20 ad 40. 1 ad 2: Ergo ſimilitudo figurarũ, & reciprocatio diverſæ ſunt, nec reciprocatio figurarũ eſt ipſarũ ſimilitudo, nam ſimilitudo requirit omnes angulos æquales & æqualiũ crura proportionalia, reciprocatio latera tantum quatuor requirit proportionalia, etiam ſi reliqua nõ ſint proportionalia, ut ad 19 p 6 poteſt intelligi cum demonſtratur æqualitas triangulorum é reciprocis lateribus. Deniq; reciprocatio figurarum non eſt ſpecies ſimilitudinis figurarum, imo ſimplicior & natura prior eſt: eſtque vel omnino arithmetica.

3 Extrema & media ratione recta ſecta eſſe dicitur quando ſit ut tota ad majus ſegmentũ, ſic majus ad minus. Hæc definitio geometrici generis tota eſt, declarat q; tropum quendã ſermonis, quo ratio media & extrema dicitur pro medio & extremo rationis termino. Secta enim ſic eſt linea, ut ipſa cũ duobus ſegmentis faciat tres terminos proportionis: ipſaq; tota ſit primus, majus extremũ ſit medius, minus ſit tertius. Itaq; definit ex cauſſa quod undecima ꝓpoſitio ſecundi ex effectu ꝓpoſuit. Proportio aũt rectarũ definita præcedere debuit, ꝓportio (inquã) illa divina, unde rectangulorũ ęqualitas propoſita in undecimã ꝓpoſitione ſecundi cõcluderetur. Itaq; hyſterologia hæc obſcuravit undecimæ illius ꝓpoſitionis cauſſam. Tractatur aũt materies hujus definitionis 30 p 6, & tractat̃ 10 p 4, itẽ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 16. 17 p 13, ut inde geometrarũ ſtudiũ de hac ſectione ſit illuſtre & manifeſtum, & poſtea in res cæleſtes á Ptolemæo translatum.

4 Altitudo eſt omnis figuræ á vertice ad baſim perpendicularis acta. Hæc definitio item geometrica tota eſt, nihil logicũ vel arithmeticũ reſipit, definitio (inquã) toto genere figuras omnes cõplexa. Eſt enim cõmunis in planis rectilinei & circuli, in ſolidis pyramidis, priſmatis, ſphæræ, coni, cylindri, cõmunis deniq; figuræ, nec veró intereſt, utrum baſis eadem ſit, an producta, ut in triangulo obtuſangulo ſi baſis ad obtuſum fuerit. Altitudo aũt primo libro minus accuratẽ propoſita eſt 35. 36. 37. 38. 39. 40 p 1, cum figuræ dicerẽtur in eiſdem parallelis,

pro

p æquealtæ, sicuti à nobis tũ declaratũ est. Est verò definitio hæc lõgè audacior definitione similitudinis, cum generaliter definiat semel, illa specialiter & toties, nulla tamen in Euclide ꝓpositio generalis est de altitudine, quæ tamen una maxime omniũ in geometricis rebus optanda fuerat, ut rursus intelliget ad 1 p 6.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationũ quantitates in seipsas multiplicatæ faciunt aliquam rationem. Hæc definitio disputata nobis est ad 2 cap. 21. arithmeticæ, neque ideo frustra huc repetenda.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 16. IN propositiones 61.

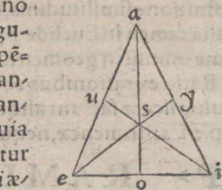


Ropositiones quinti libri non adscripsimus ad verbum, neque hic & deinceps necesse erit.

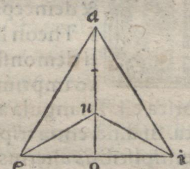
1 Theon hic demonstrat per 6 d 5, ut quasdam propositiones quinti demonstravit. At enim demonstratio Theonis vel Euclidis isto loco imprimis sophisma 6 d 5 prodit. Syllogismi futuri quæstio categorica est. Triangula æquealta sunt ut bases. Propositio ex illa 6 d 5 est hypothetica. Si differentia triplex æqualitatis, defectus, excessus accidat, sumptis æquemultiplicibus alternis simplices esse proportionales. Assumptio igitur categorica esse debuerat hoc modo, sed in ista quæstione sumptis æquemultiplicibus triplicitas illa vera est: & sic, & sic, & sic. At Theon pro ista categorica & asseverata assumptione connexionem & conditionem rursus usurpat, cujus unam partem de æqualitate confirmat per 38 p 1, id est generalem probat per specialem, reliquas de excessu defectuque sine ullo antecedente principio sibi postulat. Demonstratio itaq; Theonis per 6 d 5 assumptione manca & imperfecta est, sine qua tamen plane confirmata & probata planeq; categorica quæstio concludi non posset. Itaq; Theon reipsa nihil aliud hic agit, quam ut inducat per species ęqualitatis, defectus, excessus, doceatq; si basis æqualis, triangulum ęquale esse, unde assumit consectarii cujusdã loco, si major, tanto majus, si minor, tanto minus. Quæ inductio tametsi periculosa est, ꝑter illa ad 6 d 5 sophismata, attamẽ, quia vera est, teneatur: tales quædam inductiones quinto libro fuerunt pro demonstratione. Colligitur deinde proportio parallelogrammorum ex illa sic demonstrata proportione triangulorum: Collectionis genus à natura priori probandum esset, dummodo ipsum prius esset accurate demõstratum. Attamen si euclidea primi libri doctrina ad istam conferatur, circulus doctrinæ (ut antea prædictum est) parum logicus in Euclide invenietur. Itaq; primo libro triangulorũ ratio deducitur è ratione parallelogrãmorũ, hic cõtra proportio parallelogrãmorũ deducitur è ꝓportione triãgulorũ. Theon ad 54 p 10 hinc assumpsit. Itaque

Si rectæ ab angulis trianguli bisecant bases, cõcurrunt in centro, & ab angulis radii trisecant triangulum. Nam centrum est in concursu diametrorum, & hic singulę bisecantes sunt diametri per 2 c 7 e 7. Sit triangulum *aei*, bisecantes *ao*, *ey*, *ui*. Hæ sunt diametri.

Itaq; centrum est in s earum cõcursu per 3 c 5 e 4. Proclus lib 2 cap 7 ait perpendiculares ab angulis trianguli ad latera cõcurrere in uno puncto. Quod Regiomontanus repetit 32 p 1 de triangulis. Sed verum tantũ id fuerit ex hypothesi, si intus perpẽdiculares illæ fuerint, nec enim possunt esse in obtusangulo. Secunda pars patet in eodem exemplo. Nam triangula *a u e* & *a u i* per 2 c 7 e 7, item utrumq; *e o u* & *u o i* quia æquealta in æquali basi, iis igitur detractis relinquuntur æqualia *a o e* & *a o i*, similiter ostendetur triangulum *e o i* æquari triangulo *e a o*. Et

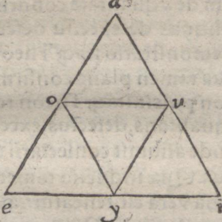


Perpendicularis á vertice æquilateri est tripla perpendicularis á centro in latus. Papp. 47 th 5, & Camp. 17 p 14, ut in *a e i* triãgulo æquilatero perpendicularis *a o* est tripla perpendicularis *u o*. Nam ductis radiis *u e* & *u i* oblongum ex *e o* & *o u* æquatur triãgulo *e u i* per 42 p 1, & similiter oblongum ex *e o* & *o a* æquatur toti triangulo triplo per antecedens consectarium trianguli *e u i*. Itaque est triplum oblongi ex *e o* & *o u*. Ergo per 1 p 6 ut oblonga, sic bases basisque *a o* tripla basis *u o*.



2 Variis triangulis á Theone colligitur, quæ consectarium nobis est é 13 e 5. Hinc vero sequitur.

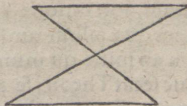
Si latera trianguli æquilateri bisecta connectantur, quadrisecabunt triangulũ in quatuor triangula æquilatera. Vt in *a e i* tria extrema *a o u*, *e o y*, *i u y* æquãtur per thesim & 4 p 1. De medio constabit per 2 p 6. Nam cũ *u y* secet crura proportionaliter, est parallela ipsi *o e*, ideoq; & *o u* parallela ipsi *e y*. Itaq; parallelogrãmũ est *o y* lateribus oppositis æquale per 34 p 1. Itaq; *o u* & *o e* æquãtur ipsis *e y* & *u y*, & similiter *a u* æquabitur ipsi *o y*. Quare medium est æquilaterum extremis.



4 & 5 in unã nobis cõjunctæ sunt. Est aũt in triangulis singulare hoc privilegiũ, quod ęqualitas angulorũ concludit proportionẽ laterũ, & cõtra quod in quadrilateris (ut antea patuit 1 d 6) falsum sit. Respondet aũt modo quodã hæc ꝓpositio de ꝓportione triangulorũ, octavę primi de ratione triangulorũ, sed dissimiliter. Si triangula sunt æquilatera, sunt æquiangula: non cõtra. At hæc conversio valet ex æqualitate angulorũ ad laterum non æqualitatem, sed proportionẽ: item illa protinus ex axiomate æqualiũ angulorũ patuit. At non ista protinus é definitione similium figurarũ. Definitio enim similiũ figurarum duo cõplectitur, quæ singula hic separantur. Additur veró in utraque ꝓpositione ὁμολογίᾳ laterum ad angulos æquales, quod cõsectarium potius esse debuit, á Theone itaq; non demonstratur, & quidem consectarium generale é quinta propositione ad 6 & 7 p 6. Continet veró 4 & 5 p 6 magnum prorsus & excellentem geometriæ usum in geodæsia rectarum, ut plenius in geometria nostra definietur. Hinc veró sequitur.

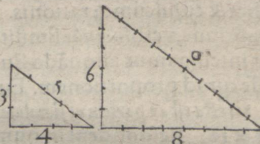
Si

Si duæ rectæ intersectæ connectantur rectis parallelis, segmenta sunt proportionalia. Vitellio 26 p 1, ut hic: æquiangula enim triangula fient, ut patet per alternos. Item.



Si triangula rectangula sunt similia, quadratum à simulutraque basi æquatur quadratis à simulutrisq; cruribus homologis. Theon 1 constr. quod cœlum rotundum. Ut hic.

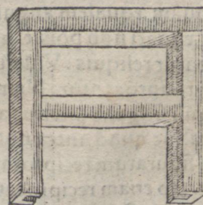
6 De proportione triangulorum respondet quartæ primi ratione triangulorũ, quodq; illa de ratione reliquorum angulorum ex æqualitate unius anguli & duorum laterum cõcludit, ista similiter concludit ex æqualitate unius anguli & proportione duorum laterum. Parş de homologis lateribus consectarium esse debuit, ut ante, patet enim ê demonstratione reliquorum.



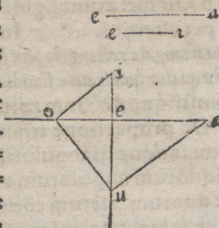
7 Verbis obscurior est: tria autem ponit, primo æqualitatem anguli unius, secũdo proportionem in cruribus aliorum duorum angulorum, tertio ut alteri reliquorum angulorum sint homogenei, id est ambo vel acuti vel obtusi, vel etiam recti.

8 Insignis est multiplici fœcunditate. In una enim propositione sunt propositiones quodammodo sex, quod totũ sit simile huic parti, quod illi, quod partes similes inter se, tres in duobus consectariis, quod perpendicularis sit media proportionalis inter basis segmenta, quod crus tum hoc, tum illud sit medium proportionale inter totam basim & segmentum lateri ipsi conterminum: quæ tamen omnia per duas tantum propositiones 32 p 1, & 4 p 6 demonstrantur. Usus veró propositionis etiam permagnus est in dimensionibus planorum. Itaque videtur in hac una propositione certare demonstrationis elegãtia cum doctrinæ fœcunditate, & usus atque utilitas cum utraque. Conversa etiam vera est, secus duæ inæquales essent media proportionales inter easdem datas. Hinc veró mesographus Platonis extitit, singulare platonicæ matheseos monimẽtum. Mesographus est parallelogrammum rectangulum latere uno mobili per cavum conterminorum laterum: cujus figura est ex Eutocio ad 2 th 2 de sphæra Arch. Sed Platonis mechanica jam dicatur.

Si duæ datæ rectæ recté conterminæ infinite á contermino continuentur, mesographus incidens latere mobili & opposito in principia datarum, & angulis in continuatas, intersecabit é continuatis duas continuò proportionales datis. Sunto datæ *a e* & *i o*, quibus duas intermedias continue proportionales invenire lubeat, figura mesographo facta sic erit, & intersectæ *e o*, *e u* erunt continué proportiouales inter datas per 8 p 6 bis assumptam. Nam ut *a e* ad *e u*, sic *u e* ad *e o*, & sic *o e* ad *e i*.



9 Generalis est ad 10 p 1, neque enim secat dimidiam partem tantum, sed quamcumque, ut tertiam, quartam, quintam. Sed effectu tantum, non ratione & argumento generalis est. Recta autem quæ assumitur, laterum sectionem habet. Secas enim ab initio quantumlibet, tum si tertia secanda sit, ut hic secat Theon, secas præterea duas partes primæ æquales: si quarta secanda sit, secas tres, & sic deinceps.



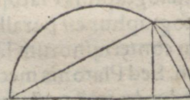
10 Non unam partẽ proponit, ut superior, sed quotlibet & cujuscumq; rationis. Notabis autẽ in hac propositione, verbũ ὁμοίως similiter, pro proportionaliter: ut intelligamus aliquãdo Euclidi similitudinem idem esse quod proportionem. Eutocius ad 3 th. 2 de sph. Arch.

Si recta est ad partem ut simul uterque datæ rationis terminus ad alterum, secatur data ratione.

11 & 12 Respondent in numeris 18 & 19 p 9. neque tamen iccirco hæ sunt inutiles geometriæ, aut non geometricæ. Nec enim lineæ omnes sunt numerabiles aut explicabiles numero, ut latera quadratorum 3 & 5: neque omnibus numeris propositis duobus vel tribus est tertius & quartus proportionalis numerus, ut etiã nominatim profitetur Euclides in Arithmetica, quærit enim utrum possibile sit. At omnes lineæ sunt explicabiles geometricè, & omnibus duabus vel tribus potest inveniri tertia & quarta proportionalis. Itaque non quæritur hic utrum possibile sit, sed constanter asseveratur.

13 Huic verò propositioni in numeris nulla respondet apud Euclidem, neque enim perpetuo est ut inter 3 & 5, neque si sit, inveniri tamen sine quadrati lateris analysi admodum possit: In geometricis autem res multo promptior & expeditior est, omniumque duarũ linearum & est & invenitur perpetuo & protinus media proportionalis. Huc potest aggregari & illud.

Si duarum rectarum major minimum dupla minoris fiat diameter circuli, minorq; extremæ diametro perpendicularis connectatur cum peripheria per rectam diametro parallelam, recta à connexione diametro perpendicularis erit æqualis minori & proportionalis inter segmenta majoris. Camp. 13 p 16. Ut hic vides.



14 Mirum videatur in hac propositione cur geometres non potius dixerit parallelogramma æquiangula, quàm æqualem angulum unum habentia, cum unicus æquari non possit uni quin reliqui separatim æquentur reliquis: Videtur autem voluisse crura designare æqualis anguli, quæ sola reciprocantur: Nam si duo rhombi comparẽtur æquianguli, singuli unius anguli singulis alterius æquabuntur, non tamen omnes omnibus. Est verò hic notabile quod antea notavi, non jam dici ab Euclide reciprocas figuras, sed latera figurarum reciproca, quod iterum faciet proxima propositione. Notabis hic vero etiam reciprocationis lege solum comprehendi triangula & parallelogramma, sicuti antea comprehensa sunt altitudinis comparatione.

15 Hæc

15 Hæc cum superiore demonstrat circulatoriam logicam Euclidis, de qua 35 p 1. & 1 p 6.

16 & 17 De quatuor & de tribus rectis ad rectangula æqualia minus generaliter proponit: veritas enim communis est omnium parallelogrammorum æquiangulorum, & sic 36 p 11 de omnibus æquiangulis parallelopipedis, nō solum de rectangulis. Nos itaque generaliter in geometria proposuimus.

18 Proponitur fabrica similis rectilinei similiterq; siti. At geometra noster sine arte nova sumpsit ad 5 & 6 p 6 æquiangula triangula, quod nunc tanquam novum aliquid proponit, quod autem magis erat explicandum, quid erat similiter situm, neque definit neq; demonstrat usquam, licet sæpe id repetatur in consequentibus propositionibus, & ab aliis geometris sic usurpetur. Videatur autem comparatis omnibus locis elemētorum, ubi sermonis hujus est usus, aliud esse ὁμοίως κείμενον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον similiter situm & similiter descriptum. At tandem deprehenditur in demonstrationibus utrumque pro eodem usurpari: ac figuræ similes fingi interdum possunt ut similiter & sitæ & descriptæ non sint, sicuti admonebimus in propositionibus ipsis amplius: denique mathematicis alioqui verborum admodum parcis videtur hic pleonasmus in geometria tanquam thorus aliquis in corona placuisse: sed plerumque sine caussa, ut mox percipietur. Est præterea in propositionis hujus sermone id insolens, quod á data describi ait rectilineum: Id enim quadrato proprie cōvenit: quomodo & proprie loquitur 46 p 1. Melius igitur fuisset παρὰ τὴν δοθεῖσαν ad datam rectam, ut 44 p 1, & postea ad 28 & 29 p 6: vel ἐπὶ τῆς δοθείσης super datam, ut 1 p 1.

19 Speciale consectarium est é 15 e 4 sicut, & ejus consectarium: In consectario autem Theon similiter descriptum dicit, quod hic tamen nulla necessitate statuitur.

20 Fœcunda est quadruplici fœtu, qui melius ita distinguetur ut primo separes triangula multitudine æqualia, quod est é compositione rectilinei triangulati. Itaque non demonstratur, & nos consectarium in geometria fecimus. Secunda pars de similitudine particularium triangulorum probatur de duobus extremis per 6 p 6, & de mediis per 4 p 6. Tertia pars quod singula sint homologa totis, probatur per 12 p 5. Quarta per corollarium 19 p 6. Res specialiter demonstratur á Theone prolixa & molesta demonstratione, melius ab eodem generaliter demonstratur illa via quam proposui. Theon commodum consectariū adnotat generale, ubi rursus similis descriptio appellatur á Theone nulla majore caussa quam in 19 p 6. Potest vero etiam adnotari ut consectarium. Ratio homologorum laterum duplicata est ratio quadrai primæ ad quadratum secundæ.

21 Hæc propositio demonstratur non obscure, aut potius declaratur per 1 d 6 & 11 p 5. At sumendum id potius fuerit, ut illud axioma. Quæ eidem æqualia, &c. Nec justior modo Theonis hic est demonstratio, quâm tum fuit Apollonii: & tamen de omnibus figuris generaliter postulandum fuerit.

22 Ut

22 ut postea 37 p 11 speciale consectarium faciunt é similibus figuris. Hic autem similiter descriptum usurpatur non justiore de caussa quam antea. Nam si geometres dixisset similia datis comparata, dixisset idem.

23 Compositio laterum, quæ præcipue demonstranda proponitur, nihil hic demonstratur, sed tantum assumitur é 6 d 6. Veritas tamen comparatione concluditur, qualis etiam cōcluditur 5 p 8 de numeris planis qui rationem habent compositam é lateribus. Itaque propositio hæc principii materiam continet & sola definitione compositionis ratione declarandam. Promiscue veró sumit latera primum primi cum primo, secundi secundum cum secundo primi, vel primum primi cum secundo secundi, & reliqua deinceps. Hæc autem propositio quamvis rationū compositio infiniti sit usus, attamen quia præcipuus hic nullus esse videretur in geometriam accepta nō est. si quis usum norit, admoneto.

24 Quæ ista propositio proponit de similitudine diagonalium, eadem 43 p 1 proponit de æqualitate complementorum. Propositio autem hic triplex est, prima quod primum diagonale sit simile toti, secunda quod secundū, tertia quod primum tertiumque sint similia inter se. Atque hæc propositio similem illum situm præcipue requirebat, qui tamen nullus explicatur: explicabitur autem ad conversam, unde indicabitur hic fuisse comprehensum.

25 Vt deinceps 27. 28. 29 p 6 tametsi reconditā & ab Apollonio citatam geometriam continent, tamen in στοιχείωσιν geometricam adhibere non ante statuimus quam tantæ subtilitatis usus appareat: sententias verbis expressimus, quia præcipua hic obscuritas versaretur: ut si qua hinc utilitas erui possit, difficultas nihil impediat. Sententia problematis & demonstratio sic est.

Si duo parallelogramma duobus datis rectilineis æqua comparentur primum lateri primi, secundum contermino lateri comparati, rectilineum proportionali inter comparatorum continuata latera comparatum simile primo, erit æquale secundo. Quia rectilineum primum ad utrumque est simile, ut sorites quatuor graduum indicat. Nam primum rectilineum est ad secundum, ut primum parallelogrammum est ad secundum per 7 p 5 & per 1 p 6, ut basis primi parallelogrammi ad basim secundi, & per consectarium 20 p 6, ut rectilineum primi ad tertium. Itaq; de primo ad ultimum, rectilineum primum est ad secundū, ut idem primum ad tertium. Quare per 9 p 5 primum & tertium æquantur. Geometria autem lineamentorum hoc loco Euclidi non defuit, sed grammatica verborum non satis affuit, quibus sententiam propositionis hujus exponeret.

26 Propositio hæc conversa est quædam 24 p 6, & indicat ei defuisse differentias similis positionis & communis anguli, quæ hic modo convertuntur. Debuerat veró protinus subjici suæ antecedenti: Neq; omnino caussa fuit interponendæ 25 p 6, quia ea nihil utitur ipsius demonstratio. Atqui locus hic unus est, ubi similis situs necessario exprimitur, possit enim diagonale, quod fuerat, immutari in ipso parallelogrammo, ut simile & coangulum remaneat, nec tamen sit similiter situm, nec præterea diagonale. Quare similis situs hic necessario exprimendus est.

27 Hæc propositio geometriam nõ desiderat accuratiorem, sed apertiorem grammaticam. Sensus enim est.

Si duo parallelogramma comparata datæ rectæ primum bisegmento, secundum inæquali segmento deficiant parallelogrammis primo similibus similiterque sitis, primum erit majus secundo. Sectio autem lineæ & bifariam & non bifariam respondet 5 p 2, & modus demonstrandi simillimus est in utroque casu segmenti inæqualis modo majoris modo minoris. Atque hæc propositio ut sequentes duæ demonstrant id quod Proclus adnotavit, parabolem, hyperbolem, ellipsim veteribus geometris nomina fuisse figurarum, non linearum, ut posteris fuere, ἔλλειμμα hic Euclidi est ellipsis: neque tamen parabole, hyperbole, ellipsis appellãtur propter figuram quæ æquatur, excedit, deficit, sed propter lineam quam figura explet, excedit, deficit, ut in præsenti exemplo ellipses sunt duæ in una linea inæquales: in majore siquidem segmento ellipsis parallelogrammi ad datam est minor in minore, in majore est major: in bisegmento est æqualis. Sic postea erit ad 29 p 6 excessus parallelogrammi supra lineam. Locus hic etiam alter similis situs expressionem exigit, neque similitudo similem etiam situm efficit.

28 Hæc propositio grammaticam refert eam, quæ fuit ad 22 p 1, sed grammaticam Aristarchi Geometria Euclidis isto loco aut deinceps proximo valde desiderat. sententia autem duos modos continet, primus est.

Si primum sit simile dati parallelogrammi, utrumlibet æquale dato rectilineo deficiet parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Nam primo deerit dimidium comparatum reliquo bisegmento. Itaque etiam simile dati per 24 p. Secundus modus sic est.

Si parallelogrammi comparati datæ rectæ bisegmento similis dato parallelogrammo excessus supra datum rectilineum fiat diagonale alterum supra datum, latera diagonalis contermina diagonio continuata in datam & defectus latus conterminum datæ comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo deficiens parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Demonstratio facillima est, ut proxima fere, primum de æqualitate per 43 p 1 & 1 p 6, tum de similitudine per 21 p 6, adhibetur autem propositio hæc ad 17 p 10.

29 Hoc problema germanum est superiori. Itaque etiam hanc ipsam germanitatem studiose reddidimus. Sensus igitur est.

Si parallelogrammum comparatum bisegmento datæ rectæ simile dati parallelogrammi fiat parallelogrammi diagonale, & excessus supra datum rectilineum, bases altrinsecus continuatæ, diagonalis in latus totius: totius in latus defectus conterminum datæ & dicto lateri parallelum, comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo, excedens parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Demonstratio par est facilitate cum proximis, æqualitas probatur 43 p 1 & per 1 & 21 p 6, similitudo per 21 & 26 p 1. Atque hic excessus est figuræ supra lineam datam. Nam totum parallelogrammum intra latus totius & ei parallelum latus conterminum datæ æquatur quidem dato rectilineo, sed excedit datam.

30 Sententia & demonstratio propositionis est.

Si é data recta quadratum describatur, parallelogrammũ comparatum contermino lateri æquale descripto excedens quadrato secabit datam media & extrema ratione. Quia subducto communi

relinquentur parallelogramma æqualia & habentia æqualem angulum: Ideoque latera reciprocantur, & per 3 d 6 recta secatur extrema & media ratione. Hanc propositionem in geometria non habemus, quia 11 p 2 ejusdem fabricæ facilior est, & proximis omissis retineri non poterat.
31 Propositio hæc Proclo videbatur ad 47 p 1 generalis, & revera est imprimis genere ipso nobilis, sed nobilior etiam demonstratione brevi & facili, mirum tamen est hanc propositionem licet generalem nusquam fere appellari, 47 p 1 specialem infinitis locis citari. Sed specialis quadratorũ usus id efficit, sicut antea dixi de rectangulo & de quadrato ex linearũ proportione: Hæc (inquam) propositio tam singularis est. Loquitur tamen improprie geometres, ut antea cum formam nominat pro triangulo aut triangulato: id enim solidis corporibus convenire non potest: nec enim cubus basis æquatur cubis crurum, ut in lateribus trianguli 3. 4. 5 est manifestum. Ergo non quælibet figura hic comprehendi potest: nec magis proprium est illud á subtendente figura pro figura comparata subtendenti. Deniq; hic etiam similiter descriptum ut antea nihil ad geometriam facit, nec situs omnino respõdet, cum primum triangulatum planum possit esse horizonti, cum reliqua sublime erigantur, neque omnino differentiæ situs respondent.
32 Citatur 17 p 13, & ideo retinetur á nobis 11 e 7. literam tamen emendavimus.
33 Demonstratio Euclidis seu Theonis huc eadem redit, quæ fuit ad 1 p 6 per 6 d 5, sophismate simillimo. Quæstio enim est categorica de proportione angulorum & peripheriarum: Propositio syllogismi connexa est ex illa definitione. Si sumptis æquemultiplicibus alternis æqualitas, excessus, defectus similiter accidant, proportionalia sumpta esse: assumptio quæ categorica esse debuerat per tres illas species rationis abit in fumum superioribus illis similem: æqualitas approbatur é libro tertio: excessus & defectus nullam antea neque propositionem, neque demonstrationem habuit: assumitur tamen á Theone & revera ac veritate (ut antea dixi) nihil aliud hic agit Theon quam ut inducat, si angulus æqualis, peripheria æqualis, si major, basis tanto major, si minor, tanto minor. Itaque hæc nobis in geometria demonstratio vel inductio Theonis sola est. Ratio autem peripheriarum & subtensarum non eadem est, ut ex Ptolemæo didicimus, quale est illud in catoptricis Euclidis 8 th. quod æqualia parallela inæqualiter distantia habent majorem rationem distantiarum quam angulorum, qualis item Jordani propositio, sed de his tribus antea iam dictum est.

P. RAMI

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 17. IN SEPTImum elementorum.



Liber quintus logicam & arithmeticam habuit nomine magnitudinis, unde tres definitiones huc iteratæ sunt partis, multiplicis, proportionalium item. Propositiones duodecim de alternatione quatuor 9. 10. 13. 15 p 7: de compositione tres 5. 6. 12 p 7: de divisione tres 7. 8. 11 p 7. de æquatione ordinata 14 p 7: de perturbata 22 p 7: duæ præterea 19 & 20 repetitæ sunt é 16 & 17 p 6. Ex his igitur propositionibus quatuordecim elenchus Euclidis manifesté traducitur & tautologiæ & heterogeniæ, quod toties idem dicatur modo nomine magnitudinis, modo numeri. Definitiones duæ & viginti præponuntur communes trium librorum: de his dicamus primum: tum singulorum librorum propositiones expendemus.

Unitas est secundum quam unumquodque entium unum dicitur 1 d 7.

Numerus autem est ex unitatibus composita multitudo 2 d 7. Si numerus definitus esset secundum quem nempe unumquodque numeratur, melius esset definitus: & generali definitione complecteretur etiam unitatem, quæ numerus est Euclidi in numero perfecto, imperfecto, in numero plano, solido: in omni denique rationum & proportionum doctrina: Tumque unitatis definitio non magis, quám binarii aut ternarii requireretur: quia é generali numeri definitione intelligeremus unamquamque numeri speciem unitate, binarium, ternarium, & reliquos deinde numeros, esse secundum quos numerarentur unum, duo, tria, & cætera. Itaque secunda definitio nõ satis vera est, quia excludit unitatem, & primam definitionem λογικώτερον fuerat ad secundam aptare.

Pars est numerus numeri minor majoris quando metitur majorem 3 d 7.

Partes autem quando non metitur 4 d 7.

Multiplex veró major minoris quando dimensus est á minore 5 d 7. Tres hæ definitiones pro tota rationũ doctrina ab Euclide proponuntur, præterea enim nullum verbum erit: Tertia autem & quinta nomine magnitudinis fuerunt 1 & 2 d 5: & valde sophisticam tautologiam produnt, in quibus etiam, ut in superioribus quinti definitionibus insolẽtia sermonis eadem est minor majoris & major minoris, sed multó insolentior in numeris metaphora geometrica metiendi pro dividendi: Verbum enim divisionis arithmeticæ propriũ est pro alieno illo mensuræ verbo, quo tamen totis elementis Euclides usus est, tanquam de industria arithmeticum dividendi verbum in arithmetica fugerit. At proprietas verborum sicubi requiratur, certe in artibus requirenda est. Verum perge.

Par autem numerus est qui bifariam dividitur 6 d 7. Hic dividendi verbum proprie potest intelligi, ut par sit divisus á binario: At Euclides videtur intelligere pro sectione in duas partes æquales: Illud enim est δίχα bifariam, quo in geometricis sectionibus geometres utitur. Impar autem numerus qui nõ dividi-

tur bifariam, vel qui unitate differt á pari 7 d 7. Pars definitionis altera potius aptanda definitioni paris fuerat. Impar enim tēpore naturaq; prius est pari, ut primus composito, & unitas est ante binarium, ternarius ante quaternarium. Itaq; differentia consequentis ab antecedente fuerat in consequente declaranda, non in antecedente. Deinceps Euclides duas species numeri paris definit.

Pariter par numerus est á pari numero, mensus secūdum parem 8 d 5. Atqui definitio hæc non excludit secundam speciem: sic enim 12 esset numerus pariter par: dimensus enim est á 2 pari per 6 parem.

Pariter impar est á pari numero mensus per imparem 9 d 7. Hæc etiam definitio comprehendit parem dividuum á pari per imparem, quamvis etiam dividi poßit á pari per parem, ut 24 dividitur á pari 8 per imparem 3. At idem dividitur á 4 pari per 6 parem. Itaque potestas tantum hic attenditur. Cæteri autem Arithmetici ex hac una specie duplicem fecere. Parem impariter tantum, & parem pariter simul & impariter parem. Et Euclides ipse proponit speciē utramq; 33 & 34 p 9. Quapropter Euclides definire etiam speciem illam, & ei cōtrariam debuit: Utrum veró definitio sequens huc pertinet.

Impariter impar est numerus ab impari mensus secundum imparem 10 d 7. Hic enim videatur περισσὸς ἀντὶ ἀρτιὸς impar pro pari irrepsisse. Sic enim veteres ut ex Nicomacho percipitur, appellarunt tertiā hāc speciem impariter parē. Atqui suspicio hæc é duabus illis propositionibus firma sit, imó é totis tribus libris Arithmeticis, in quibus de impari impariter nulla propositio sit. Verū perge. Primus numerus est ab unitate sola mensus 11 d 7. Atqui nullus præter unitatem numerus ejusmodi est. Omnis enim numerus est dividuus á seipso.

Primi numeri sunt ab unitate sola mensi communi mensura 12 d 7. Hæc definitio accuratior est superiore.

Compositus numerus est á numero aliquo mensus 13 d 7. Atqui nullus omnino alius numerus est. Itaque definitio est tam sophistica quàm undecima, & compositionis verbum in Euclide ambiguum est, modo enim significat multiplicationem & compositum factū multiplicatione, aliás significat additionem & compositum totum ex additis.

Compositi autem inter se numeri sunt numeri numero aliquo mensi communi mensura 14 d 7. Atqui omnes duo numeri tales sunt, quia minimum unitas est illis communis mensura. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus: & fit aliquis: 15 d 7.

Compositionis verbum hic sine dubio ad additionē refertur. Contra in compositi numeri definitione refertur ad multiplicationem: Est veró notabile in totis elementis nullā addendi, subducendi, dividendi definitionem, aut doctrinā institui: cúm tamē eorum generū usus tam necessarius sit, quàm multiplicandi.

Numeri figurati quatuor proximis definitionibus 16. 17. 18. 19 d 7. tractantur: quorum quidem si nullus extra figuras ipsas geometricas sit usus, caussa nulla fuit in arithmetica tales numeros docendi: certé multa in geometricis rebus numeris explicabilia sunt, non tamen omnia, ut jam

dictum

dictum est. Nec enim planus aut solidus numerus omnes planorum aut solidorum geometricorum proprietates interpretantur, sed è multis pauculas quasdam in rectangulis: Nec quadratus numerus quadrati geometrici, nec cubus numerus cubi geometrici affectiones assequitur. Nec ideo sequeretur geometricas facultates arithmeticæ proprias esse, aut tales numeros in Arithmetica potius, quàm in Geometria esse declarandos. Generalis autem de numero figurato definitio præcedere debuerat. unde intelligeres numerū factum multiplicatione numerorum figuratum, & factorem latera dici figurati. Neque enim bis idem repeteretur in definitionibus plani & solidi. Est etiam id nonnihil dissimile, quod in definitione plani & solidi numerus dicit̃ arithmetico verbo factus, qui in definitione quadrati & cubi dicitur verbo geometrico comprehensus. Ergo & res & rerum vocabula plani, solidi, quadrati, cubi, laterum, comprehendi, geometrica sunt: atque ut de plano, quadratoq; in postremis hisce elemētorum libris tolerari possit, quod umbra hæc corpus suum sequatur: quia libris antecedentibus dictum est de formis: de solido & cubo certe ferendum non sit, ut corpus umbram sequatur, postremis enim libris agetur de solido & cubo. Quare figuratos numeros cum figuris suis conjunximus. Numeri proportionales sunt quando primus secundi, & tertius quarti æqualiter fuerit, multiplex aut eadem pars, aut eædem partes 20 d 7. Hæc definitio indicat tautologiam & heterogeniam 7 d 5. Nam proportionales illic magnitudines definiuntur, hic numeri. At numeros prius oportebat, quia per numeros proportio geometrica (quæ modo hic definitur) magnitudinibus convenit. Sed tamen definitio quinti est accuratior, quod proportionalia definit habentia eandem rationem, quod omnis rationis commune est. Hæc autem definitio definit per quasdam species rationis multiplicem & oppositam, multiplici partem, perque partes: At ratio æqualitatis hic interea prætermittitur, cujus tamen vel in quinto Euclidis ipsius libro antea usus fuit. Quare definitio hæc multó est vitiosior. Similes plani & solidi numeri sunt proportionalia habentes latera 21 d 7. Hic duæ species plani & solidi numeri adhibentur pro genere uno, & similitudo hic aliud est quàm proportio. Proportio enim quatuor terminos requirit, similitudo est duorum, rationemque quatuor terminorū includit, quod in figuris geometricis proprium est, & in figuratis numeris. Perfectus numerus est, qui est suis partibus æqualis 22 d 7. Hic unitas est pars numeri. Ideoque ex euclidea partis definitione numerus. Imperfectus veró numerus non definitur ab Euclide, neque imperfecti species redundans & diminutus. Campanus autem addidit hic definitiones, postulata, axiomata, quibus imperfectam Euclidis & Theonis mathematicam declaravit, & certè Theon in suis demonstrationibus, principiis utitur, quæ principia in principiis nulla collocavit, ut postea locis quibusdam declarabo. Et tamen tota materies præceptorum arithmeticorum syllogismo non plus egebat quam materies logicorum: & nos arithmeticam totam sic docuimus.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBER 18. IN

propositiones septimi libri.



Eptimus liber habet propositiones unam & quadraginta: é quibus sunt quatuordecim é superioribus iteratæ: tum viginti quatuor de numeris primis & compositis, quarum sex usus sunt imprimis necessarii, octodecim arithmetica facile caruerit, quæ theorema ad bene numerandū necessarium nullum habēt. Tres reliquæ de æqualibus & proportionalibus factis multiplicatione. Sed singularum elenchos & sophismata declaremus.

1 p 7 est reciproca, & Campanus inversam demonstrat, ideoque veritatis suę caussam nullā aliam habet, postulandaq; fuerat, non concludenda syllogismo: Demonstratio aūt utitur principiis illis quæ dixi nusquam in principiis à Theone esse posita. Qui metitur mensorem, metitur & mensum. Qui metitur totum & ablatum, metitur reliquum, & principiis illis cogitur impossibile, ut intelligatur fundamentis valdé infirmis arithmeticas demonstrationes istas fundatas esse, é quibus ne prima quidem ꝓpositio potuerit affirmari: hujusmodi & elenchus fuit ad 1 p 3: sed supra omnia demōstrationis vitia est illud plane animadvertēdum, & paulo accuratius explicandum, quia in totis tribus arithmeticis libris id perpetuum est. Numeratur ab Euclide vel Theone non per unum, duo, tria, neque per Arithmeticas notas 1. 2. 3. aut alias notas similes quæ nondum repertæ essent, sed per pūcta hoc modo........unde obscuritas in tota arithmetica elementa á Theone mirabilis inducta est. Cum de nominibus aut verbis præcipiunt Grammatici, præcepta declarant exemplis nominum & verborum: Cum Rhetores in tropis & figuris discipulum instruunt, illustrant institutiones suas exemplis troporum & figurarum, denique logicum documentum Aristotelis est, exemplis in docendo homericis & insignibus, nō Chœrileis & obscuris utendum esse. Verum Theonis studium in arithmetica longé aliud fuit, non ut numerorum doctrinam numerorum exemplis illustraret, sed obscuraret exemplis unitatum uelut punctorum in lineam rectam cōtinuatorum, ut totis libris septimo, octavo, nono, tanquam geometria, non arithmetica doceretur, & sané ita numeri definitio facta videtur ad istam punctorum continuationē, ut numerare esset hęc unitatū pūcta colligere. Verum puncta illa Theon plerumq; sic copulat, ut notis arithmeticis arithmeticam ejus demonstrationem omnino intelligere nequeas, sed cogaris lineam rectam, modo totam insectam, modo per segmenta intelligere: sic (inquam) Theon geometricis exemplis obscurat arithmeticam, & tamen cum multitudinem punctorum significat, ut octo vel quatuor, non id significat nota aliqua arithmetica, ut 8 aut 4, sed literis αβ, neque tamen iis arithmeticé sumptis. Poterant enim & hæ literæ etiam arithmeticas notas præbere, & numeros significare, sed literis ita significat numeros, ut solet

lineas

lineas & figuras, earumq; partes. Ita Euclides, ita Theon é vitioſa numeri definitione, vitium infinitæ, & vix, niſi experienti credibilis obſcuritatis pepererunt, dum unitatibus tanquã punctis in unam lineam continuatis arithmetica theoremata interpretantur. At heterogenia eſt ſophiſtica (ait Ariſtoteles) & geometricum eſt in arithmetica ἀνάριθμον. Cauſſam ſi tanti, tamq; inſolentis ſophiſmatis requiras, reperies demonſtrationes ſophiſticas veris numerorum exemplis adornari nõ potuiſſe, quia tota materies erat definitionis, partitionis, exempli, ſyllogiſticæ complexionis non erat. Ergo ut fucarentur elenchi trium librorum, quæſita eſt arithmetica punctorum. Quamobrem prima demonſtratio reliquarum demonſtrationum ſpecimen eſto.

2 & 3 p 7 Problemata duo faciunt ex eadem materia, unde prima propoſitio theorema fecit, valdeque ridiculam eſſe demonſtrant differentiam illam problematis & theorematis. Eademque eſt in utraque propoſitione, demonſtrationis logica, é principiis apud Euclidem non principiis, & quidem per impoſsibile: cum tamen cauſſa ſit hic etiam ἀνθυφαίρεσις illa 1 p 7. Hæc enim via eadem & communis eſt primos & compoſitos numeros explorandi: Sed tamen Theon demonſtrator egregius eſt, dum numerum minorem majoris menſorem probat eſſe menſorem maximum, quia major eſſe nullus poteſt: Tum requirerem cauſſam & principiũ propoſitionis quã demonſtrabilem facit, obſtupui ad demonſtrationis novitatem. Demonſtrat enim non per aliquam antecedentẽ vel principii vel demonſtratæ propoſitionis cauſſam, ſed idem plané per idem, maximus eſt quia nullus major. At (inquam) hoc illi prorſus idem eſt: nõ eſt autem dubiæ rei argumentum diverſum.

4 p 7 Omnis numerus omnis numeri minor majoris pars eſt vel partes: Partitio eſt duarũ partium quæ definiuntur 3 & 4 d 7. Et mirabilis Euclidis & Theonis logica hæc eſt in principiis numeralium definitiones partium, partitionem autem demonſtrantium. Atqui partitio illa eſt immediatorum contrariorum. Reprehenditur Heraclitus ab Ariſtotele toto fere quarto libro philoſophiæ primæ, quod de contradictione dubitarit. At iſta Euclidis de partitione præſenti dubitatio talis eſt. Numerus minor eſt pars majoris aut partes. Sed tamen demonſtratio hîc etiam ſingularis eſt, ex diſſolutione numeri in ſuas unitates. Enimvero quæ definitio, quod principium, quæ propoſitio ante concluſa diſſolutionem iſtam pro ſyllogiſticæ demonſtrationis argumento Theoni præbuit? An Apollonius demonſtrans, Quæ eidem æqualia, Theone iſto λογικώτερος non erit? Sex proximæ propoſitiones ſimillimam logicam habent ſex primis propoſitionibus quinti libri, quibus pene etiam eædem: Illæ enim ſunt per ſpeciem rationis multiplicem, hæ per partem & partes quæ pene ſunt illarum converſæ, quod Campanus etiam admonuit: uſum veró neque illæ ſex quinti libri, neq; hæ ſex ſeptimi libri prorſus ullum habent, quem nõ faciliorem & pleniorem generales habeant, neque vel illic vel hic doctrina tamen ſpecialis eſt, ſed exempla tantum ſpecialia ſunt, quæ perinde poterant ſubtiliter per dupla, tripla, per ſeſquialtera, ſeſquitertia, perque reliqua rationum genera deduci: nec matæotech-

nia ineptior esset: Est autem Campani logica in his propositionibus admirabilis. Intentio Euclidis fuit(ait) non assumere ex prius demonstratis. Aliter enim supervacuè proposuisset multa de numeris, quę demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Hæc Campani logica est ad Euclidis elenchos excusandum: At eximie Campane, Euclidis intentio ista quantum tibi judicandæ artis argumentum est? Si voluisset Euclides sursum deorsum omnia miscere, an voluntas hominis, pro catholica aliqua doctrinæ lege haberetur? at debuit bene docendi catholica lex & logica euclideæ intentionis & voluntatis magistra esse: Neque verò in totis elementis tam simpliciter à Theone quicquam factum est, ut Euclidis voluntas & intentio pro doctrinæ argumẽto proferretur, neq; si voluntas Euclidis Theoni tam sacra, sanctaq; fuisset, quicquam post Euclidem in mathematicis elementis mutasset, & tamen quod etiam magis mirabile sit, ausus est Cãpanus totã geometriã novis demonstrationibus ornare, manifesto judicio veteres improbans. Quid enim deterioribus erat opus, si veteres optimas judicaret? Videt igitur Campanus ingens Euclidis sophisma propositiones easdem nomine modo magnitudinis, modo numeri sophisticè repetentis: excusare vult. Quomodo, inquam? Noluit Euclides (ait Campanus) generali quinti libri doctrina uti ad demonstrandum specialem septimi libri doctrinam. At (inquam) si Euclides logicas bene & accuratè docendi leges sequeretur, nihil prius velle debuit quàm à generalib. specialia deducere. Id enim est ex caussis prioribus & notioribus docere: Quare Campanus magnam Euclidis sophisticam majore etiam sophistica tegere vult. Sed tamen singulas propositiones exequamur.

5 & 6 p 7 materiam habent compositionis tertiæ: quæque ideo definitione tractanda fuerat, non syllogismo judicanda. Demonstratio autem quintæ genere sophismatis prorsus eadem est cum demonstratione 1 p 5: principium nullum mathematicum: axioma logicum prorsus idem. Hic elenchus alter est. Tertius est hysterologia methodi, quia specialis est propositio ad 12 p 7, ut ad 12 p 5: imo conversa pene 1 p 5.

7 & 8 p 7 materiam habent è tertia divisionis specie, propterea que postulandam, non demonstrandam. Hic primus est elenchus: septima est eadem quintæ quinti: tautologiæ est elenchus. Demonstratio est per 5 & 7 p 7 ex inductione partium: & utraque specialis est ad 11 p 7. hysterologiæ est elenchus.

9 & 10 p 7 materiam habent è 12 d 5. ideoque postulandam, demonstrantur per sectiones more superiorum, speciales sunt ad 13 p 7. Sic elenchus triplicatur è materia, demõstratione, ordinis hysterologia. Campanus interposuit hic propositionem è 20 d 7. Tanta mathematici hujus ἀλογία est: ut quæ sophismata præterita sunt ab Euclide, ea summo studio sibi persequenda existimet, & tamẽ voluntatem Euclidis aliàs appellat pro doctrinæ lege. 11.12.13.14 p 7. materiam definitionum proponũt è quinto libro repetitã, ita duplex est elenchus, alter tautologiæ, alter materiæ per se manifestę in dubiam propositionem conversę, sed hoc utrumq; in singulis declarandum est.

11 p 7 est eadem 19 p 5, & materia est tertiæ divisionis ab Euclide non definitæ: Hæc tautologia est, hæc ἀλογία principii in propositionem conversi: demonstratur per specialem 8 p 7, & per sophisma illud 20 d 7: petitio est principii. Sed enim Campanus hoc loco mirabilem logicam demonstravit: vidit tautologiam illam: & quosdam reprehendit demonstrantes hanc undecimam septimi ex illa 19 p 5: id est ut ipse loquitur, particularem ex universali. Atqui (inquam vir divine) si illa generalis esset ad hanc, optima esset demõstratio propositionis particularis per universalem: Sed argumentum Campani etiam est admirabile. Si hoc intenderet Euclides (ait) proposuisset hanc propositionem in septimo. Ergo (inquam) mathematice demonstrator admirande, mavis quamvis logicam legem despicere quàm Euclidis vanitatem confiteri? Sed Campanus hanc telam longius pertexit. Existimo autem, ait, & rationabiliter convinci videtur Euclidem quem vultum demonstratoris arithmetici, gratia decimi, in quo sine numerorum aliqua præcognitione transire non poterat, constat assumere, iccirco plurima eorum, quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstravit, hic repetere demonstranda de numeris, quoniam per alia principia propria videlicet numerorũ, quæ magis nota sunt intellectui, quàm ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiam quantitatum incõmunicantium difficilia sunt, principia veró numerorum, magis ultró se intellectui applicant, faciliusque quàm illa. Egent enim illa intellectu magis disposito. Hæc Campani prolixior oratio est ad Euclidis sophisma prorsus hebes excusandum: Euclides demonstravit quandam arithmeticam gratia decimi. Ridiculum (inquam) arithmeticam Euclidis ad decimum Euclidis librum referre, cum usus ipsius sit, cõmunis omnium rerum numerabilium. Principia arithmetica sunt clariora intellectui principiis quinti libri. At si ita sit, sophistica Euclidis proditur á Campano obscuriora præponentis, clariora postponentis. Verum Campanus errat hic errore valde gravi: eum principia quinti libri principia sint & septimi. Quamobrem Campanum argumentis istis logica tam inopem perspicimus, quàm quisquam mathematica abundantẽ possit existimare.

12 p 7 Materia est tertiæ compositionis illius (ut dictum est) non definitæ ab Euclide eadem 12 p 5. elenchus duplex est. Tautologiam Campanus hic adnotavit. Demonstratur per conversam 20 d 7. perque 5 & 6 p 7. speciales: petitio est principii.

13 p 7 Materia est 12 d 5. eadem 16 p 5. elenchus duplex est. Tautologiam etiam hic Campanus adnotavit, demonstratur ut antea per conversam 20 d 7: item per 9 & 10 p 7. speciales ad istam, petitio est triplex ut antea.

14 p 7 Materia est 17 d 5. eadem 22 p 5. elenchus duplex est, demonstratur etiam per 20 d 5. bis iteratam, petitio est eadem quæ prius.

15 p 7 est specialis ad 13 p 7. Itaque materia est definitionis, & materia quę per consectarium generalis definitionis patebat. Theon per 12 p 7, id est per compositionem demonstrat alternationem. Hoc exemplum erit syllogisticæ complexionis demonstratæ. Propositio enim syllogismi est 13 p 7. Assumptio autem &

complexio est in præsenti propositione. Quare Theonem Campano logica parem esse intelligimus. Sed Campanus hic etiam Campani germanus est: Euclides non demonstravit in numeris ἀναλογίαν inversionis, divisionis, compositionis, non demonstravit item in numeris 24 p 5. Has sanctas sophismatum reliquias Campanus demonstrandas sibi proposuit: Itaque nullus elenchus tam sophisticus est, qui non fuerit his interpretibus singularium demonstrationum loco.

16 p 7 materies est postulati ad communem multiplicationis usum attinens, demonstratur per 15 p 7. id est per alternam proportionem natura multo posteriorem: elenchus alter est. Posset autem é 19 p 7. consectarium hoc deduci, ut hic vides. 3.2.3.2. Nam extrema ter bina faciunt idem quod media bis terna: Sed præstat sua luce contentum accipere. Propositio autem de duobus tantum loquitur, de quotlibet autem potest intelligi.

17 & 18 p 7 faciunt propositionem reciprocam, attributo tamen generali & é 15 p 5 deducto: Itaque syllogistica complexio hic demonstratur. Propositio enim syllogismi est 15 p 5: æquemultiplices sunt pportionales partibus, sed cū numerus multiplicat numeros, aut numeri multiplicāt numerū, facti sunt æque multiplices multiplicatis & multiplicantibus, facti igitur sunt proportionales. Theon veró demonstrat antecedentem per 12 p 7. id est per compositionem natura posteriorem, conversam veró per antecedentem. Tam multiplex elenchus est in unius propositionis sophismate: Quod autem loquitur 17 p 7 de duobus multiplicatis, & 18 p 7 de duobus multiplicantibus, de quotlibet verum erit.

19 p 7 Est eadem 16 p 6. tautologia est: materies autem est principii cūm reciproca sit subiecto attributoque, ideoq; caussam suæ veritatis continet. Demonstratur autem á Theone utrumque per multas antecedentes propositiones, nullam rei caussam continentes: petitio est principii.

20 p 7 Consectarium est idem 17 p 6, & é proxima postulandum: est enim assumptio & complexio syllogismi ad 19 p 7. Theon hic syllogismum nullum vidit. Itaq; demonstrat & adhibet 11 p 5. at πόρισμα in totis elementis nullum tam propinquum, tamque manifestum fuit, & Campanus hoc loco, nescio quem arabicum opinor Euclidem sequutus (ait) ab Euclide non esse propositum in numeris, quod erat propositum in lineis, 17 p 6.

21 p 7 causam suam exprimit é 15 p 5, metiuntur ęqualiter, quia sunt æquemultiplices: Itaque impossibile Theonis est ineptum: Campanus ad 23 d 7. vocat numeros minimos radices rationum.

22 p 7 Est eadem 19 d 5 & 23 p 5. tautologia est tertia, & materia est postulati: Itaque demonstratio inepta est: Campanus in suo Euclide non habet istam propositionem, itaque demonstravit ad 19 p 7.

23 & 24 p 7 reciprocantur generali reciprocatione, ideoque postulati materies est: & inepta ἀπαγωγὴ Theonis. Sex proximæ propositiones pertinent ad primos inter se.

25 & 26 p 7 reciprocantur, sed verbis ineptis cõceptę sunt: reciprocatio autem sic intelligitur. Si compositus sit primus ad aliquem, & componentes erunt primi ad eundem: & si componentes sunt primi ad aliquem, compositus erit primus ad eundem. Antecedens autem probatur per oppositum satis propinquũ & generale, sed tamen caussam nullam habet.

27. 28. 29 p 7 sunt consectaria: Theon tamen hic logicam consectarii nullam videt, sed demonstrationes ex illis suis generalibus comminiscitur, cùm sola assumptio enthymemati desit.

27 p 7 est é 26 p 7. Nam terminus unus bis intelligitur.

28 p 7 est é 26 p 7. ter iterata. Hic igitur assumptio triplex deerat.

29 p 7 est primo é 27 p 7: secundo é 28 p 7 semel, sed oblique iterata: tertio é 28 p 7, & deinceps perpetuo.

30 p 7 est reciproca, ideoq; postulanda: Imposibile Theonis hic valdé facile est, nullam tamen caussam ostendit. Admonet autem Campanus conversam dupliciter esse veram: primò si simuluterq; sit primus ad utrũq;, ambos esse primos inter se: item ut proponit Euclides. Si primus sit ad alterum, &c.

31 p 7 Caussa est suæ veritatis: Theon cogit non obscure, sed inepte.

32 p 7 Specialis est conversa ex illo principio. Qui metitur mensorem, metitur mensum: ergo qui metitur mensum, metitur aliquem mensorem: antecedens est principiũ Theoni in demõstrationibus, cõversa itaq; etiã principiũ esse debuit.

33 p 7 Est caussa suæ veritatis, cùm primi numeri sint radices & factores omnium postea factorum: Itaque Theonis demonstratio hìc admirabilis nullo antecedentis vel principii, uel propositionis argumento utentis, sed usurpantis principium, quod sit aliquis numerus minimus, quod tamen principiũ in principiis ab eo positis nusquam est. Quare proprietas compositi numeri per se postulanda fuerat, non fuerat cogenda per imposibile ejusmodi.

34 p 7 fit é partitione numeri: Numerus est primus aut compositus. Nam pro composito ponitur proprietas compositi: Sic é partitione facta est 4 p 7: ut intelligas duobus in hoc libro exemplis ab Euclide & Theone fieri propositiones demonstrabiles é materia partitionum.

35 p 7 Ex hoc problemate fecimus theorema, quod suæ veritatis principium præ se ferret. Nam si maximus communis divisor datos diviserit, quoti erunt minimi, ut patet é 15 p 5.

36 p 7 Ex problemate fit theorema á Campano, & á nobis item factum est, sed brevius & caussa manifestiore: Theonis demõstratio cogens per proportionis doctrinam hic inepta est.

37 p 7 Consectarium est ad 35 p 7. ut etiam Campanus fecit: Itaque Theonis logica hic syllogisticas complexiones demonstrat, sicut antea demonstravit 15. 17. 18 p 7.

39 & 40 p 7 faciunt propositionẽ reciprocã & catholicam: in demonstratione aũt 39 p 7 Theon utitur principio, quod unitas sit pars omnis majoris numeri ipsi cognominis: quod tamẽ, neq; nominat neq; nusquã in principiis adhibuit.

Campanus autem minus absurdus hic fuit: principium quippe illud in principiis habuit: fecit enim quartam animi conceptionem. Tota etiam & antecedentis & cōversæ demōstratio Theonia ridicula est de proprietate divisoris ad quotum per proportiones numerorum.
41 p 7 Hæc propositio est eadem 38 p 7. vel certé ex ea consectarium: Demonstratio igitur hic vel Theonis vel Campani syllogismi cōplexionē demonstrat.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 19. IN *octavum elementorum.*


Ctavus liber propositiones habet 27: quarum decem spectant ad proportionem continuam, reliquæ ad numeros figuratos.
1 & 2 p 8 faciunt unam propositionem attributo reciprocam: Si continui sint extremis primi, erūt minimi, & si minimi, primi: Caussa itaque est é generali reciprocatione 23 & 24 p 7. Nam si extremi sint primi, erunt etiam primi ad omnes. Itaq; Theonis impossibile hic ineptum est in antecedente, conversio etiam ineptior præsertim per ęquationem, complexio syllogistica demonstratur 2 p 8. Theorematice proponi debuit, caussamque suam manifestius ostenderet é 17 & 18 p 7. Item ex 11 p 5. denique é 29 p 7: unde etiam repetitur à Theone: justior veró demonstratio nulla adhuc fuit: Consectaria Theonis de figuratis quadratis & cubis é definitionibus suis hic patent.
4 p 8 demonstrabilis illa quidem est, sed à Theone cogitur impossibili longo & obscuro.
5 p 8 Eadem 23 p 6, tautologia sophistica est: demonstratur autem à Theone non obscuré quidem admodum per 4 p 8. 10 d 5. 17 p 7. 11 p 5. 14 p 7: Campanus hic paulo brevior est per 17 p 7. & 10 d 5. Reprehendit autem Theonem quod continuis minimis utatur. Hoc enim est (ait) proposito præter necessarium, uterque autem rationibus alternorum laterum hic utitur in demonstrando, tametsi neuter ita propositionem instituit, vacat tamen prorsus ista propositio, quia in solis magnitudinibus locum habere potest, in quibus 23 p 6 melius & plenius satisfaciet, quia generaliter loquitur de omnibus parallelogrammis æquiangulis, hæc specialiter de rectangulis quæ planis numeris explicantur. Tametsi utramque omisimus, quia nullus usus nobis appareret. si quis insigne emolumentum uspiam deprehenderit, communicato.
6 p 8 Caussam ostendit de continuis inter se dividuis, quod antecedens consequentem non metiatur, de disjunctis non item: Demonstratio Theone hic nō est admodum obscura, præpostera tamen est per æquationem.
7 p 8 est syllogistica assumptio & complexio præcedentis. Totus autem syllogismus connexus secundi modi sic est. Si primus non dividat secundum, nec ullus ullum dividet. Ergo si ullus ullum dividat, ut primus extremum, primus etiam secundum dividet. Hic tamen Theon nullum syllogismum videt. Præcedens

dens autem negata est: quod in arte nihil docet. Melius veró affirmaretur hoc modo. Si continuorum primus diviserit secũdum, & antecedens quisq; dividet consequentem alium, & si hoc, illud, ut nos etiam in arithmetica proposuimus.

8 p 8 caussam suæ veritatis ostendit: ratio enim eadem facit eundem mediorum numerũ, postulanda igitur ista propositio fuerat, nõ demonstranda: Campanus hic adnotavit nullum superparticularem posse per æqualia dividi, secus inter duos numeros unitate differentes medius numerus esset. ideoque tonus sesquioctavæ in duo semitonia non dividetur, sed in majus & in minus semitonium.

9 & 10 p 8 verbose proponuntur, breviter autem ita proponi possunt. Quot continué medios habent primi inter se, totidem habent ad unitatem: & quot habent ad unitatem, tot habent inter se: decima autem magis est generalis, ut Campanus adnotavit, quia non solum de primis, sed de quibuscumque numeris vera est, utraque autem consectarium est é 2 p 8: frustraque á Theone & Campano demonstratur, multoq; facilius erat ex eadem propositione medios istos, quám quadratos, & cubos concludere.

11 & 12 p 8 speciales sunt ad 18 & 19 p 8. Itaq; postpositæ consectaria tantum essent: Theon syllogismum hic nullum animadvertit.

13 p 8 De continuis demonstratur non obscuré admodum, per 11 & 12 p 8. æquatio deinde per 14 p 7 adhibetur. In quo nihil est nisi mediorum inventio quædam.

14 & 15 p 8 unicam propositionem poterat affirmare. Si figuratus æqualium laterum metiatur homogeneum, & latus metietur latus, & contrá: Neque caussa quærenda erat: cúm reciproca sit proprietas ad figuratos æqualium laterum, ut sint quadrati & cubi.

16 & 17 p 8 Sunt negationes prius affirmatarum proprietatum, ut si diceres. Si homo est, est risibilis: ut vulgus loquitur, & si risibilis est, homo est, unde negatum concluderes. Si non est homo, non est risibilis, & si non est risibilis, non est homo. Atqui præceptum artis debet imprimis esse affirmatum, & κατὰ παντὸς affirmatũ. Quare propositiones hæ genere propositionis sunt ineptæ, genere demonstrationis ineptius sunt demonstratæ. Sunt enim quatuor assumptiones & complexiones syllogismorum cõnexorum secundi modi. Prima pars 16 p 8 sic concluditur é secunda parte 14 p 8. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratum. Ergo si quadratus quadratum non metiatur, neq; latus metietur latus. Secunda pars 16 p 8 sic item concluditur é prima parte 14 p 8. Si quadratus quadratum metiatur, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neq; quadratus quadratum metietur. Similiter 17 p 8 concluditur: prima pars nempe é secunda parte 15 p 8 hoc modo. Si latus cubi metiatur latus, & cubus cubũ metietur. Ergo si cubus cubum nõ metiatur, neq; latus metietur latus. Item secũda é prima sic. Si cubus metiatur cubum, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neq; cubus cubum metietur. Hæ sunt (inquam) syllogisticæ & assumptiones & complexiones, in quibus tamen syllogisticum nihil

animadvertit vel Theon vel Campanus, datisq; syllogismorum antecedētibus complexiones demonstrat.

18 p 8 Est generalis ad 11 p 8. præpositaque caussam præponeret. Demonstratur quod mirere, per 17 & 12 p 7. & per 11 p 5. per quas easdem etiam specialis illa 11 p 8 demonstrata est, ut nulla prorsus occasione, nisi sophisticarū demonstrationum specialis anteposita sit.

19 p 8 Simillima est genere sophismatis. Est enim generalis ad 12 p 8, & demonstratur per easdem, per quas demonstratur specialis.

20 & 21 p 8 sunt conversæ 18 & 19 p 8, & materiam ideo postulandam, non demonstrandam ostendunt: non convertitur autem duplicatio & triplicatio, quia generalis etiam est, ad non quadratos & non cubos.

22 p 8 Consectariū est é 20 p 8, & tamē Theō πόρισμα nō facit, sed propositionē.

23 p 8 Est item consectarium é 21 p 8. sophisma par est superiori.

24 & 25 p 8 magis etiam & πορίσματα sua demonstrant é 18 & 19 p 8. sophismata paria sunt.

26. 27 p 8 Sunt etiam superioribus proximis mirabiliores, dum genus speciei comparant, cúm potius speciem debuerint generi. Quadrati enim duo sunt inter se similes plani, & duo cubi, similes solidi, non contrá.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 20. IN NONUM *elementorum.*



Liber nonus habet propositiones nulla methodi ratione dispositas, alias de simplicibus, paribus, imparibus, perfectis, alias de comparatis, alias de figuratis.

1 & 2 p 9 faciunt unam reciprocam. Similes plani faciunt quadratum, & facientes quadratum sunt similes plani: Caussa veró proditur é 19 p 7. Campanus hic quadruplex corrolarium instituit, primū. Duo quadrati faciunt quadratum quia plani similes. Secundum: Per quem quadratus facit quadratū, ille quadratus est: quia quadratus est similis quadrato. Tertium: Per quem quadratus facit non quadratum, ille est nō quadratus. Quartū. Quadratus per non quadratum facit nō quadratum. Duo autem postrema sequuntur per negata consequentia duorum primorum. Hanc logicam laudo in Campano, magis autem laudarem, si in cæteris idem præstitisset, & tamen duo postrema consectaria negantiam tantum habent & inscientiam.

3. 4. 5. 6 p 9 Talia de cubis consectaria esse debuerant, qualia de quadratis Campanus antea fecit: Campanus tamen hîc etiā propositiones facit, nec consectaria animadvertit: complexiones syllogisticas cū Theone demonstrat. 3 & 4 p 9 Logicam habent multis jam locis adhibitam, sed in rebus tam propinquis nulla adhuc fuit, antecedens enim specialis est, ad consequentem: 27 p 7 ad 26 p 7 sic erat specialis. at specialis generalem sequitur: at totum hîc contra est. Syllogistica igitur Theonis ea fuit.

5 p 9 Est conversa quædam 4 p 9. Si cubus multiplicet cubum, faciet cubum: & si cubus faciat cubum, multiplicabit cubum. Campanus hic negata consectaria comminiscitur, ut antea.

6 p 9 Est etiã cõversa quædã 3 p 8. Cubus seipsum multiplicãs facit cubum: & per se faciẽs cubũ, cubus est. Itaq; tota logica hæc valde agrestis est & sophistica.

7 p 9 Materies postulati protinus é 17 d 7.

8.9.10 p 9 Inventionẽ quadratorũ & cuborũ generalẽ quãdam suppeditant.

8 p 9 Consectarium est é 22 p 8.

9 p 9 Consectarium est é 23 p 8.

10 p 9 est consectarium é 27. & 25 p 8. & 3 p 9. sed partim oppositum est antecedentis, ut etiam Campanus hic adnotavit.

11.12.13 p 9 continent tres proprietates ratione multipla continuorum: alia enim ratio in hanc progresionem cadere non potest: Est autem proprietas hæc triplex de divisore continuorum.

11 p 9 Proprietatem habet reciprocam, si recte proponatur hoc modo. Si dati sint ab unitate continui, minor quisq; majorem metitur per aliquem continuorum: & si datorum minor quisque metiatur majorem per aliquem datorũ, erunt ab unitate continui. Itaque quamvis hic á Theone demonstretur sola 15 p 7. attamen materies postulanda fuerat, non demonstranda.

12 p 9 Caussam item suam indicat, quia numerus, qui est ad unitatem, est primus ille mensor ultimi: ut in 1.2.4.8. item in 1.3.9.27. item in 1.5.25.125, aut certé est compositus é primo illo mensore ultimi: ut in 1.6.36: Hic enim 2. & 3. metientur ultimum. Ab illis etiam compositus est 6: Sic in 1.10.100, 2 & 5 primi metiuntur 100, decem ab illis est factus. Sic in 1.12.144. extremus mensus est á 2 & 3 primis, á quibus etiam 12 componitur á 2 per 6 & á 3 per 4. Itaque hoc etiam postulandum fuerat: & Theonis imposibile hic ineptum est.

13 p 9 Caussam habet manifestiorem: Nam cúm multiplices sint termini, omnes in hac progresione á solis submultiplicibus dividentur, at alii nulli sunt. Quare etiam Theonis imposibile hic etiam ineptius est.

14 p 9 Caussam item suam ostendit. Nam minimus dividuus á numeris absoluté primis est factus ab iis. Itaq; si quis alius primus metiatur factum, metietur & factorem alterum.

15 p 9 Consectarium est é generali cõceptione, quam definitio primorum inter se suppeditat & é 2 p 8. Extremi minimorum continuorũ sunt primi inter se, ideoq; si eorum alter cum quolibet referatur ad alterum, primi erũt. Quare demõstratio Theonis hic sophistica est per tot præsertim propositiones alias. Campanus longam digresionem hic habet: Primó. Quod metiens unum é cõtinuẽ minimus sit compositus ad alterum datæ rationis minimum. Quod in Euclide nõ est: Secundó. Quod quilibet cõtinué minimorũ ad compositũ é reliquis sit primus. Quod magis generale est de quotlibet, quám Euclidis theorema de tribus: & probat per præmissam illam. Probat tamen etiam idem propositionẽ Theonis de tribus: Sed huc aggregat totas decem propositiones primas secũdi

libri

libri de lineis: Quin addit & undecimam secundi imposibilem esse in numeris: eaque omnia tanquam ab Euclide proposita demonstrat, ut hic etiam manifestum sit arabicum Euclidem, non græcum Campano propositum fuisse:
16 p 9 Consectarium est é 19 & 21 p 7. Theon tamen hic 19 p 7 non appellat.
17 p 9 Caussam habet ex eodem fonte, Theon tamen cogit per 13 & 21 p 7.
18 & 19 p 9 Consectaria sunt 19 p 7. Itaque Theon demonstrationes multas hic adhibet, ubi nulla esse debuerat. Notabile autem est in utraque propositione verbum δυνατὸν posibile, quia non solet in problematis exprimi, ubi tamen semper intelligitur.
20 p 9 Specialis est, cum de omni specie numeri imo numerationis sit id verum. Additionis per 1.2.3. species infinitæ sunt, sic subductionis, multiplicationis, divisionis. Sic numeri compositi, impares, pares, imperfecti, perfecti plures sunt omni proposita multitudine. Quare postulandum id fuit generaliter numerum infinite crescere, non autem specialiter demonstrandum. Campanus autem, qui septimo libro postulavit, quolibet numero majorem dari posse. Item seriem numerorum in infinitum posse præcedere. Campanus (inquam) istorum postulatorum postulator, de Euclidis constantia magis, quám de sua solicitus specialiter demonstrat á seipso generaliter postulatum. Sequūtur deinceps propositiones numero quatuordecim de numeris imparibus & paribus: eorumq; differentiis & proprietatibus.
21 p 9 Consectarium est é definitione paris, quia binarius metitur partes omnes, ergo totum.
22 p 9 Est consectarium é definitione imparis, & 21 p 9. Nam detrahatur ex unoquoque unitas, totus é reliquis paribus erit par, & ex unitatibus ipsis paribus numero par erit.
23 p 9 Consectarium est é proxima per contrarium. Nam é multitudine pari par est, at reliquus impar additus pari constituit totum imparem.
24 p 9 Consectarium protinus est é principio, binarius metietur totū & partem, ergo reliquum.
25 p 9 Consectarium est é 22 p 9, quia impares additi sunt multitudine pari.
26 & 27 p 9 Debuerant potius per contrarium exprimi, Par & impar constituunt imparem, & unde consequebatur. Si ab impari impar aufferretur, parem relinqui, item. Si par tollatur ab impari, relinqui imparem.
28 p 9 Consectarium manifestum etiam est Theoni é 21 p 9, quia adduntur multitudine pari, & tamen Theon demonstrat.
29 p 9 Consectarium protinus est é 23 p 9. & tamen Theon syllogismum nullum videt.
30 p 9 Demonstratur á Theone novo quodam demonstrationis exemplo: primum probatur per imposibile, quod impar metiatur parem per parem: at principium est definitionis Campano, ut revera est é definitione paris: tum pro-

batur

batur mensura dimidii per principium, quod tamen Theoni in principiis nullum fuit: & quod propositione non minus obscurum sit. Si totus dividat totum per aliquem, dimidius dividet dimidium per eundem.

31 p 9 Cogitur per impossibile é proxima, quia dati essent compositi.

32 p 9 Proprietas est reciproca: ideoque postulanda fuerat: licet non admodum obscuré, attamen frustra demonstratur á Theone per 13 p 9.

33 p 9 Proprietas item reciproca est. Itaque temeré demonstratur per impossibile.

34 p 9 Materies est definitionis: unde tertia species parium definienda fuerat, talia sophismata fuerũt é definitionibus analogiarum libro quinto & septimo, ubi é materia definitionũ factæ erant propositiones. Sed aliud sophisma hic insuper est, quod præceptum sit per negantiam, ut octavo libro quædam propositiones fuerunt de quadratis & cubis.

35 p 9 Demonstratur per compositionem 17 & 12 p 5: Caussa tamen ipsa est é progressione continuorum.

36 p 9 Demonstratur á Theone prolixissima demonstratione, & omnes feré propositiones antegressas complectente: ut dilata in extremum propositio videretur, quæ totam arithmeticam ad sui demonstrationem requireret. At caussa veri nulla hic est, & Apollonius, Quæ eidem æqualia, isto modo justissimé demonstrasset.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 21. IN PRIMAM PARtem decimi elementorum generalem de symmetris, asymmetris, rationalibus, irrationalibus.



Iber decimus communem magnitudinũ differentiam continet symmetrarum, asymmetrarum, unde rationalium & irrationaliũ differentia derivatur: Quod in numeris antiquius est, sed valde dissimile. Numerus enim suapte natura primus est aut compositus: Deinde numeri duo quilibet inter se primi aut compositi: idq; unitatis mensura dijudicatur. At in magnitudine secus est. Neq; enim ut in numero unitas, sic in magnitudine minima mensura nota est. Sed mensura magnitudinis tantum est θέσει positione & arbitrio geometræ statuentis digitum, palmum, pedem, aut aliud quodlibet mensuræ genus pro mensura. Hæc igitur materies est decimo libro proposita & eo modo tradita, ut in humanis literis atque artibus similem obscuritatem nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligẽdum quid præcipiat Euclides (id enim vel indoctis & illiteratis id solum quod adest, quodque præsens est intuentibus possit esse perspicuum) sed ad perspiciendum penitus & explorandum quis finis & usus sit operi propositus, quæ genera, species, differẽtiæ sint rerum subjectarum: nihil enim unquam tam con-

fusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagoreorum (à quibus hæc inventa primo libro diximus) in hunc tanquã specum inducta videatur. Itaque prodigiosi sophismatis est ad duodecim linearum irrationalium inventionem tot propositiones, lemmata, demõstrationes ab ingeniis solertibus quidem illis & peracutis, sed certe otio intemperanter abusis excogitatas esse: nulla pars geometriæ (si tamẽ in vero geometriæ usu locum ullum acumina ista habitura sint) inutilior, nulla tamen præceptis & theorematis cumulatior. Geometria de planis excepto quadrilatero rectangulo, neque quolibet est irrationalis: nullum tamen verbum est in Euclide ad demonstrandum quamobrem aut quomodo sint hæc irrationalia: Geometria tota de solidis excepto recto, prismate & cylindro est irrationalis, nullum tamen verbum est in Euclide ad demonstrandum quamobrem aut quomodo sint hæc irrationalia: neq; de lineis irrationalibus apodictica major requirebatur. symmetria enim demonstraret quæ actu & sua longitudine rationales vel irrationales essent: Et tamen si quid irrationale esset, sciri oportuit, satis fuit generaliter sciri, quia hoc uno argumento tenearis tales lineas numero datæ mensuræ inexplicabiles esse, qua generis specie quave differentia exquirere, vanus & inanis labor fuerit. Denique modalibus, conversionibus, reductionibus & ejusmodi quisquiliis nihil jam miror logicam irretitam esse, cum severissimam alioqui disciplinam commentis istis velut exornatam videam. Equidem toto decimo libro studiose & accurate considerato nihil aliud judicare potui quam crucem in eo fixam esse, qua generosæ mentes cruciarentur. Quare omni studio diligentiaq; connitendum nobis est, ut ista clarissime evolvantur, miseraque & funesta crux evertatur & prosternatur, atque in perpetuum affligatur. Partiemur igitur totam operis molem duas in partes, primam de generalibus & communibus elementis, secundam specialem de irrationalibus tum affirmatis, tum negatis: & sic Euclides ipse vel imprudens neq; quidquam de methodi ullius luce cogitans, definitionum suarũ principia tribus differentibus locis distribuit. Prima pars igitur erit in definitionibus undecim & propositionibus viginti. In definitionibus autẽ Euclides aliam & dissimilem superiori logicam adhibuit: accumulavit definitiones sex librorũ communes initio primi libri, in quinq; proximis proprias accõmodavit: Initio septimi cumulum rursus fecit septimi, octavi, noni communem. In decimo uno & solo tres ordines definitionum distinxit: communes præposuit, speciales postposuit, quod genere ipso laudabile est, sed multo fuisset laudabilius, si suam cuique generi specieiq; definitionem ut logica methodus exigebat, adjunxisset. Verumtamen definitiones primas videamus, quid sint magnitudines symmetræ, asymmetræ, rationales, irrationales, id enim definitiones undecim definiunt.

1 & 2 d propriis verbis exprimunt partitionem symmetrorum & asymmetrorum, quæ est in arithmetica primorum inter se & compositorum inter se numerorum: Sed arithmetica de numeris primis præcipua fuit, unde intelligeretur arithmetica compositorum: & quidem de primis numeris arithmetica succincta fuit.

ita fuit. Huc verò repetuntur ab Euclide quædam jam de numeris proposita, & de ſymmetris totidem præcipiuntur, quot de aſymmetris, elementorumque numerus de ſymmetris & aſymmetris duplicatur.

3.4.5 d ſymmetriam & aſymmetriam rectarum duplicem indicant, alteram rei & actus, alteram vis & potentiæ tantum. Atqui hæc vis in lineis dicitur κατὰ τὴν μεταφορὰν καὶ τὴν ὁμοιότητα, ut inquit Ariſtoteles 5 & 9 philoſophiæ. Ut enim in ſeminibus eſt cauſſa ſtirpium, ſic in lineis rectis origo quadratorum, omninoque rectangulorum: utque ſemina poſſunt ſtirpes, ſic lineæ rectæ quadrata & oblonga id eſt rectangula, unde ſecundo libro rectãgulum dicitur ſub duabus lineis rectis comprehendi. Nec recta ſola & ſolitarie conſiderata quadratum poteſt, ſed recta per rectam. Verum quia æqualis bis eſt aſſumpta, una dicitur quæ duplex eſt. Ergo rectæ potentia quadratum dicitur, lateraque quadratorum metaphora conſimili vocantur radices quadratorum. Sic Διαγράμματα (ait ibidem Ariſtoteles) εὑρίσκεται ἐνεργείᾳ inveniũtur actu, ut cur duo recti in triangulo? quia circa idem punctum duo anguli duobus rectis ſunt æquales. Potentia autẽ hæc tota decimo libro attribuitur lineæ rectæ non ſuperficiei, non corpori. Sed de utraque definitione pauca ſeparatim.

3 d 10 Rectæ potentia ſymmetræ ſunt, quando ipſarum quadrata eadem area metitur. Ut latus 3 pedum, & latus 5 pedum. Area enim pedis unius hæc quadrata metitur, ideoque lineæ illæ ſunt per potentiam ſuam ſymmetræ: re verò & actu aſymmetræ.

4 d Aſymmetræ autem quãdo ipſarum quadratis nullam accidit aream communem menſuram eſſe, ut ſunt latus lateris 7, & latus lateris 3. Nam quadrata earum linearum latus ſeptenarii, & latus ternarii nulla area communiter metitur. Ex his autem quatuor definitionibus ſequitur in Euclide initium Geometriæ obſcurioris: litera Euclidis ita eſt.

5 d 10 His poſitis conſtat propoſitæ rectæ rectas eſſe multitudine innumerabiles, tùm ſymmetras, tùm aſymmetras, alias quidem longitudine, & potentia: alias verò potentia ſolum: vocetur igitur propoſita recta rationalis. Hæc Euclidis verba ſunt, quorum ſingula pondera diligenter examinanda ſunt: Propoſitæ rectæ dari poſſunt innumerabiles ſymmetræ re: Ut rectæ 7 pedum, ſymmetræ ſunt rectæ pedum 8.10.12, & ejuſmodi infinitæ, tùm potentia, ut latera quadratorum pedum 8.10.12 & ejuſmodi innumerabiles rectæ: dari etiam poſſunt rectæ aſymmetræ eidẽ tùm longitudine, ut latera proxima quadratorũ 8. 10. 12. tum potentia, ut latera proximorũ laterũ, & ſimilia infinita. Mutes verò propoſitam, & dato latus 7 pedũ, huic etiã dari poſſũt innumerabiles ſymmetræ, tùm longitudine, ut latus 28, latus 63, ut poſtea patebit. At potentia tantũ ſymmetra ſunt latus 7 & latus 3, ejuſmodiq; infinita, deniq; aſymmetra ſunt idem latus illud 7, & latus lateris 3 ſeu 5, & ſimilia. Quapropter propoſitæ rectæ dari poſſunt innumerabiles juxta Euclidis verba, tũ ſymmetræ, tũ aſymmetræ, aliæ longitudine & potentia, aliæ verò potentia ſolũ. Verumtamen quid habet conſectariũ,

ut definitio dicatur? ſane quod in eo poſtremum eſt, definire videtur εὐθεῖαν ῥητὴν rectam rationalem. Quid enim in litera Euclidis eſt reliquum? Vocetur (inquit Euclides) propoſita illa recta ῥητὴ id eſt explicabilis, & tanquam diceretur dicibilis. De hoc in geometria diximus, neq; prohibet hic latius agi. Quæro igitur ῥητὸν iſtud quomodo explicabile intelligitur? ῥητὴ (ut Pachymerius refert) definita á nonnullis διὰ ἀριθμῶν γνωρίμη per numeros nota, quam definitionem ipſe non probat, quia ſit ex accidente. Verum Pachymerius hic parum conſideravit ex iſto accidente 5. 6. 7. 8. 9 p 10 effici, hinc totam de rectis irrationalibus naturam toto libro declarari: ex numeris enim diſsimilibus é quadratis totæ ſpecies irrationaliũ declarabuntur. Et ſic Marinus in protheoria Datorum. Propriê veró (ait) per ſe ῥητὸν eſt, quod ſecũdum aliquem numerum cognoſcimus, & ſecundum aliquã poſitione menſuram, ut palmum verbi gratia vel digitum: Sic (inquam) Pachymerius, ſic Marinus. Euclides tamen & in primis & in ſecundis tertiiſq; definitionibus ῥητὴν accipit aut datam ipſam ex arbitrio & theſi aſſumptam, vel poſitæ datæque ſymmetram. Et quidem cum ſumis mẽſuram tripedalem, facis triplam pedis unius, quin ſi pedalem ſtatuas, etiam comparabitur pedis unitati, ad eamque rationalis erit. Atque ex ipſo τοῦ λόγου rationis comparativo & arithmetico nomine proprie magnitudo λογικὴ ἢ ἄλογος rationalis aut irrationalis magis proprie dicetur quam ῥητὴ ἢ ἄῤῥητος explicabilis aut inexplicabilis quia hoc magis eſt generale: & rationale atque irrationale ſic ad aliud referuntur, ut eorum ſpecies æquale & inæquale: λόγος enim genus eſt æqualitatis & inæqualitatis. ſed res teneatur. Sic enim Euclides (ut dixi) loquetur, ſic item Theon ad 11 p 10 ῥητὴν veluti definiendo ait, ἀφ᾽ ἧς ἔφαμεν τὰ μέτρα λαμβάνεσθαι, â qua diximus menſuras capi. Sed lubet ad eandem rem proferre conſimilem interpretationem Peripateticorum. Author enim quidam inter Ariſtotelis eſt opera de lineis individuis, qui totum generis hujus Euclidem in illud opus tranſtulit, aitq; propoſitam lineam ὥσπερ σημεῖον προκείμενον καὶ ὁμολογούμενον velut ſignum propoſitum & confeſſum, idq; κύριον ὄνομα proprium & peculiare verbum á Geometris uſurpari. Age (inquam) iſta ῥητὴ menſura eſt, quæ dicitur vulgo á Geometris famoſa, & ideo nota numero. Quid tum γραμμαὶ ῥηταὶ (ait) καὶ ἄλογοι πρὸς ἀλλήλας ἔσονται, lineæ explicabiles & inexplicabiles id eſt rationales & irrationales inter ſe erunt, hic non ſatis manifeſtus eſt: videtur tamen dicere magnitudinẽ non dici abſolute ῥητὴν καὶ ἄλογον, ſed relatione ad propoſitum, ut numerus ad alium primus, & ad aliũ compoſitus, inductus fortaſſe Euclidis authoritate, qui prius rectas συμμέτρους καὶ ἀσυμμέτρους definivit, poſterius ῥητὴν καὶ ἄλογον: ſed tamen ne qua dubitatio eſſet, idem ille ipſe author ſententiam ſuam manifeſtius dicit. Itaque (ait) σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον φύσει natura ſunt, ῥητὸν veró & ἄλογον θέσει poſitione, ut ſi propoſitæ rectæ, hæc quidem ῥητὴ ut σύμμετρος, illa veró ἄλογος, ut ἀσύμμετρος, & rurſus ῥητὴ huic, illi ἄλογος, & ἄλογος huic, illi pariter ῥητή. Hæc authoris hujus decreta ſunt, ubi manifeſte docet ῥητὴν καὶ ἄλογον rectam dici non per ſe, nec abſolute, ſed tantum relatione ad poſitam. Quam ſententiam videtur & Pachymerius ſequi, qui nominatim ait σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον τῇ φύσει, ῥητὸν καὶ ἄλο-

γον ὢ

χον ὂ ἰιαθ' ἀυτο, ἀλλὰ πρὸς ὑποτεθεῖσαν. Itaque ſententia Euclidis & Geometrarum iſtorum definitio rationalis rectæ non eſt quod ſit propoſita, ſed quod ſit ſymmetra propoſitæ, ut mox definietur, ſed tamen videamus quid deinde Euclides loquatur: Cum igitur propoſitam illam ſtatuiſſet, cui eſſent rectæ innumerabiles & ſymmetræ & aſymmetræ, ait.

6 d Et huic ſymmetræ ſive longitudine & potentia, ſive potentia tantum explicabiles.

7 d Et huic aſymmetræ irrationales vocentur. Hæ duæ definitiones reſpondent quintæ, ut ῥητὸν definiunt per relationem & per ſymmetriam, tanquam ῥητὸν καὶ ἄλογον ſpecies ſint συμμέτρου καὶ ἀσυμμέτρου ad propoſitam. Poſtremo hic etiam elenchus Ariſtotelis ille notabilis eſt ſpeciei pro genere. Etenim quod hic Euclides ſpecialiter exponit, generale eſt, & omnis magnitudinis cõmune. Nam ſi duæ magnitudines ſint ſymmetræ propoſitæ magnitudini, ſunt etiam rationales: & ſi aſymmetræ, ſunt irrationales. Hunc elenchum Theon ad ultimam libri hujus propoſitionem, & Pachymerius poſt Theonem adnotarunt. Id (inquã) generale eſt, quod hic tamen ſpecialiter Euclides propoſuit. Quatuor reliquæ definitiones in eadem obſcuritate verſantur.

8 d Et á propoſita recta quadratum rationale.

9 d Et huic ſymmetra rationalia. Hic autem de quovis rectilineo generaliter præcipit Euclides, eaque ait eſſe rationalia, quæ ſymmetra fuerint quadrato rationali.

10 d Et quæ huic aſymmetra, irrationalia vocentur. Rectilinea igitur irrationalia erunt, quæ ſunt aſymmetra quadrato rationali. Deniq; ῥητὸν καὶ ἄλογον ſubjiciuntur hic & poſtea, ſubjicientur ſymmetriæ & aſymmetriæ.

11 d Et rectæ quæ ipſa poſſunt, irrationales, ſi quidem quadrata ſunt ipſa latera: ſin autem alia quædam rectilinea, rectæ quæ deſcribunt æqualia ipſis quadrata. Ex his igitur definitionibus videmus quomodo magnitudo ſymmetra ſit & aſymmetra, rationalis & irrationalis: propoſitiones viginti (quæ eſt de cõmunibus pars reliqua) conſideremus, in iis porro de numeris iterantur nominatim nonnullæ, aliæ uelut umbræ quædam ſunt numerorum.

1 p ſimiliter oſtenderetur, ſi dimidium ſubduceretur (ait Theon) & ſic dimidium tolletur 16 p 12: contrarium veró de numero ſumitur à Theone ad 1 p 7. quod numerus infinite non dividatur, ſed recidat in minimum, unitatem quippe: Nunc veró ſecus docetur eſſe in magnitudine, quod infinite dividua ſit. Quare propoſitio hæc diligenter animadvertenda eſt, quod hinc illud theorema de magnitudine ſemper dividua aperte naſci videatur.

2 p reſpondet omnino primæ propoſitioni ſeptimi libri, & ſimili impoſsibili demonſtratur. Tautologiam Campanus vidit. Propoſitio autem iſta ex hypotheſi tantum agit. Nam minimum in magnitudine nihil eſſe ſtatuit. Vtrum autem aliqua metiatur, ſecunda & quarta partes nonæ docebũt, ut intelligas duas rectas eſſe ſymmetras actu.

3 & 4 p & earum conſectaria plane reſpondent propoſitionibus ſecundæ &

tertiæ, earumque consectariis in septimo libro demonstrationumque vis eadem. Itaque Campanum tæduit hujus tautologiæ, neque demonstravit. Ergo propositiones adhuc quatuor tautologiam tantum habent ex arithmetica numerorũ, sequentes quinque umbras quasdam referunt numerorum, è quibus etiam definitionem illam rationalis à Pachymerio improbatam considerare poteris.

5 & 6 p non difficilem demonstrationem habent: attamen postulata potius ẽ definitionibus proximis perspicua erant. Nam quia symmetra proponuntur, eorum certa mensura est & numero explicabilis, istaque consectaria longe clariora essent, quàm quæ corollariis definitionum libri hujus continentur. Duo hinc consectaria deducuntur. Primum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad datam rectam alia dari potest: ut patet per 12 p 6. Secundum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad quadratum datæ rectæ dari potest quadratum rectæ: ut patet per 13 p 6. inventa media inter duas superioris consectarii, tum enim per consectarium 20 p 6, ut prima est ad tertiam, sic rectilineum constitutum ad primã erit rectilineo ad secundam constituto. Sed consectariũ utrumque speciale est.

7 & 8 p 10 sunt assumptiones & complexiones è duabus proximis. Itaque quinta & septima, item sexta & octava, una esse debuerant, ut consecutio appareret. Atque istæ sunt syllogisticæ complexiones, quas tertio libro diximus à Theone demonstrari. Campanus hanc utramque propositionem præteriit, & quidem in eo, Theone λογικώτερος, non solum quia res eæ paterent, sed quia negationes essent artis alienæ.

9 p quatuor partes habet totidem demonstrationibus prolixè magis quàm obscurè demonstratas: attamen prima pars & secunda materiã definitionis aut certe postulati è definitione ῥητῶς continent. Tertia autem & quarta syllogisticæ sunt complexiones & assumptiones. Itaque hic etiam syllogisticæ complexiones sunt demonstrabiles Euclidi & Theoni: Campanus syllogismos animadvertit, & speciem syllogismi notavit à destructione consequentis, ut loquitur. Sunt enim syllogismi connexi modi secundi, & geometram nostrum non ignarũ quidem Geometriæ, sed certè logicæ valde inopem tot exemplis coarguunt. Campanus deducit è quarta parte diametrum quadrati esse longitudine asymmetrum costæ, per quintam hujus & 47 p 1. Sed id postea Theon ad propositionẽ ultimam proprie docebit, si tamen Theon sit. Quatuor hinc demonstrantur à Theone.

Si rectæ sunt symmetræ longitudine, sunt & potentia, per primam partem 9 & 6 p 10.

Si rectæ sunt symmetræ potentia, non continuo sunt & longitudine, per primam & quartam hujus partem.

Si rectæ sunt asymmetræ longitudine, non continuo sunt & potentia, per quartam partem hujus & 6 p 10.

Si rectæ sunt asymmetræ potentia, sunt & longitudine, per 7 p 10 *& quartam partem hujus.*

At ista omnia è definitione symmetrorum & asymmetrorum postulanda erant, & exem-

& exemplo, si quid opus esset, declaranda. Sic principia etiam demonstrabilia fiunt Theoni. Hæc veró propositio, ut deinceps 11.14.15.16.17.18 p 10 attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

10 p demonstrationem difficilem non habet, sed propositionis tamen ipsius materia é definitione & proportionis & symmetrarum, atque asymmetrarum magnitudinum multo clarior est. Falleret autem in numeris, ut in 4.6.2.3. Nec enim quia 4 ad 6 est compositus, ideo & 2 ad 3 compositus est, & symmetria magnitudinum dissimilis est compositionis numerorum. Secunda veró pars propositionis hujus potest etiam per assumptionem & complexionem syllogisticam é prima deduci.

11 p Sententia problematis est.

Si duæ rectæ comparentur ad datam prior ut plani dißimiles, posterior proportionalis, inter utramque erunt ad datam asymmetræ prior re, posterior vi. Problematis (inquam) sententia hæc est: usus autem quinam sit considerato: Neque enim postea usquam appellatur. Et certe supervacaneum sit de problematis hujus utilitate quærere, cúm omnia decimi libri problemata quæ numero sunt duo & viginti, vel ad irrationalium inventionem, quo cõparata sunt, plane sint inutilia: hæc vero propositio, ut decima, attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

12 p demonstrare vult idem principium, quod axioma primum primi libri sumpsit. Elenchus hic idem est qui fuit ad 31 p 1. ad 11 p 5. ad 21 p 6. Lemma propositionis hujus falleret in numeris, ut 20. 5. 4. atque huc captiosissimus elenchus ille ex hac propositione ne redeat. Quæ eidem sunt asymmetra, sunt inter se asymmetra, ut l 3, & l 9 sunt asymmetra ad 5, & tamen inter se sunt symmetra. Talis enim fuit elenchus ille. Quæ eidem inæqualia. Ergo hæc Euclidis & Theonis logica est in principiis demonstrandis.

13 p assumptio & complexio est é proximo lemmate.

Si duæ magnitudines sint eidem altera symmetra, altera asymmetra, sunt asymmetræ. Ergo si sunt symmetræ, non erunt eidem altera symmetra, altera asymmetra. Sed si una symmetra sit, altera erit etiam symmetra. Valet etiam contrarium. *Ergo si sunt symmetræ, alteraque sit alicui symmetra, reliqua eidem symmetra erit.* Tales antea syllogisticarum complexionum demonstrationes fuere.

LEMMA DVPLEX.

Datis duabus rectis invenire quantum major sit potentior minore. item. *Quæ poßit utramque datam.* Hoc utrumque lemma melius esset ad 1 p 4. Ex occasione enim illius propositionis & 31 p 3 hoc utrumque inventum est.

14 p specialis est de lineis ad 10 p de magnitudinibus.

15 p est eadem 30 p 7.

16 p continet assumptiones & cõplexiones é proxima, quales ante fuere ad 7. 8.9.10.13 p 10. ita de propositionibus adhuc sexdecim videmus alias ex arithmetica numerorum nugatorié repetitas, alias é principiis confictas, alias multo absurdissime de syllogisticis complexionibus, id est é clarissimis judiciis in

quæstio-

quæstionem contortas. Reliqua de communibus geometriam propius attingunt, logicam tamen & utilitatem parem habebunt.

17 p multitudine rerum perobscura & ad sui fabricam adhibet 28 p 6. omniũ quæ sex primis libris traduntur, difficillimam. Campanus autem paulo clariorem fecit breviore fabrica oblongi hic necessarii, & per 8 p 2. quam Theon per 28 p 6, perque 5 p 2.

18 p assumptiones habet & complexiones ē 17 p 10. prima pars ad illius secundam, secunda ad illius primam, quod etiam Campanus admonuit, & syllogismos, ut antea notavit. Atque hæc egregia logica fuit ad 7.8.9.10.13.16 p 10. in demonstrando syllogismi judicio. Sed sophistica tolerari utcumq; potuit, si utilitas subesset. Videntur autem propositiones hæ duæ fundamenta quædam esse futuris inventionibus rectarum irrationalium. At inde prorsus nulla ad eam rem utilitas erit, ut tum docebitur. Scholiũ Procli nomine hic interpositum est, cujus fortasse fuit & illud ad 5 d 6, & erunt postea ad fines 13.14.15 l. Sed tamen hoc scholium hic ineptum est, quia tantum repetit dicta ad 9 p 10. Duæ propositiones proximæ usum aliquem geometricum præ se ferunt de figuris rationalibus. E' planis enim solum rationale est rectangulum, neque tamen omne, sed tãtum quale hic describitur. Materies autem utraque postulanda potius, quám demonstranda fuerat, & materies quidem arithmetica é legibus multiplicationis & divisionis. Multiplicatio enim laterum ostendit aream, divisio areę per datum latus ostendit latus reliquum.

19 p Hæc verba κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων secundum aliquem prædictorum modorum, non sunt in præsenti Theonis demonstratione, repetuntur tamen ab eo ad 20 p 10, & referuntur ad genitivum ῥητῶν, ut sit sensus propositionis. Sub rectis secundum aliquem prædictorum modorum rationalibus & longitudine symmetris comprehensum rectangulum rationale est, & modi prædicti intelligentur de rationali, quæ ideo sit talis quia proponitur, vel quia est symmetra propositę, ut in sequẽti propositione Theon planius interpretatur. Non igitur prædicti modi referendi sunt (ut literæ ambiguitas ostendit) ad longitudine symmetras, præsertim cum modus τῆς συμμετρίας exprimatur.

20 p demonstrat antepositum in Theone lemma. Quod recta potens irrationale est irrationalis. At nominatim id antea in 11 d 10 fuit. Ita materies eadem & principium est Theoni, & non principium. Sed in Theone etiam elenchus hic absurdior, idem enim prorsus in propositione ipsa habetur, quod ab eo constituitur in lemmate. Atq; ut 19 p 10. sumi in principio potest, sic & ista propositio ex illius contrario. Hic assumitur é 1 p 6, ut recta est ad rectam, sic quadratum alterius esse ad rectangulum utriusque.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 22. IN GEOMETRIAM DECIMI LIBRI DE IRRATIONALIBUS AFFIRMATIS.

Dhuc prima pars decimi elementorum nobis in communibus & generalibus: Reliqua Geometria libri hujus deinceps specialis erit in rectis irrationalibus simplici & composita: Composita bipartita & quadripartita, sed de cōpositis primùm affirmatis, quæ pars specialis hujus Geometriæ prior erit: posterior erit de negatis. Ergo de simplici primum agitur in 21.22.23.24.26.115 p 10.

21 p vocatur hic recta potens ἄλογον & irrationale non solum ἄλογος ut antea, sed μέση media, quia sit media proportionalis inter duas rationales vi tantum symmetras, quomodo & rectangulum ipsum medium dici potest, ut dicetur paulo post, quia similiter medium est inter laterum suorum quadrata. Denique μέσον & ῥητὸν Euclidi & Theoni opponentur 25 p 10, ut μέσον & ἄλογον idem esse videatur. At irrationale tamen generale est, & medium speciale modo est Euclidi pro simplici irrationali, & medium oblongum tantum Euclidi placuit dici quod æquatur quadrato mediæ simplicis. Alioqui omnes irrationales mediæ, & omnia rectangula irrationalia media dici possunt: quin ab Euclide ipso duobus senarijs quinto & sexto compositæ sex, binomia, bimedia prima, bimedia secunda, major, rationale mediumque potens, & duo media potens, quæ dicentur, fient mediæ inter rationalem & binonias speciales. Ergo hic geometræ quidem placitum non autem certum judicium attendatur.

22 p Theon hic lemma proponit. Ut duarum rectarum prima est ad secundā, sic quadratum alterius ad rectangulum utriusque. At id protinus é 1 p 6 patebit, ut lemmate eo nihil esset opus ad hanc propositionem demonstrandum, si demonstrabilis esset. At sumitur ex opposito 20 p 10. oblongum enim ponitur æquale mediæ quadrato, id est irrationali & medio. Itaque est irrationale, & ponitur alterum latus ejus rationale. Quare reliquum latus est rationale & longitudine asymmetrum primo.

23 p tam est principium quàm fuit 9 d 10. Rationali symmetrum est rationale. Nam & hoc contrarium est, irrationali symmetrum est irrationale. Et si contrariorum alterum principium sit, reliquum etiam principium erit. Illud enim logicum est Aristotelis axioma, principium tam clarum esse oportere, ut etiam contrarium inde sit manifestum, tale est & consectarium hujus propositionis.

Rectangulum medio rectangulo symmetrum est medium.

Nec tamen iccirco omne medium omni medio symmetrum, ut apparebit 35 p 10. Sed de hoc rursus ad 26 p 10.

24 p non obscure demonstratur é consectario proximo, attamen ex opposito 19 p 10 deducitur. Deinceps verò sunt genera irrationalium compositarum affirmatarum usque ad 73 p 10 in propositionibus sex & quadraginta. Composita

posita affirmata est bipartita (ut dixi) aut quadripartita: bipartita binomia aut bimedia, bimedia affirmata è duabus rationalibus vi tantum symmetris, ubi duo genera sunt & generis utriusque ternæ species, ut mox dicetur. Bimedia affirmata è duabus mediis modo rationale comprehẽdentibus modo medium, unde bimedia prima & secunda, ut patebit senario primo. Quadripartitæ tres dicentur major rationale, mediumque potens, duo media potens. Atque ad hæc undecim genera definiendum & partiendum, cùm pauca verba requirerentur, incredibile est quæ pythagorea somnia inventa sint, primo denarius est propositionum obscuritate præcipua insignis ad inventionem compositarum affirmatarum: Inventionem obscuram, difficilem, laboriosam, equidem expertus confiteor, sed nugatoriam prorsus & inutilem valde profiteor, ut in quinto & sexto senario demonstrabo, ut in quarto compositarum negatarum senario rursus admonebo.

25 p est definitio quædam bimediæ, & ejus partitio primæ nempe & secundæ bimediæ, quas Euclides ipse postea generi uni, tanquam species subjecit, ne partitionis argumentum longius repetatur. Neque quia medium specialiter modo sumitur, minus in subjecto speciali necessaria disjunctio est. Itaque materia ista est principii indemonstrabilis. Est verò elenchus demonstrationis in hoc absurdus, quod ad probandum disjunctivam medio carentem postulat disjunctivam consimiliter medio carentem. Nam ut probet rectangulum esse rationale aut medium, postulat rationalem esse datæ, symmetram vel asymmetram, quæ disjunctiva generis ejusdem est, talis demonstratio fuit disjunctionis ad 4 & 34 p 7. Quando verò rationale fiat, docebit 27 p 10, quãdo mediũ, docebit 28 p 10.

26 p minime debuit interponi partitioni illi superiori, & ejus partibus, sed partium explicatio protinus partitionem istam sequi debuit, & Campanus ideo rectè partes subjungit toti, & hoc quidquid est, non rectè per negationem proponitur, & principii naturam potius redolet, quàm propositionis. Si irrationalis rectanguli pars est irrationalis, reliqua est irrationalis. nam contrariũ illud, Rationalis rectanguli pars est rationalis, postulatur & sumitur à Theone ad 33.34.35 p 10. item ad 79 p 10 postulatur differentiam rationalis à rationali esse rationalem: quod è 9 d 10 deducitur, & illud est quod attigeram ad 23 p 10: ut hæc & illa pari jure in principiis habendæ sint. Sed ista propositio temere interposita denarium turbavit. huc igitur redeatur. Proximæ novem propositiones docent compositarum irrationalium inventionem doctrina insolenti antequam definitæ imò nominatæ sint, irrationales ipsę, ad quas inveniendum inducimur: nominandum siquidem & definiendum antea fuerat quid esset, antequam ejus inventio præponeretur. Simile hoc Menonii problematis est, quærere quod nescias. Nam si inveneris, attamen non agnosces, quia quid sit nescias.

27 & 28 p tradunt inventionem utriusque bimediæ.

29 & 30 p binomiarũ inventionẽ suppeditãt, in duobus intermedii generibus.

31 & 32

31 & 32 p præcipue ducuntur é 27 & 28, perque eas solas cum 14 p 10 demonstrantur. Theon autem adhibet lemma illud ad 31 p 10. Si tres rectæ sint, sicut prima est ad tertiam, sic rectangulum primæ & secundæ ad rectangulum secundæ & tertiæ, quod deducit é 1 p 6, & lemmate ad 21 p 10. Id tamen generale est, & é numeris potest educi per 17 p 7. Adhibet & lemma hoc alterum: Si basis trianguli rectanguli secatur à perpendiculari ex angulo recto, segmenta sunt ut quadrata crurum, quod est é fabrica 47 p 1. Atqui tamen hæ duæ propositiones quem usum vel ad nugas inventionis institutæ habeant, considerato.

33.34.35 p logicam habent admirabilem ad inventionem rectarũ quadripartitarum majoris, rationale, & medium potentis, duo media potẽtis. Sophismate enim singulari obscuritas hæc augetur, quod triplicis speciei cõmunia & propria simul miscentur, & in tribus singulis iterantur. Ergo denarius adhuc fuit, propositionum ad inveniendum rectas irrationales, quæ nondum nominatæ, nondũ definitæ essent. Pythagorea deinceps religio quædã erit in senariis octo vel novem. Senarius pythagoreis sacer erat. Itaq; rectarum irrationalium occulta & arcana mysteria senarijs consecrata sunt: inventæ sunt binomiæ per 29.30. 31.32 p 10. bimedia prima: secundaq; per 27.28 p 10: major, rationale, mediũq; potens, duo media potens per 33.34.35 p 10. Invẽtæ igitur & nominibus & definitionibus exornantur. Sed exornatio ista cujusmodi sit attendamus. Primo senario traditur genesis compositarum (ait Scholiastes Proclus, aut alius nescio quis) & certé definiuntur binomia, bimedia prima, & secunda, major, rationale, mediumq; potens, duo media potens. In quibus logica Euclidis & Theonis eadem est, quæ fuit in definitionibus quinti libri: factæ enim sunt hic propositiones é materia definitionum, & tamen non tota definitio demonstratur de suo definito, sed demonstratur genus tantum nempe ἄλογον: Differentia generi addita de specie non demonstratur. Atqui minime gentium, genus de specie demonstrabile est, sed prima mentis intelligentia assumendum, alioqui & definitio inde composita demonstrabilis tota fuerit, quod geometræ quamvis logicę inscientissimo, tamen nemini unquam in mentem venit. Neque enim cum definitiones demonstrant Euclides vel Theon, animadvertunt definitiones aut definitionis partem à se demonstrari, neque enim id unquam facerent, & tamen quod mirabilius sit, postea speciales singularum binomiarum definitiones in principiis ab Euclide statuentur. Atque omnino si é specialibus definitionibus propositiones fieri oportuit, duodenarius faciendus fuit é media, é sex binomiis, é duabus bimediis, é tribus quadripartitis. Sed tamen si quis geometræ authoritate permotus subtilius hæc à nobis quàm verius agi arbitretur, excitet sese, & in totis elementis requirat quid sit binomia, quid bimedia prima & secunda, quid major, quid rationale, mediumque potens, quid duo media potens, si usquam definitiones in Euclide reperiat alias quàm quæ propositionibus istis obscurantur, tum desinet mirari quamobrem sophisticã tam odiosam tamq; publicis ingenuæ juventutis studiis adversam tam sollicite refellamus. Verum pergamus. Prima pars cõposita appellatur ab Euclide

ex binis nominibus. Et Euclides ipſe ita poſtea loquetur. Binomia igitur conſtat ex duabus rationalibus, ut definitio ipſa oſtēdit, reliquæ ex irrationalibus. Sed binomiæ genera certa & certæ ſpecies ſunt, quæ ſequi protinus debuerant ante reliqua genera. Sed hic in tantis elenchis elenchus eſt leviſsimus.

37.38 p genus binomiarum per ſpecies comprehendunt. Bimediæ é duabus irrationalibus vi tantum ſymmetris genus eſt, ſpecies ejus duæ. Prima quando irrationales comprehendunt rationale, ſecunda, quando irrationale: Itaq; ſophiſma ſuperioris ſophiſmatis diſsimile hic eſt, illic enim converſa eſt definitio generalis in propoſitionem demōſtrabilem, hic prætérita generali definitione ſpeciales definitiones convertuntur in propoſitiones demonſtrabiles.

39.40.41 p comprehendūt quadripartitam per ultimas ſpecies. Genera enim hic certa ſunt & gradus diſtincti. Primum genus eſt quadripartita, nempe é duabus vi aſymmetris, quarum etiam oblongum aſymmetrū ſimulutriq; quadrato. Deinde generis partes duæ major, & potens medium: potētis mediū ſpecies ſunt item duæ potens mediū & rationale, potens duo media. Hæc categoria diſtinguenda ſic fuit. Reliqua attendamus. Appellatur major (ait Theon) quia quadrata rationalia majora ſunt oblongis, & à rationalibus præſtabat nomen imponere. At (inquā) ſi major illa recta dicta ſit: debuit oppoſita minor appellari, ſecus quâm factū ſit. Hæc Theonis eſt ſingularis in totis elementis Grammatica nominū. Nullius enim nominis, quod meminerim, præterea cauſſam ullam attulit. Sed in definitione duo media potentis tertium illud aſymmetrū quadratis ipſarum quid facit? oblongum enim in utraq; ſpecie etiam eſt aſymmetrum, collecto é quadratis quod antea ideo á nobis propoſitum eſt generaliter. Atq; ita primus ſenarius é definitionibus, id eſt é principiis indemonſtrabilibus propoſitiones & quæſtiones demonſtrabiles habuit. In hoc igitur ſenario propoſitioni locus non erat, totus erat definitionum. Perge, ſacrum ſenarii ſecundum audiatur.

42.43.44.45.46.47 p ſecundus deinde ſenarius tradit διαίρεσιν compoſitarum (ut Scholiaſtes ait) ſed abſurdior eſt ſuperiore, & elenchum generis per ſpecies inutiliter iterati valde notabilem habet. Sententia enim generalis eſt, & generaliter ideo ſemelq; dicenda, & quidem generalis in cōpoſitione prius quâm in diviſione. Recta irrationalis componitur unico puncto, unde ſequebatur, ut unico puncto divideretur, quod protinus ex ipſa definitione & cōpoſitione intelligitur: ut ſi cōponas rectam 6 pedū plus l 5. ſic 6 + l 5 majori rectæ ſex pedū, alia recta, neq; major neq; minor quâm latus quinq; pedum addi poteſt, ut eadem binonia 6 + l 5 componatur. Cùm dicis 4 plus 3, dicis re ipſa 7: quid igitur ad 4 addi poteſt aliud quâm 3 ut fiat 7? Certe nihil. Ergo ſi compoſitio iſta perſpicue diceretur, protinus ut eſſet intellecta, approbaretur, neq; demonſtrationē ullam deſideraret, & tamen hoc ipſum dicendum fuit protinus in ſummo ipſo cōpoſitionis genere, cum recta irrationalis cōpoſita definiretur: quia generaliſsimū id eſſet, nō fuit per ſpecies tautologia tam ſophiſticé deducenda. Tautologiā Ariſtoteles in mathematicis reprehendebat, qui demōſtrarent generalem trian-

triūguli affectionē per ſpecies. Ecquid ſi tautologiā tā inſolentē in ſex iſtis ꝓpoſitionibus animadvertiſſet, quā ſophiſticā aut quo tandē nomine appellaſſet? Hic igit̃ Euclides fecit ſex ꝓpoſitiones, & ſex demōſtrationes é principio uno. Tū veró id etiā eſt in hac tautologia cōſiderandū. Tautologia ducitur per duas ſpecies bimediæ per tres ſpecies quadripartitæ, per ſpecies binomiæ nō ducitur: ut jam plane appareat anilem Pythagoreorū ſuperſtitionē, & alogis ipſis rectis de quibus agitur multo ἀλογωτέρας fuiſſe, ut ſenarius congrueret binomiæ genus aſſumitur, ſpecies amputantur, contrà genus bimediæ, itemque genera quadripartitæ amputantur, ſpecies aſſumuntur: & hæc religioſa Geometriæ ἀλογία cuiquam logico & attento probabitur? Utrum veró duces rationis certæ hic ſpectatæ ſint, quibus binomiæ ſpeciales ſex opponerentur? Hoc enim ſacramentum myſterii hujus videatur fuiſſe, & ſic poſtea ſenarius quintus & ſextus inſtituentur. Ergo illuc referantur effata hæc, tum enim cōmodius & intelligentius agentur. Tertius ſenarius ſequitur in definitionibus ſpecialibus binomiæ cujuſque in quibus Euclides eſt paulo λογικώτερος, quàm ante fuit. Definitiones pro principiis aſſumit, non demonſtrat. At binomiæ definitio id eſt generis multo magis in principiis numeranda erat, ſicut ad 33.34 p 1 de parallelogrammo conqueſtus ſum, quàm modo binomiæ primæ, ſecūdæ, & reliquarum, quæ tantum ſpecies definiunt. Etſi ſpeciales definitiones principia potius eſſe ſtatuebat Euclides, ſpeciales definitiones bimediæ primæ & ſecundæ, trium deinde quadripartitarum in principiis numerare debuerat. Hic igitur Euclides illius Euclidis manifeſtum ſophiſma convincit. Veruntamen in iſto ſenario genera duo ab Euclide deſcribuntur, & ternæ cujuſquam ſpecies, ut octonarius potius videri debeat. Atqui etiam logica methodus iſta eſt, de qua initio diſſerui, quod Euclides contra librorum aliorum methodum non accumulat omnes definitiones libri decimi unum in locum: ſed tripartitó diſtribuit primas in principio, ſecundas in medio, tertias tandē in extremo collocabit.

48.49.50.51.52.53 p ſenarius quartus ſequitur in ſpecialibus inventionibus ſex binomiarum, ubi ſex propoſitiones valde ridiculæ ſunt, cúm ſit una inventio generalis & communis omnium. Nam cúm generis cujuſque numeros excogitaris, ut Euclides & Theon jubent excogitari, ut numerus eſt ad numerum, ſic recta per conſectarium ad 6 p 10. eſſe poteſt ad rectam. Itaq; iſta religioſa ſenarii quarti logica valde ſuperſtitioſa ſophiſtica deprehenditur. Theon hic aſſumpſit é 1 p 6. Rectangulum eſſe proportionale inter quadrata laterum ſuorum.

54.55.56.57.58.59 p ſenarius quintus & ſextus inſtruitur argumento valde inſolenti, ut enim inter duas rationales potētia tantum ſymmetras, una ſimplex irrationalis eſt proportionalis, & media, ſic inter rationalem & binomiam ſpecialem aliquam mediæ ſunt proportionales, primam binomia, ſecundam bimedia prima, tertiam bimedia ſecunda, quartam major, quintam rationale, mediumque potens, ſextam, duo media potens. Itaq; per 17 p 6 ſequebatur, ut oblongum rationalis & binomiæ ſpecialis æquaretur quadrato ſuæ mediæ, quod erat (ut dixi) per 17 p 6 manifeſtiſsimum. Itaque ad 21 p 10 irrationalis ſimplex

& media sumpta est, nulla propositio est facta ex hoc argumento. At hic facta est sextuplex: cum tamen si proponendum aliquid fuit, generaliter & semel proponi debuit, nempe hoc modo. *Oblongum rationalis & binomiæ specialis æquatur suæ mediæ quadrato.*

Hinc igitur intelligitur, quám sophistica sit senarii hujus geometria, quæ ex una propositione sex efficiat: totidemque demonstrationes, & certé quidquid hic demonstratur, demonstratur mutato tantum figuræ genere, cum transfertur binomiæ qualitas per partes ab oblongi latere in æqualis quadrati latus, ut in æquali demonstretur quod propositum est per æquale.

60.61.62.63.64.65 p senarius sextus est logica multo absurdior. Etenim si propositio hic aliqua necessaria fuit, fuit utique unica opus, ut in proximo senario. Quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum. Itaq; sex propositiones speciales pro una facere, hic etiam valde sophisticum est, & in demonstrationibus sex, totũ multó magis est sophisticum. Nam cúm docueris é duobus primum secundo æquari, quid quæso, aut quorsum demonstratur secundum quoque æquari primo? nonne id jam conclusum & judicatum erat? Verba Euclidis in his propositionibus paululum diversa sunt, res tamẽ ipsa est, quam dixi, neque aliud quinto sextoque senario agitur, quám ut doceatur in tribus proportionalibus oblongum extremarum æquari quadrato mediæ, & quadratum mediæ æquari oblongo extremarum. Itaque pythagorea duorum senariorum mysteria valde superstitionem suam traducunt, & istud nimirum sacramẽtum fuit ad primum senariũ: quamobrem ex tam dissimilibus pedibus versus ille compositus esset: modo generalibus tanquam longioribus & tardioribus, modo specialibus & veluti magis brevibus & concitatis. Etenim ut doceres inter rationalem & binomiam specialẽ medias proportionales esse binomiam aliquam, bimediam primam, secundamque, tres denique quadripartitas, quid istius senarii poëmate opus fuit? Sed tamen senarius hic uterque quintus (inquam) & sextus denarium illum propositionum ad inveniendas irrationales ineptissime & stultissime inventum clarissime demonstrant. Etenim via hæc generalis una est & communis & facillima ducibus illis inveniendis, mirificeq; infinitam & infinitæ obscuritatis vanitatem ante oculos proponit. Hunc igitur utrumque senarium valde complector & suspicio, quod ejus lumine tenebras tam densas tamque spissas discutere liceat.

66.67.68.69.70.71 p senarius septimus explicatur adhuc omniũ ineptissimus. Argumentum enim est omnium non solum propositionum senarii hujus commune, sed etiam simplicis mediæ, nempe quod irrationalis symmetra irrationali sit una specie. Id enim antea fuit ad 23 p 10.

Mediæ symmetra media est: id est irrationali simplici symmetra est irrationalis simplex, & generaliter, igitur id proponendum erat & semel initio totius hujus geometriæ. Atque hic etiam senarius uno pede, mancum versum efficit quinque tantum propositionibus propositis de binomia, de bimedia in genere, de majore, de rationale mediumq; potente, de duo media potente dissimili primi

senarii

ſenarii ſophiſmate. Illic enim genere præterito duæ bimediæ ad complendũ carminis numerum diſtinctæ ſunt: hic contra genus ipſum numeratum eſt.

71.72 p ſenarius octavus ad binarium propoſitionum rediit, eumque valde præpoſterum ex oblongis duobus compoſitis quærere latera, unde ipſa facta ſint, idque demonſtrare, ut in quinto & ſexto ſenario translatione figurarum.

Nonus tanquam ſenarius additus tandem á Theone de differentia tredecim irrationalium, qua inertia nihil adhuc inertius fuit, & jam deſino communiones & differentias in Porphyrio mirari, cúm videam in accuratiſsimam diſciplinam tales nugas infuſas eſſe.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 23. IN TERTIAM PARTEM *decimi elementorum.*

73.74.75.76.77.78 p.



HActenus Geometria fuit affirmatarum irrationalium in propoſitionibus ſeptem & triginta, ſequitur deinceps negatarum reſiduarum in propoſitionibus una & quadraginta, de quibus brevius nobis dicendum ſit, quod ſophiſmatis ejuſdem ſpecies totidem ſenariis perpetuatur. Logica igitur affirmatarum & integrarum valde inſolens fuit, negatarum & reſiduarũ longê eſt inſolentior: affirmata non eſt definita generaliter, neque definitur hic reſidua, imó ne generaliter quidem appellatur, ut neque affirmata generaliter appellata eſt ἀποτομή, ſegmentum ſeu reſiduum hic appellatur in tribus primis ducibus, non appellatur in reliquis: Id in utroque ſenario ſophiſma commune eſt. Primus irrationalis affirmatæ ſenarius, illic fecit é definitionibus propoſitiones, hic etiam facit, id commune eſt. Sed novum eſt, quod ſpeciatim reſiduam definiri neceſſe non erat, ſatis erat reſiduam generaliter definitam eſſe, unde intelligeretur é ſingularibus affirmatis reſiduas ſimiliter effici, generaq́; differentias, ſpecies, proprietates reſiduæ totidem eſſe quot totius & affirmatæ. Quare ſpeciales iſtæ ſex reſiduarum definitiones cum ſpecialibus illis affirmatarum definitionibus demonſtrant é duodecim principiis ſophiſticas propoſitiones, duodecim ſophiſticas demonſtrationes factas eſſe.

79.80.81.82.83.84 p 10 ſecundus ſenarius reſiduarum, reſpondet ſecundo ſenario affirmatarum. Illic ſex propoſitiones fuere pro nulla quidem propoſitione, ſed tantum pro unico axiomate, hic amplius etiam addo ex utroque ſenario & illo affirmatæ & hoc reſiduæ unicum axioma faciendum eſſe, quia diviſio illius ſenarii, & hujus ſenarii compoſitio una omnino res eſt. Partes irrationalis affirmatæ dividũtur unico puncto, ut eadem nempe compoſita ſit, neutra pars major, neutra minor effici poteſt, nec alia majori datæ, quám data minor addi poteſt, ut tota compleatur. Et ſi dixiſſet Euclides unicam minorem majori προσαρμόζειν cõvenire ſeu componi, dixiſſet idem quod illic ait partes unico puncto dividi, Hic veró cũ ait reſiduæ unicam rectã componi, nõ majorem quippe aliã

non mi-

non minorem, ut tota restituatur, nõ aliud dicit, quàm si dixisset partes residuæ unico puncto componi, ut cùm dicis quod antea jam monui, 3 plus 4, dicis 7, partesque istæ 3 & 4, unico puncto dividuntur, ut fiat tota linea 7. Nec alia linea addi potest lineæ 3 quam 4, ut fiat linea 7. ita cùm dicis 7 minus 4, dicis 3: cui non alia potest addi linea, ut fiat tota linea 7, quàm linea 4, quod ipsum, ut intellectum est, protinus est & probatum. Quare concludo é duobus senariis & eorum propositionibus duodecim, propositionem prorsus nullã, sed unicum axioma constituendum fuisse, ut jam dictu pene sit horribile otiosus & acribus ingeniis & in exactissima disciplina versantibus, tales tamen commentationes accidisse, abundantia, vel redundãtia potius & otii & ingenii ista fuit, aut etiam pythagorea illa senarii religio fuit. Sed pergamus, hic duo senarii propositionẽ nullam habent. Tertius qualis est, habet definitiones singularum residuarum, quæ residua prima, secunda, tertia, quarta, quinta, sexta appellantur, ut tertius ante senarius appellauit binomiam primam, secundam, tertiam, quartam, quintam, sextam, sed res hic confusius agitur quàm antea. Nam in tribus primis genus & generis definitio iteratur, in cæteris præponitur generaliter: Attamen omnes hæ definitiones etiam si hoc genere nil peccarent, tamẽ essent inanes & otiosæ, ut antea dixi. Residuam satis est semel definiri generaliter, genera, differentiæ, species, proprietates residuarum per genera, differentias, species, proprietates, satis superque intelligerentur.

85.86.87.88.89.90 p 10 quartus senarius residuarum sex specialium prorsus eandem inventionem habet quam senarius quartus binomiarum, multó etiam majorem tautologia putidis auribus molesta prorsus atque odiosa. Nam si binomiæ singulares ejusmodi inventionem necessario docerẽt, residuæ tamen necessario non iterarent, cùm posset ex affirmatione negatio intelligi. At illic totam illam senarii inventionẽ supervacuam esse jam docuimus. Hic igitur quando binomiæ inventæ fuerint, minorq; pars tantũ majori subducenda sit, quanto magis nugatoria est tota istiusmodi Geometria? Et quidem specialis ista invẽtio ad irrationales negatas comites sic iterata valde fatua, vel illinc arguitur.

27.28.29.30.31.32.33.34.35 p 10 instructa est inventio affirmatarum ducum, & novenarius illic consumptus est. Novenarius ille in ducibus negatis inveniendis non est iteratus, oblivio an judicium fuerit, divinato. Sed tamen geometres pythagoreus, quisquis hic fuit, judicavit duces negatas ex affirmatis inveniri posse. Ecquid, igitur, negatæ comites cur inveniri non poterunt ex affirmatis comitibus? cur in similibus caussis tam dissimilia judicia cernuntur? Quare quem logicum & attentum lectorem, non jam dico sophisticæ, sed miseræ vanitatis non tædeat, pudeatque?

91.92.93.94.95.96.97.89.99.100.101.102 p 10 senarius quintus & sextus residuarum comitum respondent quinto & sexto senario compositarum ducum. Senarii duo illi tota pythagoreæ superstitionis mysteria valde anilia fecerunt, cùm ex eis habeatur una inventio generalis omnium ducum, pro quibus tamẽ tot ante propositiones, tamque difficiles erant institutæ. Et quis non miretur py-

thagoreas

thagoreis iſtorum ſenariorum ſomniatoribus tantum à ſeriis rebus otii ſuperfuiſſe, ut ingenuæ juventuti ſomnia iſta perdiſcenda proponerent?

103.104.105.106.107 p 10 ſenarius ſeptimus eſt mancus unius propoſitionis pede, ut ſeptimus ſenarius binomiarum antea fuit, & tamen tam inanis & ſuper vacaneus quàm ſuperior ille fuit.

108.109.110 p 10 contrahitur ſenarius octavus in ternarium, qui antea contractus eſt in binarium. Vanitas tamen ejuſdem generis eſt cum vanitate 71 & 72 p 10. quærere originem rectarum è rectangulis.

111 p 10 & ſcholium conſequens ſenarium nonum, qui in affirmatis irrationalibus fuit, genere ſophiſmatis plane referunt, utrobique enim communiones & differentias porphyrianorum categorematum dixeris. Differentiæ autem ſunt ut antea è quadratis ad rationalē comparatis. efficitur numerus irrationalium tredecim: At iſta differentia ſubductio nugatoria eſt, cùm generum definitiones ſpecieſque perceptæ ſint. Neque verò ſpecies ſunt tātum tredecim, ſi ultimarum numerus habeatur. Eſt enim media ſimplex una, quæ neque affirmatur, neque negatur. Sunt compoſitæ duces ſex comites inſuper quinque, totuſque compoſitarum numerus eſt undecim, cui par numerus eſt reſiduarum. Itaque ad hujus authoris ſubductionem eſſent tres & viginti irrationales. At ſpecies non erant iſto modo numerandæ, ſed genus ſummum ſtatuēdum, ὑπάλληλα diſtribuenda, & ad extremas ſpecies perveniendum.

112.113.114 p 10 continent proportionem rationalis inter reſiduam & ſuam binomiam. Itaque quadratum rationalis comparatum ad binomiam habet in latitudine oppoſitam reſiduam, & comparatum ad reſiduam habet oppoſitam binomiam, viciſſimq; oblongum ex oppoſitis binomia & reſidua æquatur quadrato rationalis, qualis comparatio fuit antea in quatuor ſenariis quinto & ſexto affirmatarum, quinto item & ſexto reſiduarum, unde patet ut in bimedia prima & rationale mediumque potente, rationale comprehendi poſſe ab irrationalibus.

115 p 10 hæc propoſitio ſequi debuerat 22 p 10: ubi de media actum eſt. Proponit autem à media infinitas medias diverſas oriri. At medias eſſe neceſſe eſt, nec dicit quomodo. Sententia autem propoſitionis erat. *Si recta fuerit proportionalis inter mediam & rationalem, erit media & diſsimilis.*

Media ut patet è definitione mediæ, & diſsimilis, quia erit inter datam mediam & rationalem.

116 p videtur huc addita gratia Ariſtotelis à quo tam ſæpe citatur: & quidem Ariſtotelis argumento demonſtratur, quod impar æquaretur pari. Theon hoc loco & Campanus ad ſextam hujus libri propoſitionem ſuam idē demonſtrant etiam brevius, quia ſi diameter eſſet longitudine commenſurabilis coſtæ, quadratum eſſet ad quadratum, ut numeri quadrati, & ut quadratum diametri duplum eſt ad quadratum coſtæ, ſic quadratus numerus duplus eſſet quadrati: dupla autem ratio non eſt in numeris quadratis. At uterque tanquam principium ſumit, quod numerus quadratus non poſsit eſſe quadrati duplus, quod

Mm tamen

tamen demonstratum non est. Brevius autem & elegantius demonstratur ab authore de lineis individuis, ut in Geometria nostra docuimus. Attamen propositio hæc qualiscunque sit, ad rectas irrationales nihil admodum attinet: possunt enim diameter & costa, rationales esse & potentia symmetræ, & post 5 p 10 protinus potuit ista propositio demonstrari. Ad finem verò libri totius Theon admonet de generali elencho libri universi, quod asymmetria longitudinis nō sit propria rectarum, sed communis magnitudinum. Nam ut duarum rectarum prima est ad secundam, sic est rectilineum comparatum primæ ad rectilineum comparatum proportionali inter utramque simile similiterque situm per 20 p 6. item. Circuli sunt inter se ut à diametris quadrata per 2 p 12. item in solidis. Nam pyramides prismata, coni, cylindri in eadem altitudine sunt inter se ut bases, ut patet è 29.30.31. 32 p 11: 5.6.11 p 12. Itaque si bases sint symmetræ, corpora ipsa symmetra erunt: secus asymmetra. Quamobrem decimus liber centum & quindecim propositionibus elenchum admirabilem continuavit.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 24. DE NUMERATIONE *rationalium & irrationalium rectarum.*



Ametsi decimus elementorum liber studiose nobis expositus est, attamen veriti ne tanta obscuritas novitiis & rudibus satis aperta esset, constituimus totam libri materiam de lineis irrationalibus nostra ratione atque via tanquam artem aliquam deducere: ut apertissime planissimeque laboriosissimi operis laboriosissima quoque vanitas intelligatur. Cogitaveram primo in his cavernis thesaurum sapientiæ quendam reconditum esse: sed rebus omnibus effossis palamque prolatis, & principiorum nostrorum igne lentius & fastidiosius probatis animadverti, nullum in his acuminibus irrationalium linearum usum in ulla humanitatis parte unquam versatum esse. Quod non dubito quin plerisque novum & insolens esse videatur: sed res ipsa penitus perspecta & animadversa fidem affirmationi nostræ faciet. Itaque pro demonstratione tanti paradoxi, totius libri quam clarissima fieri poterit, & ex algebreis etiam subtilitatibus repetita expositio nobis erit, in eoque vicesimus quartus & quintus scholarum mathematicarum libri consumentur. Ergo tanquam technologia quædam hic attendatur.

Ratio rectanguli in quadrato & oblongo complectitur numerationem & descriptionem rectarum irrationalium: numeratio verò sui generis hic quædam est, primo communis rationalium & irrationalium, deinde propria irrationalium.

Numeratur primum per signa + — id est plus & minus: Majus minori, ideoque affirmatum negato præponitur; ut dices non — 7 + 8, sed 8 — 7.

Additio

Additio & ſubductio in iiſdem ſignis habent idem ſignum, in diverſis additio eſt ſubductio, & reliquus habet ſignum majoris.
Subductio contrà eſt additio, & totus habet ſignum ſuperioris.
Subducendus ſi deſit à quo ſubducatur, relinquetur cum diverſo ſigno: Item ſi major eſt in iiſdem ſignis, tollitur ab eo ſuperior, & reliquus habet diverſum ſignum.

Additionis exempla.

10 + 8 — 6	7 + 8 — 5 + 4
6 + 4 — 8	4 — 9 + 6 — 4.
16 + 12 — 14	11 — 1 + 1

Subductionis exempla.

8 + 14 — 12	8 + 7 + 9	14 + 9 + 6 — 4
5 + 7 — 8	5 — 10 — 19 — 7	9 + 12 + 8 — 9
3 + 7 — 4	3 + 17 + 28 + 7	5 — 3 — 2 + 5

Multiplicatio & diviſio ex iiſdem ſignis plus, é diverſis minus efficit.

Multiplicationis exempla.

8 + 9	8 — 9
8 + 9	8 — 9
+ 72 + 81	— 72 + 81
64 + 72	64 — 72
64 + 144 + 81	64 — 144 + 81

In ſecundo exemplo é duobus negatis fit affirmatus, quia multiplicator non eſt integer. Itaq; ſi multiplices ſeparatim, veluti quadratos & inter ſe & cum numeris, fiet é quadratis biquadratus, é numeris numerus, é quadrato & numero quadratus, tumque planus factus per negatum in ſubductione negatus affirmabitur: quia tollendus relinquetur cum diverſo ſigno, ut hic vides.

8q — 9
8
64bq — 72q
8q — 9
9
— 72q — 81

64 bq — 72 q
72 q — 81
64 bq — 144 q + 81

Divisionis exempla.

9 + 4 (3 + 1 $\frac{1}{3}$: 18 — 12 (4 $\frac{1}{2}$ — 3
3 3 4 4

Atque hæc numeratio est communis: numeratio irrationalium magis hic peculiaris est ac primo simplicium. Additio & subductio simplicium irrationalium numeros reducit ad quadratos per communem divisorem, & é reductorum lateribus totum vel reliquum primo per se pro suo genere multiplicatum rursus per communem divisorem multiplicat, factique latus invenit.

Additionis exempla in quadratis.

l 27 ad l 12 — l $\frac{9}{16}$ ad l $\frac{25}{16}$
3) 9 4 — $\frac{1}{16}$) 9 25
3 2 — 3 5
5 — 8
25 — 64
l 75 — l $\frac{64}{16}$ id est $\frac{8}{4}$ vel 2.

Si latus ad idem latus addendum sit, reductio erit eadem, ut l 7 ad l 7, sic

l 7 l 7
7) 1 1
1 1
2
4
l 28.

Additionis exempla in biquadratis.

ll 32 ad ll 162 — ll $\frac{81}{16}$ ad ll $\frac{625}{16}$
2) 16 81 — $\frac{1}{16}$) 81 625
4 9 — 9 25
2 3 — 3 5
5 — 8
625 — $\frac{4096}{16}$
ll 1250 — ll 256, id est 4.

Subdu-

Subductionis exempla in quadratis.

l27 de l75 $\qquad$ l$\frac{9}{16}$ de l$\frac{25}{16}$

3)9 $\quad$ 25 $\qquad$ $\frac{1}{16}$)9 $\quad$ 25

3 $\quad$ 5 $\qquad$ 3 $\quad$ 5

2 $\qquad$ 2

4 $\qquad$ 4

l 12 $\qquad$ l$\frac{4}{16}$ id est $\frac{1}{4}$.

Si latus ab eodem latere tollatur, numeratione alia non est opus.

l7 de l7

7)1 $\quad$ 1

1 $\quad$ 1

0

0

l 0

Subductionis exempla in biquadratis.

ll32 de ll162 $\qquad$ ll5$\frac{1}{16}$ de ll39$\frac{1}{16}$

2)16 $\quad$ 81 $\qquad$ $\frac{1}{16}$)$\frac{81}{16}$ $\quad$ $\frac{625}{16}$

4 $\quad$ 9 $\qquad$ 81 $\quad$ 625

2 $\quad$ 3 $\qquad$ 9 $\quad$ 25

1 $\qquad$ 3 $\quad$ 5

1 $\qquad$ 2

l2 $\qquad$ 16

ll$\frac{16}{16}$ id est 1.

Multiplicatio & divisio liberior est per solos numeros servata figura, potestque ex irrationalibus lateribus rationale facere.

Multiplicationis exempla in quadratis.

l7 $\quad$ l54 $\quad$ l24 $\qquad$ l$\frac{25}{2}$ per l$\frac{9}{2}$ facit l$\frac{225}{4}$ 1. $\frac{15}{2}$

l8 $\quad$ l24 $\quad$ l 6

l56 $\quad$ l1296. 1. 36. l144. 1. 12.

Quoties latus per se ipsum multiplicatur, quadratus assumitur pro plano, ut l7 per l7 facit 7.

Multiplicationis exempla in biquadratis.

ll21 $\quad$ ll27 $\qquad$ ll$\frac{36}{5}$ per ll$\frac{4}{5}$ facit ll$\frac{144}{25}$ 1. l$\frac{12}{5}$ vel 2$\frac{2}{5}$

ll12 $\quad$ ll12

ll252 ll324. 1. l18.

Divisionis exempla in quadratis.

l56 (l7. l72. (l9. 1. 3. l$\frac{1372}{3}$ in l, 21 (l$\frac{1372}{63}$. 1. l21$\frac{7}{9}$

l8 $\qquad$ l8

l$\frac{36}{5}$ in l$\frac{4}{9}$ ($\frac{324}{20}$. 1. l16$\frac{1}{5}$.

Divisionis exempla in biquadratis.

ll 84 (ll 12: ll 48 (ll 4 vel l 2 ll $\frac{36}{7}$ in ll $\frac{16}{5}$ (ll $\frac{180}{112}$ vel $\frac{45}{28}$
ll 7 ll 12

Si termini sint diversi generis, reducentur multiplicatione minoris per nomen majoris, sic 2 & l 8 redeunt ad l 4 & l 8, sic l 9 & ll 16 redeunt ad ll 81, & ll 16. Ex hac reductione patet si latus sibi ipsi addendum sit, duplicandum tantum esse id est per 4 primum quadratum multiplicandum, si latus lateris sibi ipsi addendum, sic multiplicandum per 16 primum biquadratum.

Numeratio irrationalium compositorum sequitur leges simplicium.

Additionis exempla.

4 + l 7 l 27 + l 15
4 + l 8 l 27 + l 18
8 + l 8 + l 7 l 108 + l 18 + l 15

Hic duo irrationales sunt iidem, Itaque alter tantum duplicetur.

4 — l 7
4 — l 8
8 — l 8 — l 7.

At si prius addas l 7 & l 8, deinde totũ tollas, summa erit 8 — cõposito l 8 + l 7.

l 48 — 6. l 1620 — 18
l 3 — 1 54 — l 1620.
l 75 — 7

hîc si transponas terminos, facilius numerabis, sic

l 1620 — 18
— l 1620 + 54
36

Subductionis exempla.

l 12 + 3 12 + l 63 4 + l 8
l 12 + 2 8 + l 28 4 + l 7
1 4 + l 7 l 8 — l 7.

hic terminus superior cum suo, subducendus cum diverso signo relinquitur.

4 — l 7
4 — l 8
l 8 — l 7.

hic subducendus major relinquitur cum diverso signo.

4 — l 8
4 — l 7 Impossibile vel manet — toto
l 8 — l 7.

l60 — l20

l20 — l15 Transpositis terminis, facilius numerabis, sic

l60 — l20

— l15 + l20

l15 — l80.

6 — l24. l108 — 9. 4 + l7. l27 — 8. impossibile

3 — l6. l48 — 4. 4 — l7. l3 + 4.

3 — l6. l12 — 5. l28. l12 — 12.

24 + l24 24 + l12

16 — l12. vel 16 — l24 manent 8 + l24 + l12.

Hic tanquam superior desit, subducendus relinquitur cum diverso signo.

24 — l24

16 + l12

8 — l24 — l12 vel man. — toto l24 + l12.

Multiplicationis exempla.

4 + l7 4 + l7 6 + l12

4 + l8 4 — l7. 6 — l12

16 + l112 + l128 + l56. 9 24

In secundo & tertio exemplo & consimilibus duarum partium affirmatus per negatum multiplicatur tollendo quadratum minoris partis de majore quadrato, quia duo plani æquales alter affirmatus, alter negatus sese tollunt.

12 + l20 6 + l12 l12 — 6 l12 + 3

12 + l20 6 + l12 6 — l12 l12 + 2

144 + l11520 + 20. 48 + l1728. l1728 — 48. 18 + l300.

6 — l5

6 — l5

41 — l720.

Hic è septima secundi á quadratis totius & segmenti tollitur planus duplex totius & prædicti segmenti, ut relinquatur quadratus reliqui segmenti. Nam 6 est totus, & l5 segmentum alterum.

Divisionis exempla.

8 — l20 in 2 quotus est (4 — l5

l24 — 8 in 3 quotus est (l2 $\frac{2}{3}$ — 2 $\frac{2}{3}$

8 + l20 in l5 quotus est (l12 $\frac{4}{5}$ + 2

l24 — 8 in l6 quotus est (2 — l10 $\frac{2}{3}$.

P. RA

P. RAMI GEOMETRICARUM SCHOLARUM LIBER 25. DE IRRAtionalium rectarum descriptione.


Tque hæc numeratio est irrationalium, geometria dicatur è generibus irrationalium rectarum.

Si recta est symmetra irrationali, est irrationalis ejusdem speciei è 23.66.67.68.69.70 p 10.

Irrationalis est media inter rationalem & irrationalem. Ideoq; potest oblongum extremarum, & contra quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum.

Media autē dicatur dux irrationalis tertiæ, & tertia irrationalis comes mediæ.

Si recta sit proportionalis inter datam irrationalem & rationalem, erit media dissimilis datæ è 115 p 10.

Itaque Mediæ innumerabiles & dissimiles oriuntur à media.

Irrationalis est simplex aut composita.

Simplex est media inter duas simplices rationales vi tantum symmetras è 21 p 10. ut ll 20 inter 2 & latus 5. quod è figura clarius est.

Atqui simplex irrationalis antiquæ authoritatis privilegio media appellatur, mediæq; quadratum medium & ei æquale oblongum medium. Tametsi in elementis quodlibet irrationale medium dicitur.

Triangulum æquilaterum lateris rationalis est irrationale. Camp. 12 p 14.

Oblongum comprehensum à rationalibus, vi tantum symmetris est irrationale 21 p 10.

Oblongum comprehensum à mediis, re symmetris est medium 24 p 10.

Hic enim oblongum l 32 per thesim & 1 p 6 & 10 p 10 est symmetrum quadrato l 128 medio, quia lateris medii. Ergo medium per 23 p 10.

Atque hæc de media, sequitur de composita generaliter primum.

Irrationalis composita est recta irrationalis, quæ componitur è duabus rectis re asymmetris.

Partes compositæ affirmatæ unico puncto dividuntur è 43.44.45.46.47.48 p 10. Neq; majus minusve majori minorive addi potest, ut eadem componatur.

Negata dicitur residua quando pars compositæ minor negatur de majore. 73 p 10 ut 3—l 5: hinc tria sequuntur.

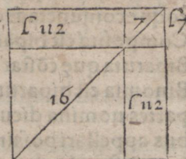
Partes residuæ unico puncto componuntur. Itaque unica recta addi potest residuæ, ut affirmatæ pars major compleatur. 79.80.81.82.83.84 p 10.

Genera

Genera speciesque residuarum velut è regione respondent suis compositis, ideoque conjunctam doctrinam requirunt.
Composita est bipartita aut quadripartita.
Bipartita quę cōstat è duabus simplicibus partibus, estque binomia aut bimedia.
Binomia est bipartita è duabus rectis rationalibus vi tantum symmetris. Hic partes nomina dicuntur, quia rationales sunt & numeris tanquam nominibus appellari posśint è 36 p 10.
Itaque simplex irrationalis est media inter nomina binomiæ.
Residuæ binomiæ hic propriæ residua dicitur.
Binomia est excessus symmetri vel asymmetri.
Symmetri quando majus nomē plus potest quàm minus quadrato re sibi symmetræ, è secundis d 10 & 14.17.18.29.30.31.32 p 10.
Binomia excessus symmetri est alterius nominis, rationalis aut utriusque irrationalis, quæ dicūtur prima, secūda, tertia, earūque residuæ prima, secunda, tertia.
Binomia prima quando majus nomen est rationale ut 6 + l 20. Nam è 6 quadratum est 36, cujus supra 20 quadratum minoris nominis excessus est 16 quadratus è latere 4 symmetro ad ipsum 6, & 6 ipse rationalis est. Residua autē prima 6 — l 20, è secundis d 10.
Binomia prima est comes binomiæ, 54 & 60 p 10.
Residua prima est comes residuæ, 91 & 97 p 10.
Binomia secunda quando minus nomen est rationale ut l 18 + 4. è secundis. d. 10. Residua secunda. l 18 — 4. è tertiis d 10.
Binomia tertia quando utrumque nomen est irrationale ut l 24 + l 18. Residua tertia l 24 — l 18, è secundis & tertiis d 10.
Binomia excessus asymmetri est quando majus nomen plus potest quadrato re sibi asymmetræ.
Binomia excessus asymmetri est nominis alterius rationalis, aut utriusque irrationalis, quæ dicuntur binomia quarta, quinta, sexta. Residua item quarta, quinta, sexta.
Binomia quarta quando majus nomen est rationale, ut 6 + l 24. Nam 36 quadratum est majoris nominis, cujus supra 24 excessus est 12 quadratus è latere, asymmetro ipsi nempe. Nam l 12 re asymmetrum est ipsi 6. Residua quarta est 6 — l 24, è secundis & tertiis d 10.
Quinta est quando minus nomen est rationale, ut l 24 + l 12.
Binomia sexta est quando neutrum nomen est rationale ut l 24 + l 12. Residua sexta l 24 — l 12 è secundis & tertiis d 10.
Ergo hæc de binomiis earumque residuis singulus quarum inventio patet è numeris in quoque exemplo propositis, & eorum similibus. Ut enim numerus est ad numerum, sic per cōsectarium ad 6 p 10. recta potest esse ad rectam è 48.49. 50.51.52.56.85.86.87.88.89.90 p 10.
Irrationalis composita quælibet est quadrata, ejusque latus certum, sed in binomiis earumque residuis res est tum facilior, propter nomina rationalia tum

commodior ad inventionem reliquarum compoſitarum.

Binomia igitur eſt quadrata, ut patet é 4 p 2.



Eſt enim planus duplex duorum complementorum æqualiũ cum duobus quadratis, ut hic vides.

Latus autem retexitur, ſi quadratus de dimidio minoris nominis, tollatur á quadrato de dimidio majoris, & reliqui latus dimidio majoris addatur, & ſubducatur. Nam totius & reliqui latera partes erunt quæſiti lateris, ut hic vides.

23 + l 448.

11 $\frac{1}{2}$ l 112

132 $\frac{1}{4}$ 112

20 $\frac{1}{4}$

$\frac{81}{4}$

$\frac{9}{2}$

4 $\frac{1}{2}$ (16 7

4 + l 7.

Inventiõ autem lateris in binomiis eſt é 4 & 5 p 2, quod & geneſis primum, deinde analyſis docent. Nam cum quadratum feceris é latere 4 + l 7, ut patet in proxima figura.



Videbis in majore nomine propoſitæ comprehendi quadrata 16 & 7, in minore comprehendi duo oblonga l 112, & l 112. Atque hæc geneſis brevior eſt per 4 p 2. unde etiam diſcimus oblongum l 112 medium eſſe proportionale inter quadrata 16 & 7, ejuſque ideo quadratum æquari oblongo é 16 & 7. Analyſis autẽ per 5 p 2. ut hic vides.

Sumit 23 tanquam rectam ſectam ęqualiter & inęqualiter, eiuſque ſegmenta illa inæqualia 7 & 16 inveſtigat ſubducendo quadratũ alterius oblongi in l 448 comprehenſi á quadrato de dimidio illius ſectæ. Tum enim relinquetur intermedii quadratum, cujus latus tum additum dimidio facit ſegmentum majus, id eſt 16: tum detractum facit minus 7: Atq; ut 23 pro duobus confuſis quadratis una recta fuit, ita nunc ejus ſegmenta pro iiſdem quadratis diſtinctis accipienda ſunt, eorumque latera iccirco eruenda.

Bimedia eſt bipartita é duabus mediis é 25 p 10.

Bimedia eſt prima aut ſecunda.

Bimedia prima eſt é cujus partibus oblongum eſt rationale é 37 p 10.

Bimedia prima eſt dux bimediæ ſecundæ.

Reſidua bimediæ primæ dicitur reſidua mediæ prima 24 p 10.
Reſidua mediæ prima eſt dux reſiduæ ſecundæ é 92.98 p 10.
Sic recta potens oblongum é rationali pedali & binomia ſecunda, l 18 + 4 eſt bimedia prima, nempe ll 8 + ll 2. ſic. Reſidua mediæ prima eſt ll 8 — ll 2.
Bimedia ſecunda eſt é cujus partibus oblongum eſt medium é 38 p 10.
Bimedia ſecunda eſt dux binomiæ tertiæ é 56.62 p 10.
Reſidua bimediæ ſecundæ dicitur reſidua mediæ ſecunda 75 p 10.
Reſidua mediæ ſecunda eſt dux reſiduæ tertiæ é 93.99 p 10.
Sic recta potens oblongum é rationali pedali & binomia l 448. + l 336 eſt bimedia ſecunda nempe ll 252 + ll 28, ſic reſidua mediæ ſecũda eſt ll 252 — ll 28.
Quadripartita eſt cujus partes ſunt bipartitæ vi aſymmetræ, earumq; oblongum ſimulutrique quadrato aſymmetrum é 33.34.35 p 10.
Quadripartita eſt potens rationale aut potens medium.
Potens rationale eſt é cujus partibus ſimulutrumq; quadratum eſt rationale é 35 & 39 p 10; & major item dicatur.
Major eſt dux binomię quartæ é 57.63 p 10.
Sic é rationali pedali & binomia quarta 24 + l 448. fiet major l 6. l 12 + l 32. + l r. l 12 — 3.
Reſidua majoris dicitur minor 76 p 10.
Minor eſt dux reſiduæ quartæ 94. 100 p 10. contrâ minor erit l. 6. 12 + l 32 — l r. l 12 — 3.
Potens medium eſt é cujus partibus quadratum ſimulutrumq; eſt medium.
Potens medium poteſt etiam rationale aut duo media.
Mediũ & rationale potens eſt é cujus partibus oblongũ eſt rationale é 40 p 10.
Rationale mediumq; potens eſt dux binomiæ quintæ 58.64 p 10.
Reſidua rationale mediumque potentis dicitur cum rationali medium totum faciens 77 p 10.
Cum rationali medium totum faciens eſt dux quartæ reſiduæ 95.101 p 10.
Sic é rationali pedali & binomia quinta l 448 + 12 fiet rationale mediũq; potens l 6. l 112 + l 76 + l r. l 112 — l 76. Contra fiet cum rationali medium totũ faciens l 6. l 112 + l 76 — l r. l 112 — l 76.
Duo media potens eſt é cujus partibus oblongum eſt medium é 41 p 10. Duo media potens eſt dux binomiæ ſextæ 59.65 p 10.
Reſidua duo media potentis dicitur cum medio totum faciens 78 p 10.
Cum medio medium totum faciens eſt dux reſiduæ ſextæ 96.102 p 10. Itaque é rationali pedali & ſexta binomia l 448. + l 352 fiet duo media potens l 6. l 112 + l 76 + l r. l 112 — l 76. Contra cum medio medium totum faciens erit l 6. l 112 + l 76 — l r. l 112 — l 76.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 26. IN

definitiones undecimi elementorum.



QVinque postremi elementorum libri continent doctrinam variã de solidis, linea, superficie, corpore. Nam de propositionibus horum librorum quædam sunt de linea solida, quædam de superficie solida, id est quarum intelligentia in solido concipitur. Sic antea lineæ planæ dictæ sunt quæ in uno plano conciperentur. Pappus 7 theo. tertii libri facit problemata alia plana, alia solida, alia grammica, sed paulo secus. Totius autem stereometriæ magna inopia fuerit, si communia geometriæ & stereometriæ, si propria geometriæ subducantur, & antecedenti parti, ut methodus doctrinæ requirit, attribuantur. Nam de 85. propositionibus librorum quinque sequencium solæ 24 sunt stereometrici generis propriæ, reliquæ 61 sunt communes vel ad geometriã propriè attinent, ut in singulis libris subtiliter explicabitur. sed de libris singulis agatur.

Liber undecimus habet definitiones 29 communes quinque librorum euclidea methodo accumulatas, quarum 15 sunt communes geometricarum & stereometricarum rerum, quatuordecim tantum propriæ.

1 & 2 d 11 sunt simplices ut antea fuerunt in linea & superficie, corpusque triplici dimensione longitudinis, latitudinis, altitudinis, explicatur, unde perfecta magnitudinis trinitas agnoscitur, de qua Aristoteles primo de cælo.

3 & 4 d 11 definiunt perpendicularem solidam tum lineam, tum superficiem, sicuti decima definitione primi definita est linea perpendicularis plana: Neque tamen definitio hic ulla est, sed cõsectaria sunt ex illa definitione primi libri. Rectæ sunt perpendiculares quarum altera incidens in alterã æqualiter interjacet. æqualem verò interjacentiam si qua res efficiat, requiris, perpendiculum sublime in rectas omnes subjectas ostendet nempe ut in omnes partes æqualiter interjaceat. Sed Euclides ex antecedentibus consectariorum principia facit, & numerat in definitionibus. E' conversis autem facit 4 & 38 p 11, de quibus postea dicetur. Deinde in tertia definitione quod recta sublimis dicitur perpendicularis plano si sit perpendicularis omnibus rectis, numerus (omnibus) sensum turbat, rectis in universum satis est, sive duæ tantum sint, sive innumerabiles. Sed hac de re ad 4 p 11 commodius agetur. Potest enim uni tantum comparari, ut mox 6 p 11: potest verò in eodem secum plano sitis parallelis infinitis recta perpendicularis esse, nec tamen ideo solida perpendicularis, nec eidem subjecto perpendicularis erit. Contactus autem verborum hic improprie sumitur. In quarta definitione communis sectio planorum (quæ dicitur) est una linea recta, ut nominatim proponetur 3 p 11 & re ipsa hic usurpatur pro principio, quod postea demonstretur, & similiter mox usurpatur 6 d 11. Talem logicam quinto libro præcipue Euclides expresit. Atque hic numerus etiam rem magis obscurat quam antea, unica enim recta sufficit, multitudine necessario non est opus,

est opus, ut nominatim proponetur 18.19.38 p 11. Quare & elenchus iste comparatione propositionis illius manifestior erit. Veruntamen in his duabus definitionibus, quod appellatur linea perpendicularis, recta ad planum & planum perpendiculare, rectum ad planum propriè appellatur, quia ab ejus sublimi termino in subjectum planum brevior esse recta nulla potest, ideoque æqualiter interjacet: sic & rectum planum ad planum, quia ab ejus sublimi termino brevius in subjectum planum aliud esse planum non potest. Septem proximæ definitiones majorem cõsiderationem requirunt. Tres primæ de inclinatione nullum usum in Euclidis elementis prorsus habent: nec usquam appellantur, excepto ad 35 p 11 paululo quopiam & Isidori scholio quodã ad finem decimi quinti libri addito, de cujus ineptiis tum differetur. Sed tamen de singulis agatur.

5 & 6 d 11 definiuntur magnitudines inter se inclinatæ, sed obliquitas est declinatio vel inclinatio, declinatio facit obtusum angulum, inclinatio acutum. Inclinatio sola definitur ab Euclide. Quare pro genere species hic definitur: neque tamen obliquatio definienda fuerat, sed linea ad planum obliqua definienda fuerat, aut certè ex ipsa obliquitate rectitudini opposita intelligi debuit, ut è parallelismo contrarius nutus intelligitur, & tamen in 5 d 11 notabis perpendicularem à sublimi puncto in subjectum planum postulari, quod postea 11 p 11 tanquam dubium proponitur, & demonstratur: quod rursus ad 11 p 11 dicetur.

7 d 11 definitur planum ad planum similiter inclinatum, ubi logica Euclidis convincit superiorem proximam. Neque enim definitur similis inclinatio ut antea inclinatio & rectæ & plani, sed similiter inclinatum. Quod tametsi re idem est, attamen quoniam cœperat Euclides definire rectam perpendicularem, planum perpendiculare, non perpendiculum rectæ, nõ perpendiculum plani, constantiæ fuerat perseverare, neque interponere definitionis genus in quinta & sexta definitione dissimile antecedenti & consequenti definitionum modo, sed id levius est, definitur igitur similiter inclinatum planum ex æqualitate angulorum. Similitudo autem in elementis sæpe jam dicta est. Sed hic ὁμοίως positum videtur pro ἴσως, quia inclinatio ipsa angulus est, ut definitiones proximæ declararunt. Theodosius ad 6 d 1 & ad 21 th. 2 sphæricorum similiter inclinatos circulos dicit pro æqualiter, ut hic Euclides loquitur, & sic (ut Proclus ad 5 p 1) Tales dixerat æquicruri angulos similes pro æqualibus: & sic Aristoteles 14 c 2 de cælo dicit gravia ferri deorsum ad similes angulos, id est æquales & rectos.

8 d 11 definiuntur parallela plana ἀσύμπτωτα inconcurrẽtia, id est quæ nusquã possunt coincidere, de quo argumento multa dicta sunt à nobis primo libro, & Campanus hic verè monet lineas non parallelas non esse necessario concursuras, nisi in eodem plano sitæ fuerint. sed intellecta generali definitione linearum parallelarum, quæ ubique distant æqualiter, specialis ista definitio vacabit, ut 5.6.7 d 11 vacarunt. Consectarium tamen hinc sumi potest.

9 d 11 definiuntur similes figuræ solidæ ex similibus planis, plana ipsa ex æqualitate angulorum & proportione laterum definita antea sunt, de qua spe-

ciali similitudinis definitione dictum est 10 d 3,& 1 d 6,21 d 7,ut definitio generalis similium figurarum esset una,quæ angulos haberēt æquales & æqualium crura proportionalia:quæ definitio etiam corporibus cōveniet. In planis enim solidis crura angulorum solidorum erunt plana, quæ hic æqualia & similia dicuntur. Itaque definitio hic non est similitudinis, sed consectarium é definitione illa generali. Sed ista definitio elenchum præterea illum continet,quod definitum generale sit,nempe figura solida:definitio autem est figuræ solidæ planæ, neque enim sphæra,conus,cylindrus planis comprehenduntur. Itaq; pluribus convenit definitum,definitio ideoque vitiosa.

10 d 11 inani tautologia repetit definitionem similium figurarum, frustraq;. Nam definitio æqualium prior est. Sed elenchus superioris definitionis rursus offenditur in ista definitione,promittitur genus,præstatur species, logica nempe vel arithmetica æqualitas est,neque omnino antea definitæ sunt æquales vel lineæ, vel superficies, sed in illo summo ἐφαρμόσεως axiomate sensus iste sine ulla definitione mathematica sumptus est. Quæ eidē sunt aqualia,sunt inter se æqualia. Quare figuras solidas æquales definire supervacaneum est. Consectarium tamen hic esse poterat ex illa generali æqualitatis intelligentia, solida plana æquari,quorum plana sunt æqualia multitudine & magnitudine.

11 d 11 definitur angulus solidus duplici definitione,prima autem videtur nō satis accurata,quia angulus est lineatum in communi sectione terminorum. Atqui rectæ quamlibet multæ corpus terminare non possunt, nec secunda valde accuratior est. Angulus enim non omnis est planus, sed quidam est sphæricus, quidam mistus, unde fieri non potest iste Euclidis angulus. Itaq; superior elenchus ille huc redit,& vitiosas definitiones convincit,quæ definitis sint angustiores. Attamen utraque definitio videtur dicere voluisse angulum esse lineatum in communi sectione terminorum. sed de hoc in geometria.

12 & 13 d 11 definiuntur duæ species solidi plani pyramis & prisma, sed in singulis elencho duplici repetitur definitio generis. Nam solidū planum est, quod comprehenditur á superficiebus planis : pro qua definitione genus ipsum definitum satis esset in unaquaque specie cum propria differentia. Deinceps veró corpora definiuntur é differentiis superficierum á quibus terminantur, ut antea superficies definitæ sunt & distributæ é differentiis linearum á quibus terminarentur. Plana igitur solida definiuntur é superficiebus planis quibus terminantur. Græci plana ipsa ἕδρας appellant,unde tetraedum, pentaedrum, hexaedrum,polyedrum corpus dicitur.

13 d 11 Campanus hic definit prisma presśius quam Euclides, & quinq; planis tantum comprehendit.Euclidis autem definitio generalis est, prismaque facit é quavis basi triangula,quadrangula, multangula, ut fit pyramis, & sic demonstratio Theonis ad 10 p 12 manifeste faciet prisma etiam parallelopipedum, id est cujus latera omnia opposita sunt parallelogramma parallela, imo faciet prisma decaedrum ex octangula basi. Quare Campanus hoc loco,ut ple-

risque

risque aliis locis indicat Euclidem verum nunquã sibi cognitum fuisse, sed arabicum tantum, in eoque valde ac vehementer errat, dum ex infinita prismatum multitudine unicum esse arbitratur. Et tamen hic error ex Euclide ipso natus videtur, qui postea usurpat prisma pro pentaedro, ut 40 p 11:3 & 4 p 12. sed generis nomen pro specie hoc modo frequenter usurpat, ut antea rectangulum pro oblongo, ut postea pyramidem & tetraedrum pro tetraedro ordinato. Tres deinde sequentes definitiones sphæram, conum, cylindrum é sua compositione definiũt, qualis compositio circuli postulatur tertio postulato primi libri, é quibus definitionibus intelligimus fabricam cujusque figuræ, materiam esse principii assumendi propter insitam claritatem, non propositionis propter obscuritatem adjunctam demonstrabilis. Nam si fabricæ modum disertis verbis expressum conceperis, nihil ultra requires, ut antea patuit, & patebit postea. Convenientius tamen erat definire á suis superficiebus, ut planum intellectum est & superficies ipsas ante definire, ut in geometria fecimus.

14 d 11 sphæra definitur é modo fabricandæ sphæræ, quomodo definiri potuit quælibet figura, attamen elegantior definitio fuisset é genere & differentia corpus comprehensum á superficie sphærica. De sphæra stereometria Euclidis perexigua est, in 17. 18 p 12.

15. 16. 17 d 11 definiuntur axis, centrum, diameter, quæ tamẽ communia sunt non propria sphæræ. Centrum & diameter sunt omnis figuræ, & axis in iis definitionibus attribuitur sphæræ, cono, cylindro, postea etiam pyramidi. Itaque si quis existimet axem definiri diametrum, circa quã sphæra moveatur, ut Theodosius definit, quæri posit, an conversionis ullus motus in composito & fabricato corpore vel sphæræ, vel coni, vel cylindri ad geometram pertineat. fabricatur enim geometra figuras istas, earumque proprias affectiones interpretatur, utrum veró quiescant ea corpora, an moveantur, geometræ nihil esse videatur, ut axe nihil hic etiam sit opus, sed diametro tantum. Id tamen amplius considerari posit, ut geometricus sit etiam quidem motus. Deinceps definiuntur conus & cylindrus recti tantum, & quorum axes basibus ad centrum sunt perpendiculares.

18 d 11 conus definitur ab Euclide rectus, in eoque altitudinis differentia triplex sumitur é triplici angulorum differentia, qua dimidiati coni vertex distinguitur, cujus tamen differentiæ nullus postea in elementis usus erit, quin differentia hæc optica potius quam geometrica videatur. Conus enim eminus videtur instar trianguli. Itaque pro differentia altitudinis apparebit vertice rectangulo, obtusangulo, acutangulo, neq; ista differentia coni geometrica esset, sed optica. Verum præter hoc alienum neque postea in elementis usurpatum, tota de conicis stereometria apud Euclidem perexigua est. Itaque Apollonius post Euclidem libris octo (quorum quatuor extãt) materiam istam est persequutus, & Euclidem in procemio nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum, nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas, ac vix quidem unam satis feliciter. Vide Eutocium hac de re in Apollonium & Pappum l 7. Conus igi-

nus igitur ab Apollonio 1 lib. conicorum definitur non rectus solum, ut ab Euclide, sed generaliter conus quivis seu rectus seu obliquus, Apolloniique sententia, si ab aliquo sublimi puncto ad peripheriam subjecti circuli recta infinita convertatur, cõficies duas superficies conicas infinitas, unde conus definitur corpus comprehensum à circulo & superficie conica, idemque Proclus ad 7 d 1. Rectus autem Apollonio est conus, cujus axis est perpendicularis basi, σκαληνὸς id est varius & obliquus, cujus axis varius est & obliquus basi. Hæc coni differentia fuit ignota Euclidi. Ideoq; Apollonius propter conicam doctrinam generalius & altius extructam magnus geometra dictus est, ut Geminus apud Eutocium author est. Talis autem definitio corporis per suam superficiem jam definitam congruentior est & affinior definitioni pyramidis & prismatis, quæ per suas superficies definiuntur. Sed Euclides nullam obliquæ superficiei geometriam didicerat, aut certe in elementis non docuit: atq; inde videtur orta vetus illa divisio artis metricæ in geometriam de planis & stereometriam de solidis, tãquam geometria de superficie sphærica & varia nulla tum esset: divisumque pro toto quod ex parte teneretur. Atqui in hac definitione & ejus differentia triplici obscuritas major est quam in plerisque demonstratis propositionibus, sicut ad 10 d 5 præmonui.

19 d definitur axis similiter ut in sphæra per fabricam, at fabricati jam corporis & constituti motus hic geometricus quisnam erit?

20 d definitur basis coni, ut postea 23 d basis cylindri. At ex fabrica in definitionibus & coni & cylindri comprehensa, bases istæ comprehensæ sunt: Conversio enim lateris in triangulo & parallelogrammo circulum efficit, ac perinde basis pyramidis & prismatis definiri potuerunt, & basis in triangulis sine ulla definitione sumpta est, sumpta in parallelogrammis: aut si basis definiẽda fuit, generaliter definienda fuit, quia res generalis esset & cõmunis omnium figurarũ.

21 d definitur cylindrus parallelogrammi conversione, ut definitus est conus conversione trianguli. Serenus hic Apollonium sequutus, eumque nominatim appellans similiter definit cylindraceam superficiem, atque inde cylindrum, superficies primo per cõversiones rectæ hoc modo, unde cylindrus definitur, corpus comprehensum à duobus circulis parallelis & cylindracea superficie, unde etiam axis ei definitur recta per centra circulorum: item latus cylindri, recta in superficie cylindri ad utramque basim terminata: definitur etiam é basi cylindrus rectus, ut antea conus, nempe cujus axis est perpendicularis basibus, σκαληνὸς autem cujus axis est obliquus basibus.

22 & 23 d definiuntur axis & basis cylindri, ut ante definiuntur in cono, similis elenchus est.

24 d similitudo specialiter definitur, sicuti 10 d 3, 1 d 6, 27 d 7, 9 d 11. At (ut antea dixi) definitio una & communis & generalis est. figuræ similes sunt, quarum anguli sunt æquales, & æqualium crura proportionalia: in cono enim & cylindro anguli sunt potentia: ut in circulo & sphæra, quibus sectione aliqua patefactis & expressis partes similitudinis in angulis æqualibus & æqualium propor-

tiona-

tionalibus cruribus manifeſtæ erunt: unde conſectarium hoc in Euclidis 24 d comprehēſum ſimilium conorum & cylindrorum axes eſſe proportionales diametris baſium, id eſt altitudines baſibus, id eſt cauſſas efficientes ſimilium effectorum proportionales eſſe, & tamen conſectarium videtur commune pyramidis & priſmatis. Quamvis enim ſimilitudo ſolidorum é ſuis planis antea veré recteque ſumpta ſit, tamen videtur etiam ex axibus & diametris baſium ſumi poſſe. In ſolidis enim planis ſimilibus videntur etiam axes eſſe proportionales diametris baſium, quamvis enim neque baſis neque axis definiantur antea in pyramide & priſmate, ſunt nihilominus, quin poſtea nominatim axis pyramidis dicetur diameter, & 39 p 11 in priſmate cōſtituentur. Quare conſiderandum hoc conſectarium fuerit, ſaltem in quibuſnam ſolidis id verum fuerit ſi non in omnibus. ſed id alias. Interea tamē conſtet definitionem eſſe omnium ſimilium figurarum. figuræ ſimiles ſunt quæ angulos habent æquales & æqualium crura proportionalia. Deinceps vero quinque corporum (quæ vulgo regularia dicuntur) definitiones ſequuntur. Pappus & græci alii uocant τεταγμένα ἐύτακτα ordinata bene ordinata: & nos ita dicemus. figura igitur in univerſum eſt ordinata quæ terminis & angulis æquatur, ut patuit 7 e 4. Hæc veró definitio figuræ ordinatæ repetitur quinquies vel integra, ut in dodecaedri definitione, vel parte una ex qua aliæ ſequuntur. Hic elenchus igitur quintuplex una admonitione admoneatur.

25 d definitur cubus per genus generaliſsimum, tanquam ὑπάλληλον & ſubalternum deeſſet, at cubus eſt ſpecies parallelopipedi rectāguli, ut quadratum parallelogrammi rectanguli. Idem prorſus elenchus eſt in reliquis poſtea definitionibus.

26 d prætermittitur proximum genus pyramis: At poſtea 13 p 13, item in ſcholio 13 lib. pyramis appellabitur. Atqui hoc nomē ut cetera deinceps octaedrum, icoſaedrum, dodecaedrum magis commune eſt quam res nomini ſubjecta: poteſt enim figura tot facies habere, ut pyramis octaedra, icoſaedra, dodecaedra, item priſma octaedrum, icoſaedrum, dodecaedrum dicatur, neque tamen tales figuræ eſſent ordinatæ, quin corpora é planis æquilateris & æquiangulis, ſed neque æqualibus inter ſe, neque ſimilibus multo plura eſſe poſſunt, qualia ſunt Archimedis tredecim corpora apud Pappum lib. 5. ſed differentia horum corporum in eo eſt, quod comprehenduntur ab ordinatis quidem, ſed inter ſe neque æqualibus neque ſimilibus. Itaque ordinata ipſa eſſe non poſſunt: Primum octaedrum é quatuor triangulis & 4 ſexangulis, deinde triplex teſſeradecaedrum primum ex 8 triangulis, 6 octangulis: ſecundum é 6 quadratis, 8 ſexangulis. Tertio duplex hoc icoſaedrum primum ex 8 triangulis & 18 quadratis, ſecundum é duodecim quadratis, 8 ſexangulis, 6 octangulis. Quarto duotriacontaedrum triplex, primum é 20 triangulis, 12 decangulis: ſecundum é 12 quinquangulis, 20 ſexangulis: tertium é 20 triangulis, 12 quadratis. Quinto octotriacontaedrum é 32 triangulis, 6 quadratis. Sexto duplex duodecaconta-

edrum, primum è 20 triangulis, 30 quadratis, 12 quinquangulis: secundum è 30 quadratis, 20 sexangulis, 12 decangulis. septimo duodenicontaedrum ex 80 triangulis, 12 quinquangulis. Ergo corpora hæc Archimedis tredecim sic à Pappo memorantur, de quibus singulis, si quis plura desideret, videat Pappum eo loco.

27 d comprehendit sub æquilateris planis æqualitatem angulorum.

28 d subtiliter explicat omnes differentias ex æqualibus æquilateris æquiangulis, quia hæc omnia in quinquangulis separari possunt.

29 d æqualitatem angulorum comprehendit sub æqualitate laterum, ut 27 d. Hoc enim ex basibus triangulis utrique commune est.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 27. IN PROPOSITIONES *undecimi elementorum.*



ADhuc igitur 29 definitionum materies fuit: sequitur doctrina propositionum, in quibus primum declaratur ad vicesimam usque propositionem linearum & planorum perpendiculum & parallelismus, è quibus propositionibus nulla est admodum demonstrabilis. Materies enim feré est principii aut é principio protinus postulandi. Itaque elenchus quinti & decimi libri huc præcipue recurrit, quo materies principiorum per se evidentiũ in disputabiles quæstiones convertitur. Sed elenchus in singulis propositionibus manifestus apparebit. Duæ propositiones primæ sunt de lineis rectis planis, neque stereometricum quidquam habent.

1 p 11 negatio est, ideoque expers artis. Ars enim duntaxat præcepta affirmata recipit. Debuit igitur, si quid tamen interesset, sic affirmari. Recta tota est in uno plano. At isto modo etiam insolẽs propositio esset, quia definitio quædam esset lineæ rectæ, ut patuit 4 d 1. Demonstratur autem á Theone per impossibile nõ minus absurdum. Esto enim lineæ rectæ *a b c* pars *a b* in plano, pars *b c* in sublimi, & continuetur *b d*, duabus lineis rectis *a b c* & *a b d*, ut hic vides *a——b c——d* non erit tantum unum commune punctum, sed totum segmentum commune erit, quod tanquam principium est Theoni. At id in nullo antea principio á Theone nominatum est. Et caussa fuit illa Zenoni epicureo Euclidem carpendi ad fabricam trianguli æquilateri, de quo antea. Campano autem deducitur è 13 p 1 tanquam si ad utriusque rectæ concursum perpendiculum aliquod caderet, faceret utrinque duos angulos æquales duobus rectis, unde pars efficeretur æqualis toti vel contra ἐφαρμοσιν, quod duarum rectarum pars congrueret, pars non congrueret. At aliud deduci posset incommodum brevius, quod recta unica faceret rectilineum angulum. Verum sumendum id fuit & postulandum multo etiam justius quam argumentum quo ab Euclide vel Theone demonstratur, postulandum (inquam) lineam rectã esse in uno plano: quod si objicias lineam

rectam esse in superficie conica & cylindracea, respondebo rectam illam esse terminum plani conum & cylindrum secantis.

2 p 11 Si duæ rectæ secent sese, in uno sunt plano, & omne triangulum in uno est plano. Propositio hæc mistam habet doctrinam de linea & triangulo, & pars posterior probatur prius, unde prior posterius approbatur, hysterologia est Euclidi familiaris, ut elenchi cæteri. Triangulum veró non dicitur esse in eodē plano, ut accidēs, cum Euclidis triangulum ex se planum sit, & tam insolens est ista propositio, quam si proponeretur omnem hominem esse in animali: Triangulum siquidem Euclidis est species plani, nempe figura plana rectilinea, á tribus rectis lineis comprehensa. Quare materies ista non est demonstrabilis propositionis, cum sit generis de specie, sed principii. Talis elenchus fuit decimo libro de rectis irrationalibus, ubi genus similiter demonstratur de specie. Ergo cum demonstravit Euclides omne triangulum esse in uno plano, tum demum concludit ex eo rectas intersectas, quia latera sunt trianguli, esse in uno plano. At videntur etiam in diversis posse concipi. Sic enim recta est ad planum, nempe omnibus intersectis perpendicularis in communi sectione. Utrum igitur in 3 d 11 tot plana concipienda sunt, quot duarum rectarum concursus? sane: id enim 18 p 11 percipietur. Si recta est perpendicularis subjecto plano, omnia per eam plana erunt eidem perpendicularia, binarius tamen rectarum intersectarum nō major numerus. Nec enim tres aut plures intersectas in eodem plano esse necesse est. Quare propositionis hujus pars prima postulanda fuit, secunda ne postulanda quidem, cum ex suo genere intelligatur.

3 p 11 est de planis, demonstratur autem non obscuro imposſibili. Quod si communis sectio non esset una recta, sed duæ rectæ, superficiem clauderent contra 12 ax. At consectarium est ex illo communi principio. Magnitudo secatur iisdem, quibus terminatur, planum terminatur linea: ergo secatur linea, linea lineam secat unico puncto, & planum planum secat unica recta, & planum secat solidam figuram unico plano, denique sectio magnitudinum fit unico ipsarum termino. Itaque propositio ista inanis est, debuitque é definitionibus assumi sententia hæc, quin quod antea jam monui id ipsum tanquam principium usurpatum est 4 & 6 d 11, & elenchus prorsus idem redit, qui antea fuit.

4 p 11 demonstrat duos angulos æquales esse per triangula quatuordecim ē propositionibus primi libri 15.4 15.26.4.4.8.4.8 & 3 d 11. Sed via ista valde tortuosa & obliqua est, duorum angulorum æqualitatem tot meandris tanq; præposteris exquirere. Et propositio tamen ista nihil á 3 d 11 differt nisi linearum numero, quia illic omnibus intersectis in subjecto plano, hic duabus sublimis perpendicularis efficitur: At neque omnibus neque duabus addi necesse fuit: Nam si duabus, etiam omnibus: Satis fuit in universum & generaliter intersectas dici & intelligi: sive duæ sint tantum, siue plures, nihil ad rem: duæ enim solæ etiam intersecantur & communem sectionem faciunt. Quare materies principii hic fuit assumendi per se, non propositionis demonstrabi-

lis. Atque hic interea etiam noto communem sectionem dici punctum in lineis intersectis, ut dicitur linea in planis intersectis. sed elenchus hic etiam gravior est, quod Euclides é conversa faciat principium (ut prædixi) hic autem ex antecedente faciat propositionem demonstrabilem, vel absurdius etiam quiddam est, quod idem hic proponatur de duabus quod illic de omnibus. Atque hic interea noto communem sectionem linearum dici punctum.

5 p 11 demonstratur impossibili non obscuro, quia pars toti esset æqualis, angulus nempe rectus pars recti. Consectarium est é perpendiculi & communi sectione, & tamen de duabus rectis intersectis etiam verum, sed vanum, quia de duabus intersectis est 2 p 11.

6 p 11 caussam manifestam habet é lege parallelismi & communi, nempe perpendiculo, neque ab Euclide demonstratur parallelismus propositus, sed situs rectarum in eodem plano, qui tamen propositus non erat. Itaque secundi libri Lycophron huc redit, aliud proponitur, aliud agitur.

7 p 11 impossibile habet idem quod habuit tertia, atque ut illa est in principio constituta, sic & ista constituatur.

8 p 11 est conversa quædam sextæ, qualis est axiomatis illa conversio. Si duo sunt eidem æqualia, sunt inter se æqualia: & si æqualium alterum est æquale tertio, reliquum erit æquale eidem. Itaque bella illa sextæ propositionis demonstratio huc iisdem vestigiis iteratur. Sed elenchus est hic manifestior. Nam definitione parallelarum æqualitas perpendiculorum intermediorum continetur, ut 35 d 1 dictum est á nobis, & mox dicetur 14 p 11.

9 p 11 tam principium est quam fuit. Quæ eidem æqualia. Neque plani diversitas magis immutat syllogismum parallelismi, quam immutat æqualitatis in illo principio. Itaque sexto loco jam sophisma simile continuatur, nempe 31 p 1, 11 p 5, 21 p 6, 12 p 10.

10 p 11 præcipue deducitur é parallelogrammi lege ad 33 p 1 proposita. Itaque ut illud postulandum fuit ad parallelogrammi definitionem, sic istud postulandum modo fuerit. Quin antecedens propositionis manifestam consequentis caussam continet ex axiomate æqualium angulorum: imo vero propositio ista plane nugatoria est, neque quicquam proponit nisi axioma illud æqualium angulorum, nempe angulos æquicruros & æquebasios equari. Id enim re ipsa propositio ista proponit: in litera Euclidis est περὶ pro παρὰ.

11 & 12 p 11 respondent perpendiculis planis in 12 & 11 p 1, sed ordine præpostero, ut demonstratio Theonis procederet, sed utraque perpendiculi solidi constitutio constat per caussam 4 p 11, ut nempe perpendicularis sublimis sit duabus rectis in plano subjecto contiguis, id enim satis erat: nec aliud Euclides parallelismi hysterologia complectitur: sed absque parallelis, ut duæ primæ perpendiculares in subjectam communem, sic tertia duci potest in duarum intersectarum communem sectionem, quod Euclides ipse ad 5 d 11 antea vsurpavit: denique ad idem punctum recti anguli ex sublimi cum intersectis totum hoc sublime perpendiculum comprehendunt. Quod autem hic casus nescio

quis

quis fortuitus adhibetur ab Euclide vel Theone, ut 1 p 4. 28 p 6: res artis aliena & indigna est, fac lineam ut sors tulerit, si perpendicularis est subjecto plano, habes quod quæris. At (inquam) præcepta artis é logicis legibus generaliter præcipere debent κατὰ παντὸς, καθ᾽ αὑτὸ, καθ᾽ ὅλου πρῶτον non temere, ut hic Stereometres modo præcipit. Quare logica ista geometriam alioqui artium severissimam valde dedecet. Verum geometricus perpendiculorum usus jam antea disputatus est 11 & 12 p 1, & idem judicium de duobus istis problematis modo facimus scholarum διαγραμμάτων caussa confingi.

13 p 11 negatio est, quales fuere primi libri axioma ultimum & 7 p 1 & 1 p 11. Res autem affirmatê, imo generaliter de omni linea proponi potest, ut ad c 10 e 5. Adhibita est autem hæc propositio ad demonstrationem sequentium, ut decimæ nonæ. At de rectis perpendicularibus planis, id etiam postulari potest.

14 p 11 aperte indicat definitionem generalem parallelarum, quia lineæ parallelæ sunt, quæ distant communi perpendiculo.

15 p 11 thesim decimæ continet, & ejus antecedens est caussa consequentis ex illa generali parallelarum lege. Si lineæ rectæ connectunt æquales & parallelas, sunt æquales & parallelæ. itaque etiam id postulandum fuit. Atque hic etiam litera Euclidis habet περὶ pro παρά.

16 p 11 facilem probationem habet in Theone, si sectiones non essent parallelæ, neque plana ipsa essent parallela.

17 p 11 Euclides hanc deducit é 2 p 6: at totum contra: 2 p 6 deducenda fuit ex ista bene tamen proposita, ut 13 e 5 proposuimus. At certe Theon hic quidquid est, justius postulare potuit quam 10 d 5 quam partem 18 d 11.

18 p 11 Consectarium est quoddam é 4 d 11, & quidem disertius expressum quam antecedens illa definitio, satis enim est ad perpendiculum planorum, ut unica recta altero perpendicularis communi sectioni sit perpendicularis subjecto plano. Itaque ad rectam perpendicularem demonstrandum numero & multitudine contiguarum nihil opus est. At in perpendiculo planorum unica recta perpendicularis esse non potest, quin protinus sint innumerabiles.

19 p 11 est conversa proximæ: si recté pronuntietur, hoc nempe modo: Si communis intersectio planorum sublimium est perpendicularis subjecto plano, intersecta plana sunt perpendicularia. Stereometria solidorũ sequit̃, cõplexa tamẽ propositiones octodecim varias de planis tum rectilineis generũ omnium, ut sunt triangula, quadrangula, multangula, tum obliquilineis, de quibus suo loco. Prima solidi doctrina est in angulis solidis.

20 p 11 respondet 20 p 1 de triangulis, & logica prorsus eadem est. Itaq; paratus etiam Zenoni jocus hic est. Nam si duo plani essent reliquo minores vel æquales, nullam magnitudinem intermediam cum eo concluderent. Jam vero quæri hic etiam potest, utrum generaliter de quibuslibet angulis, planis, sphæricis, mistis verum id fuerit. Tu id considerato.

21 p 11 elenchum generis habet pro specie, proponit enim generaliter quod

specialiter intelligatur de angulo solido plano, quod ostendit comparatio cum quatuor angulis rectis: demonstrationem autem habet non obscuram é subductis reliquis angulis triangulorum planorum solidum componentium. Est autem superioris proximæ adsimilis. Nam si quatuor rectis æquarētur, plani complerent locum planum, neq; angulum facerent. Erit autem usus propositionis hujus ad probandum quinq; duntaxat esse corpora ordinata ad finem 13 libri.
22 p 11 consectarium est é triangulis primi libri & tota est geometriæ, ad stereometricum nihil attinet: hic verò adhibita est gratia proximæ propositionis. At fructus ejus potest uberior esse in geometria, deinceps quę ad stereometriam possit traduci, ut omnia geometriæ elementa. Conjungatur igitur cum 22 p 1 ad trianguli fabricam. Quare res ipsa accuratius animadversa nullum demonstrationis argumentum requirit.
23 p 11 respondet 22 p 1, logicam autem continet in demonstratione prorsus admirabilem, propter ineptissimas nugas quinque partium, quod radius sive sit intra latera, sive in latere, sive extra, neque ęqualis, neq; major esse possit. Huc etiam sex & viginti syllogismi ex totidem propositionibus intexuntur, & hoc videlicet Theoni vel Euclidi est demōstrare rem per se manifestā, tot nebulis involvere & obscurare. Etenim propositio ista est conversa 20 & 21 p 11. Nam si tres anguli plani minores quatuor rectis constituant angulum solidum, duo quilibet sunt majores reliquo, & contra, si sunt tres anguli plani minores quatuor rectis, duo quilibet majores reliquo, constituent angulum solidum. Itaque sic antecedens per se manifestum sit, ut est, conversa quoque per se manifesta est. Nec tamen hæc anguli constitutio generalis est. Nec enim potest é planis angulis sphæricus aut mistus fieri. Itaque pollicetur hic Euclides genus, præstat speciem, ut sæpe jam antea.
24 p 11 de certo genere plani præcipit, sed valde incerta oratione. Itaq; Cāpanus hic obstrepens nescio cui ait, ista ꝓpositione solidū parallelis planis cōprehensum tantū esse parilaterum quidem á senario terminorū numero deinceps infinitū, neq; tamen pariterminum quodlibet hic intelligi posse, sed parallelogrammū duntaxat, cúm omnes termini sunt parallelogrāmi, ideoq; duntaxat sexaedrū, quod si verum est parallelepipedū respondet in planis parallelogrammo, id est quadrato, oblongo, rhombo, rhomboidi. Itaque propositio ista vera tantum esset de prismate, non de misto polyedro. Nec enim octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum (quamvis comprehensa é planis parallelis) habent oppositos terminos parallelogrammos: habent enim triangulos octaedrum & icosaedrum: dodecaedrum autem habet quinquangulos. Quod autem Campanus ait propositionem istam intelligi posse tantum de solido parallelogrammo, accipio, sed hactenus, ut parallelogrammum dicatur etiam multangulum æquiterminum & pariterminum, cujus nempe opposita plana sunt parallela. Quod enim ait parallelogrammum solidum tantum esse hexaedrum, id si probasset probatio ejus æstimaretur. Cur enim paritermina illa á senario infinita, quæ facit, ista propositione non cōprehendentur? habent enim plana opposita parallelogramma

lelogramma & æqualia. Sic enim parallelogrammũ generaliter in multangulis accipi potest, ut Proclus docet ad 34 p 1. quamvis Euclides parallelogrammũ tantũ videatur in quadrilateris posuisse, ut ex 41 p 1. perspicitur. Et verò propositionũ de parallelepipedis veritas conveniet omnibus prismatis pariterminis & parallelogrãmmis. Caussa autem propositionis tam captiosæ est omissa partitio & definitio. Nam si partitus esset Euclides genera solidi plani, si hoc ipsum parallelepipedum definisset, tota confusio esset sublata. Atqui ut in 33 & 34 p 1. definitio parallelogrammi, ita hic prismatis parallelogrammi definitio in propositionem sophistice est conversa.

25 p 11 deducitur è lege primarum figurarũ. Quapropter Theonis demõstrationem ad eas aggregato, quibus principia & definitiones demonstrantur, parallelismo enim indicatur æqualis altitudo, nec aliud hic adhibet Theon, præter illam singularem quinti libri sextam definitionem, quam & 1 & 33 p 6 adhibuit. At hic duæ efficientes caussæ solæ comparantur altitudo & latitudo. Itaq; cum altitudo sit eadem, solum discrimen est è basis latitudine. Quare demonstratio Theonis hoc loco simillima est superiori. Sed docet hic Campanus hanc propositionẽ cõvenire serratilibus illis suis, id est prismatis pentaedris, putatq; omnia quæ Euclides solis parallelepipedis duodecim ꝓpositionibus attribuit, prismatis pentaedris cõvenire, quia sunt dimidia parallelepipedorũ. Quod perinde est, ac si Euclides in planorum doctrina propriè attribuisset parallelogrammis, quæ essent tamen triangulorum cõmunia. Locus hic habet elenchum animadversione omniũ, qui adhuc fuerũt, dignißimũ, elẽchus specialis doctrinæ pro generali infinitus antea deprehensus est: hîc verò tot propositionibus continuatus cæteros omnes superavit. Nec tamen Campanus hic satis vidit. Omnibus enim prismatis nõ solũ serratilibus & pentaedris convenit quod proponitur. Prismatis siquidem secti plano planis oppositis parallelo, segmenta sunt ut bases, quia parallelogramma sunt æquealta.

26 p 11 specialis est de angulo solido plano, non generalis de solido. Nec enim Theonis demonstratio angulum sphæricum aut mistum constituit, & tamen quod Theon hic instituit nihil est aliud, quàm si partes partibus æquales sint, totum toti æquale esse. Et hæc bella anguli æquatio continetur æqualium angulorũ axiomate, neq; stereometrici salis ulla præterea mica est. Ita duæ propositiones de angulo plano solidoq; ex uno æqualium angulorum axiomate fabricas disputabiles & demonstrabiles nobis invenerunt.

27 p 11 συστροφὴν superiori consimilem habet, fabrica tamen potest omnibus prismatis, imo figuris omnibus convenire, nõ solis parallelepipedis: neq; prorsus aliud hoc problemate traditur, quàm continetur definitione figurarum similium & similiter sitarum ad 18 p 6, neque hic quicquam est disputatione dignum aut demonstratione. Ita duæ propositiones 18 p 6 & 27 p 11 è definitione similium & similiter sitarum figurarum factæ sunt, quæ tamen novi præcepti nihil requirerent.

28 p 11 ducitur è definitione parallelogrammi ad 34 p 1. unde admonemur a- siquid

liquid esse cõmune planorum & solidorũ, id est figuræ parallelogrammæ proprium, imo esse omnino in omni magnitudine bisectionẽ aliquã, seu punctum, seu lineam, seu superficiem, quæ magnitudo bifariam secatur, id in figura plana diameter & diagonius, si est per angulos oppositos, dicitur, in solida nomine caret. Itaque nomine generali esset opus ad hanc generalem affectionẽ declarandum. Itaque propositio ista materiam principii ac definitionis habet.

Quatuor proximæ propositiones 29.30.31.32. præter elenchum propositum, parallelepipedo attribuunt, quod est prismatis commune, valde præpostero ordine positæ sunt. Nam 32 est maxime omnium generalis, & cæteras antecedentes speciales complexa, tum 31 simili ratione complectitur 29 & 30. Omninoque si 32 præcessisset, consequerentur tres reliquæ, item si præcessisset 31, concluderentur ex ea duæ 29 & 30. In 29 & 30 rectas insistentes esse & non esse in iisdẽ rectis, est superiorum planorum duo quælibet latera in unam rectam continuari aut nõ continuari, vel solida ipsa sub eandem rectam vel non eandem constitui. Sed multo præstantius est illud, atque nobilius, quod disputatum est á nobis primo libro, una propositione tam multas propositiones comprehensas esse. figuræ primæ inter se sunt ut bases, longeque præstantissima & nobilissima demonstratio una illa ê geminis caussis planê perfecteꝗ satisfaciet, quarum altera per altitudinem data solum discrimen superest ex altera, id est é basi.

33 p 11 Derivata est propositio hæc é 19 & 20 p 6. At & illæ & ista in unam propositionem generalem geometria longe nobiliore & luculentiore includuntur, quod fecimus 15 e 4: caussaque tam generalis est illa é compositione rationum tradita ad 5 d 6. Ex hac veró propositione & ejus consectario deducitur via duplicandi cubi, de quo ad 4 e 24. Sed enim Campanus isto loco vehementius Euclidem aggreditur, quæ proposita sunt ab Euclide 25.28.29.30.31.32.33 p 11 specialiter de parallelopipedis, ea prismatis & serratilibus convenire, magnumque Euclidis errorem & multiplicem convincit, attribuentis solis parallelepipedis quæ prismatis aliis natura prioribus conveniant. At Campanus ipse licet caput altius extulerit, quam Euclides, summum tamen non attigit. Nec enim (ut dixi) theoria tot propositionum convenit solis prismatis pentaedris, quæ Campanus sola putat, & Euclidis parallelepipedis, sed omnibus omnino corporibus planis, quorum duo plana opposita sunt æqualia & similia & parallela, reliqua autem latera parallelogramma: imo convenit omnibus euclideis corporibus: primis primum, deinde æquemultiplicibus primorum. Itaꝗ Campani error hic aliquis, sed Euclidis multo est gravior, & tamen Euclides etiam videtur Campano & erroris istius caussam attulisse, qui prisma nõ aliud quam pentaedrum dicere videatur.

34 p 11 demonstrationem habet simillimam demonstrationi vicesimæ tertię. Partitio duplex est de perpendicularibus insistentibus vel non perpendicularibus, tum in primo genere de basibus æqualibus, vel inæqualibus totidemque conversæ sunt, ita demonstrationes fiunt sex pro unica, imo vero pro nulla. Deducta enim propositio est é primarum figurarum proprietate, ubi caussæ effi-

cien-

cientes illæ ſolæ ſunt baſis & altitudo, & generalem propoſitionem faciendam eſſe é 14.15 p 6, é 34 p 11. demonſtratio in his prorſus eadem manifeſte demonſtrat, nempe primarum figurarum æqualiũ baſes & altitudines eſſe reciprocas.
35 p 11 fabricam & demonſtrationem admirabilem continet: Adhibentur enim ſex & quadraginta ſyllogiſmi, quod unico angulorum ęqualium axiomate tranſigi potuit, æqualis nempe ſublimibus & perpendiculis ad docendũ crurum æqualium baſes æquales eſſe. Itaq; & conſectario Theonis concluditur, ſi tales anguli ſunt æquales, etiam perpendiculares ipſas æquales eſſe, & tamẽ theſis de duobus planis deque binis æqualibus angulis æqualitatem angulorum continebat. Quapropter (ut ſæpe antea) ſic iſto loco ſubiit admirari otioſos & literatos homines otio & literis tam intemperanter abuſos eſſe. Nihil igitur hujus neq; propoſitionis neq; demonſtrationis in geometria retinemus.
36 p 11 proponit generaliter de omni parallelepipedo æquiangulo, quod poterat ſimiliter de quovis parallelogrammo æquiangulo 16 & 17 p 6, unde hæc derivantur, proponere. Hic tamen nihil proponitur analogum 16 p 6.
37 p 11 reſpondet 22 p 6, & magnum fuit indicium é duabus ſpecialibus unam generalem fieri poſſe, cum demonſtratio per ſoritem graduum quatuor duabus una conveniat. Neque verò parallelepipedis tantum ſolidis conuenit, ſed omnibus primis figuris & earum æquemultiplicibus. Itaque ex hac propoſitione & illa unum generale conſectarium in geometria fecimus.
38 p 11 non eſt in Campano, neque in geometria eſſe debuit. Eſt enim converſa quædam 4 d 11, & Ptolemæi aduerſus Euclidem logica hęc noſtra eſt. Converſio tamen non recte facta eſt: antecedens enim & converſa ſunt. Si recta in altero interſectorum planorum perpendicularis communi ſectioni eſt perpendicularis ſubjecto plano, plana ipſa ſunt perpendicularia: & ſi interſecta plana ſunt perpendicularia recta in altero perpendicularis communi ſectioni eſt perpendicularis reliquo, ſic (inquam) eſſet legitima converſio. At Euclides convertit præpoſtere. Si plana ſint perpendicularia, recta in altero perpendicularis reliquo, cadet in communem ſectionem, & probat per impoſsibile duorum rectorum in triangulo.
39 p 11 poteſt eſſe omnis priſmatis, ut 25 & 28, dummodo diagonius generaliter in omni figura intelligatur, id nempe quo biſecatur figura: talis enim eſt in omni figura biſectio: & ſic ad 28 p 11 monuimus. Atque hoc quidquid eſt, demonſtrabile omnino non fuit, niſi forte & demonſtrabile videatur ejuſdem figuræ parallelogrammæ diametros inter ſe biſecari: nihil enim aliud iſta propoſitio loquitur: adhibetur autem ad 17 p 13.
40 p 11 præponi debuit 33 p 11, quia de æqualitate præcipit. Nec tamen ſatis accurate proponit: Debuit enim addere priſmata pentaedra, his enim ſolis id poteſt convenire. Quomodo autem loquitur, falſa eſt, ut ſi ſumas priſmata parallelepipeda hexaedra ejuſdem & baſis & altitudinis, erunt æqualia per 32 p 11. At ſi alternis dimidium cum altero integro compares, erunt æquealta, alteriuſque baſis triangula, alterius parallelogramma dupla triangulæ,

Pp neque

neque tamen erunt æqualia. Quare falsa hæc est propositio nisi specialiter intelligatur, ut in hoc libro, & definitiones & propositiones antea tam multæ, quæ generi tribuunt, quod est speciale, aut contra speciei quod est generale. Adhuc igitur stereometria fuit unius & viginti propositionum, é quibus tamen tres 22.35.38 fuerunt de planis, non de solidis. Itaque octodecim tantum erunt de solidis, de angulo solido quatuor 20.21.23.26. quatuordecim reliquæ de prismate parallelepipedo, quarum tamen duodecim 25.27.28.29.30.31.32.33.34.36.37.39 sunt communes omnium prismatum, ut prisma definitum est ab Euclide: 24 definit parallelepipedam speciem, nempe prismatis, cui tamen specialiter nihil esset attribuendum. Contra 40 tribuit generi prismatum, quod de unica specie tantum posſit esse verum. Sed in toto libro undecimo multo magis est illud admirandum é propositionibus quadraginta nullam omnino propositionem esse, quæ demonstrationem meruerit, sed omnes unica vel definitione, vel propositione (unde sequerentur) contentas esse. Atque omnino é propositionibus quadraginta cum secreveris octo de lineis & planis solidis 4.5.10.15.16.17.18.19, septem de solidis 20.21.23.24.25.36.40. reliquæ omnes vigintiquinque vel communes vel propriæ geometrici generis reperientur, nil ad stereometriã proprie attinebunt. Atque ista est inopia quam initio proposui, quæque major etiam postea reperietur.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER 28. IN 12. *elementorum.*


Duodecimus liber habet propositiones 18. é quibus tres sunt de planis 1.2.16. reliquæ de solidis, quatuor de pyramide 5.6.8.9. tres de pyramidis & prismatis ratione 3.4.7. de sphæra duæ 17.18. de cylindro unica est 13. de cono & cylindro quinque 10.11.12.14.15. Sed quindecim de solidis propositionum, decem sunt communes 5.6.8.9.11.12.13.14.15.18. é quinꝗ reliquis duæ 7 & 10. solidam utilitatem habent, tres reliquæ 3.4.17. demonstrationum caussa videantur esse factæ. Prima igitur, secunda & decima sexta propositiones ad Geometriam pertinẽt, non ad Stereometriam.

1 p 12 elenchum habet in multis antea propositionibus deprehensum, speciei nempe pro genere. Proponit enim de multangulis, quod omnium rectilineorum commune est: imo vero quod omnium omnino figurarum commune videatur, ut amplius differetur 17 p 12. demonstratio non obscura est, caussam tamen aliam nullam habet, sed propositio ipsa suæ veritatis caussam cõtinet é diametro & similitudine figurarum.

2 p 12 specialis est tertia post 19. & 20 p 6. ad figuras similes 15 c 4. diametri enim sunt pro lateribus homologis, quod 18 p 12. manifestius efficiet. Itaque materies ista tam postulandi principii fuit, quám 1 d 3: quæ valde huic homogenea est: materies non fuit, demonstrabilis propositionis: demonstratio tamen obscu-

obſcuriſsima eſt omnium quæ adhuc fuerunt, & multis de cauſsis animadvertenda. Labyrinthum hîc creticum quempiam ſtereometrico artificio affectatum credas. uno hoc in libro iteratus eſt ſexies error iſte inexplicabilis. Eo igitur diligentius tãquam filo Ariadnes retexendus eſt, ut ambages in uno ſemel explicatæ, nullum in cæteris negotium faceſſant. Ergo attendatur. Impoſsibile per partes inducitur, ſed inductione valde inſolenti. Tria enim ſibi ſumit Euclides ad impoſsibile cogẽdum obſcuriora & magis improbabilia quæſtione ad quam probandum adhibentur. Primó. Si non ſit ut quadratũ ad quadratũ, ita circulus ad circulũ, erit igitur (ait geometres) ita circulus ad aliquod aliud ſpatium. χωρίον id nominat, neq; cujus figuræ ſit explicat, ſpatium confuſe dicit. At propoſitio adhuc nulla fuit, quæ circulum cum quovis ſpatio rationalem eſſe demonſtraret, quin omnium (quæ in rebus geometricis adhuc verſatæ ſunt) difficillima quæſtio eſt, utrum circulus ad quadratum & quamnam rationem habeat: ut tamen inde certum ſit, circuli ad quadratum rationem non eſſe impoſsibilem, quãvis adhuc nemini poſsibilis, nemini nota fuerit, quæ etiam Ariſtotelis judicio poſsibilis eſt. Hoc igitur primũ eſt in iſta demonſtratione. Secundó. Si circulus eſſet rationalis ad quodlibet ſpatiũ, tamẽ nulla propoſitio fuit, quæ doceret tribus ſpatiis datis invenire quartũ proportionale: nam 11. 12. 13 p 6. de linea recta proportionali tertia, quarta, media invenienda præcipitur: nulla aũt de ſuperficiei vel tertiæ, vel quartæ, vel mediæ, vel etiã talis corporis inventione geometria fuit. Itaq; ſumere potuit Euclides datis tribus rectis quartã, datis aũt tribus ſpatiis non poteſt ponere proportionale quartũ. Cum vero ſpatium informe & infiguratũ ita ſumptũ ſit proportionale, neq; minus neq; majus eſſe ſecundo circulo, ad prius illud aſſumitur aliud rectilineum inſcribi poſſe dato circulo majus quavis data ſuperficie minore, quam ſit datus circulus, quod antea nuſquã demonſtratũ eſt, ſed utcumq; colligitur é 1 p 10: præterea aſſumit inſcriptũ majus eſſe dimidio circuli, quod etiam probat. Verumtamen ſi hic mireris, cùm duo inęqualia ita ꝓpinqua ſint, ut inter ipſa nullũ ſit mediũ, ut inter numeros 1 & 2. inter 2 & 3. ſic in magnitudinib. duabus, quomodo ad 16 p 3. dicit̃ angulũ ſemicirculi majorẽ eſſe quovis dato angulo acuto rectilineo, ut jam inter rectũ rectilineũ differẽtia interjecta nulla cogitari poſsit: qd (inquies) fiet huic ſumpto, qđ inter duas quaſvis magnitudines inæquales, tertiã tamẽ poſtulat minorẽ majore, majorẽ minore? Etenim ſi inter duas datas magnitudines intermedia nõ dico cogitari poſsit, ſed reipſa ac naturæ veritate poſsit inveniri, poterit rurſus quarta inter ſecundã & tertiã, quinta inter tertiã & quartã, & ſic in infinitũ. Itaq; ſi quantulamcũq; differentiã jam inde ab initio ꝓpoſuero, tamẽ infinitis ſectionibus ſectilẽ facies, & quod vix initio ſemel ſecturus ſis, tamẽ perpetuo atq; infinite ſecturum te profiteris. Admiratio tamen iſta ad 10 p 1 ſublata eſt. Archimedes tale quiddam ſumpſit ad 5. th. 1. de ſphęra. Sed tamen rectilineum iſtud majus dato ſpatio inſcriptum ſit ſecũdo circulo, ſequitur deinde ut ſimile inſcribatur primo, de quo tamẽ nominatim antea propoſitio nulla fuit, videtur autem aſſumi é 18 p 6. Hoc eſt notabile tertium. Ergo jam percipimus

quàm perspicuis & illustribus rebus demonstrator theorema sit addicturus. Reliqua spectentur. His positis syllogismus ita concluditur. Ut primum quadratum est ad secundum, ita circulus primus est ad spatium: ut autem rectilineum primum est ad secundum, sic quadratum primum ad secundum: Itaque ut rectilineum ad rectilineum, sic circulus ad spatium. At alterné primũ rectilineum minus est primo circulo. Ergo secundum minus est spatio, quo tamen majus esse ponebatur. Hoc impossibile est, idemque fuerit si incipias à secundo circulo, ut concludi omnino possit, ut est de quadratis alterum ad reliquum, sic circulum é duobus alterum ad spatium esse non posse, quod sit minus reliquo circulo. Atque id argumentum est secundi impossibilis futuri: Dicat igitur adversarius depulsus majoris assertione spatium illud esse minus secundo circulo, tumque rejectis rectilineis inscriptis syllogismus ita procedet inverso modo per 13 d.5. ut spatium ad primum circulum, ita secundum quadratum ad primum, & ut quadratum secundum ad primum, ita secundus circulus, si non ad primum circulum, saltem ad aliud spatium. Itaque ut primum spatium ad primum circulum, sic secundus circulus ad secundum spatium. At alterné primum spatium majus est secundo circulo. Ergo primus circulus major est secundo spatio. Quapropter erit ut é quadratis unum ad reliquum, sic é circulis secundus ad spatium minus reliquo circulo, contraquam primo impossibili erat conclusum. Hæc Euclidis vel Theonis est demonstratio ad 2 p 12. Hi sunt anfractus, hæ sunt ambages, hic deniq; labyrinthus. Veruntamen ut artificum licet excellentiũ, tamen artificium vanum & inane intelligatur demonstratione hac tot modis, vel suspecta vel obscura, nihil omnino opus est. Materies enim est principii uti dixi, & (sicut antea sæpe factum est) conversa in propositionem demonstrabilẽ, quod non solum é generali illa caussa ad 19 & 20 p 6, sicuti proposuimus initio ꝓpositionis, sed ꝓpe oculis aspicitur. Etenim circuli sunt æquales, quorũ diametri sunt æquales, materies definitionis fuit Euclidi ad 1 d 3: similes circuli definiti non sunt, sectiones contrà similes definiuntur 10 d 3. quæ capiunt angulos æquales, & 23.24 p 3 dictum est similes sectiones esse æquales in æqualibus basibus. Itaq; cum circuli omnes omnibus sint similes, ut quadrata quadratis, nec ideo speciali definitione sit opus attamen proprietas quædam proportionis é rationis æqualitate deduci potest, ut deducitur in triangulis, in angulis, & in centro peripheriave ad 1. & 33 p 6. triangula æquealta in basibus æqualibus sunt æqualia, & contrà, fuit 37.38.39.40 p 1. Hinc animadversum est 1 p 6. triangula æquealta esse ut bases. Itẽ. Si anguli in centro peripheriave circulorũ æqualium sunt æquales, insistunt in peripheriis ęqualibus, & cõtrà fuit 26 & 27 p 3. Hinc animadversum est 33 p 6. angulos in centro peripheriave circulorũ æqualiũ esse, ut sunt peripheriæ in quibus insistunt. Sic cùm patuerit nõ propositione quidem, sed definitione circulos æquales esse, quorum diametri sunt æquales, facile fuit animadvertere circulos item æquales esse, quorum á diametris, quadrata essent æqualia, unde sicut antea deduceret̃ circulos esse ut á diametris quadrata, quia si quadrata essent æqualia, ęquales esse, si inęqualia,

tanto

tanto circulos inæquales esse. Quamobrem caussa & generalis omnium figurarum communis & circulorum ipsorum propria convincit propositionem hanc postulandam fuisse, & digito si quid opus esset, atque exemplo demonstrãdam, non tot syllogismis obscurandam. Hæc logica mathematicis artibus imprimis periculosa & detrimentosa fuit. Itaq; evitabitur à nobis imposterum, ubicumq; similis reperietur, neque labyrinthum pro regia via proponemus. Utitur Euclides vel Theon principio in hac demõstratione, & postea utetur. Contentum minus esse continẽte, quod Archimedes primo de sphæra demonstrare voluit, sed specialiter é polygono & circulo, melius igitur id Euclides postulavit. Duæ sequentes propositiones mistam materiam habent de pyramide & prismate.

3 p 12 quinque partes habet, prima & secunda de æqualitate & similitudine particularium pyramidũ transigũtur eodem argumento: triangula enim æquilatera sunt etiam æquiangula, ideoque similia, & tertia pars ex eadem triangulorum similitudine ducitur, quarta per 40 p 11. facilis est, quinta facillima omnium. Prismata autem in hãc comparationem inclusit, quia sex pyramides, quibus prismata continentur, non sunt omnes similes toti & inter se. Sunt illæ quidem omnes æquales, ut é 7 p 12 patebit. At similes nõ sunt omnes neq; inter se, neque toti: quaternæ enim similes sunt, ideoque facta est illa sectio. Fuerat veró elegantius secare pyramidem tetraedram in octo pyramides tetraedras æquales, quaternas similes: quatuor autem angulares similes etiam toti. Sed hoc totum & propositionis & demonstrationis artificium quid utilitatis ad stereometricum usum habiturum sit, considerato. Ex hac propositione deduces. Si trianguli æquilateri crura bisecta connectantur, quatuor æquilatera triangula constitui: quod ad 2 p 6 demonstravimus.

4 p 12 hysterologiam habet. Est enim consectarium quintæ & sextæ sequentium, vel potius consectarium est é proprietate primarum figurarum. Pyramides enim ipsæ æquealtæ sunt ut bases, item prismata æquealta ut bases, sed bases prismatum pentaedrorum sunt similes basibus pyramidum, quia æquiangulæ, & prismata ipsa pentaedra ut suæ bases, totaque parallelepipeda, ut pentaedra dimidia. Quare comparatio pyramidum & prismatum singularium ex illa generali caussa peti debuit. Sed tamen quarta propositio demonstrationem Euclidi vel Theoni nacta est, ut inde quinta & sexta demonstrarẽtur. At minimé principio tali indigebant. Atque artificii hujus, ut superioris usum multó libentius requirerem.

5. & 6 p 12 ita speciales sunt ad primas figuras, ut undecimo libro fuerunt 29. 30. 31. ad 32. Sed hic tamen nulla generalis facta est ab Euclide, ut illic. Campanus autem generalem fecit. Si pyramides sunt æquealtæ, sunt ut bases: unam veró generalem propositionem faciendam esse ex altitudine tam multæ propositiones admonere Euclidem potuissent, si quid unquam de logica cogitasset. Demonstratio veró quintæ propositionis simillima est demonstrationi secundæ, & secũdus labyrinthus pro via regia proponitur: Ariadnes filum exhibuimus, neque repetimus, præstabat igitur hic principium facere, quàm sine ulla caussa

tam obscuré demonstrare. Itaque talis demonstrationis gratia nequaquã quarta proponenda fuerat.

6 p 12 demonstrationem habet affirmatam, sed involucris propositionum variarum sæpius iteratarum perobscuram. Hic tamen labyrinthum non appello, totaq; res poterat solis 3 p 12 & 18 p 5 demonstrari: imo veró ut dixi poterat & debebat unum generale principium fieri, quo libri hujus quarta quinta, sexta, cum cæteris primis continerentur.

7 p 12 certæ utilitatis est ad pyramidum mẽsuram, & diserte proponit prisma triangulæ basis, non solum quod prisma genus sit omnium solidorum planorum, quorum duo plana opposita sunt æqualia similia parallela, reliqua parallelogramma, ut constat é 13 d 11. sed quia pyramides tres, in quas prisma quodlibet dividi posit, non perinde demonstrari queat. Itaque in generali corollario etiam illud diserté est propositum. Omnis pyramis est tertia pars prismatis æqualem basim & altitudinem habentis: quod exemplo dissecti prismatis & digito melius, quám ullo argumento demonstratur, ubi videas in prismate pentaedro tres pyramides æquales, duas extremas similes, tertiam valde tota figuræ specie dissimilem: in cubo similiter. At in parallelopipedo oblongo, in rhombo, romboide dissimilitudo major apparebit. Itaque non collegit Euclides omne prisma dividi in tres pyramides æquales, sed omnẽ pyramidem esse tertiam partem prismatis, & velut ambiguum reliquit, utrum sesquialterum reliquum duas pyramides perspicuis partibus æquaret. Dissectio (inquam) id totum oculis subjiciet, & dissectio quam Euclides sibi permisit: neque demonstrat dissectionis facultatem aut modum, sed assumit segmenta, eaque demonstrat æqualia & similia in 3 & 4 p 12, æqualia tantum in 7 p 12. Quod etiam oculis & antea & postea é comparatione planorum comprehendentiũ perspicuum dissectio fecerit.

8 p 12 specialis est, sed corollarium habet generale. At ex generali speciale contrá fuerat concludendum: elenchus igitur est speciei pro genere. Et tamen generalis etiam propositio de similibus pyramidibus specialis erit ad propositionem de figuris similibus: & consectarium protinus illinc assumendum. Quare & propositio & propositionis demonstratio vacabit, ut jam 5 & 6 vacarunt.

9 p 12 similem elenchum habet de pyramidibus triangulis, quum tamen res sit omnium pyramidum communis. Imó ut antea consectarium é genere illo altiore, primarum æqualium bases & altitudines esse reciprocas. Itaque ut 34 p 11. sic 9 p 12 vacabit, & propositionis item demonstratio vacabit neque præcipuum quicquam stereometriæ hic est, commune totum est planorum & solidorum.

10 p 12 solidæ item utilitatis est, ut 7 p 12, ad dimensionem quippe conorum é cylindris: Sed demonstratio ipsius involvitur labyrintho, tertium é 2 & 5 p 12 repetito, attamen caussam habet é 7 p 12, & ejus consectario, quod prisma sit triplum pyramidis eandem & basim & altitudinem habentis. Nam cylindrus

refert

refert prisma, & conus pyramidem, imo veró latera cylindri sunt latera prismatis, & basis cylindri intra eadem latera complectitur basim prismatis, & polyedrum prisma posšis intra eadem latera facere, ut cylindrus videatur é prismate fieri, sic latera coni, pyramidisque communia sunt, neque hic plana & bases pyramidis admodum polygonæ & polyedræ valde differant: denique intra eosdem terminos cylindri & coni, prismatis & pyramidibus sunt proportionales: quod tam juste postulabitur quám postulat Euclides conos & cylindros esse similes quorũ diametri sũt proportionales diametris basium. Itaq; si prisma pyramidis est triplum, & cylindrus coni triplus erit. Hæc caussa fuit ad illam demonstrationem proferenda. Quare repetere huc labyrinthos 2 & 5 p 12. ut Euclides & Theon fecére, est impensa sophisticæ nimium gravis & importunæ stereometriam onerare.

11.12.14.15 p 12 confusé de cylindris & conis præcipiunt. Itaque pro quatuor propositionibus, si tamen necessariæ fuissent, octo faciendæ erant, sed neq; quatuor neque octo, imó nulla prorsus requirebatur.

11 p 12 est specialis ad illam inclytam matrem. Primæ figuræ æquealtæ sunt ut bases. Quare consectarium est hæc specialis, ideoq; vacat labyrinthus é demonstratione 2.5.10 p 12. ad hanc propositionem revocatus quarto loco.

12 p 12 specialis est ad similes primas, & labyrintho demonstrationis simillimo. Itaque demonstrationes 11. & 12 p 12 demonstrationibus secundæ, quintæ, decimæ simillimæ sunt demonstrandi genere, & labyrinthos germanisšimos involvunt.

13 & 14 p 12 invertunt illud é primis: quod altitudines comparant ex basibus, cúm antea contrá ex altitudinibus bases sint comparatæ. Sunt igitur ex eadem tautologia vicesima & vicesima prima propositiones factæ. Nam antea novemdecim præcesserant, quo licebat pro novemdecim antecedentibus totidem effingere, & triginta octo facere propositiones pro una.

13 p 12 demonstratur nugatorio illo demonstrationis modo, quo 25 p 11 demonstrata est. At consectarium est é primis æquealtis.

14 p 12 conversa quædam est 11 p 12. coni & cylindri æquealti sunt ut bases dixit 11 p 12. & nunc coni & cylindri basium æqualium sunt ut altitudines. Itaque Campanus hanc propositionem non repetivit.

15 p 12 respondet nonæ hujus, & elenchum superioris habet, estque de genere tautologiæ hujus sexta: nempe post 14 & 15 p 6. post 33 p 11. post 8. & 12 p 12.

16 p 12 sententiam problematis hanc habet.

Si perpendicularis inscripta majori duorum concentricorum circulorum, tetigerit minorem in communi diametro, totiesque dimidium tollatur é dimidio peripheriæ majoris dum relinquatur minus comprehenso á perpendiculari & diametro, subtensa huic minori erit latus multanguli æquilateri & pari=

& pariter parilateri majori circulo sic inscribendi ut minorem non tangat. Hæc sententia problematis est geometrici non stereometrici. Itaque & antea in geo= metria esse debuit, si tamen esse debuit :ut pleræque propositiones aliæ. neque propositio ista si verbis problema esset expressum, quicquam demõstrabile haberet, demonstrationem suam complecteretur: videtur autem adhibita tantum ad labyrinthum 18 p 12. Et enim hæc decimasexta ad decimam septimam pro= ximam attinet, ut duabus his obsecundantibus columnis exædificetur demon/ stratio decimæ octavæ, sed artificioli quis præterea erit usus?

17 p 12 præcipue ducitur è proxima. Sententiaque problematis est. Si mul/ tangula æquilatera & pariter parilatera inscribantur maximis circulis sphæræ continentis concentricam sphæram, primum quod contentam non tangat, reliqua transeuntibus per angulos inscripti, latera inscriptorum omnium paralle/ lis connexa inscribent polyedrum continenti sphæræ: quod contentam concentricam nõ tangat. Hæc sententia problematis est stereometrici, Polyedrum enim in solidis dicitur ut polygonum in planis, id veró quoniam fit exemplo poly/ goni æquilateri & pariter parilateri, necesse est, ut minimũ tot hedrarũ sit, quan/ tus erit numerus planus ex angulis polygoni archetypi per dimidium multiplicatis, ut si polygonum fuerit angulorum 8, polyedrum erit basium 32. si fuerit angulorum 16, polyedrum erit basium 128. si fuerit angulorum 32, polyedrum erit basium 512. & sic deinceps. Nam tot sunt intervalla polyedri inscripti inter polos sphæræ circumscriptæ, quot sunt latera polygoni, at in unoquoq; inter/ vallo, tot sunt bases, quot sunt latera in dimidio polygoni. Quare numerum basium dabit planus ex angulis polygoni per ipsius dimidium factus. Demon/ stratio igitur ista elegans & valde logica est ex argumẽto partium & caussarum totum constituentium concludere de ipso toto, ut si polygonum fuerit laterum 8, polyedrum erit basium 32, & è tricesima secunda parte de toto concludetur. At Theonis demonstratio quod quadrilatera id est bases polyedri sunt in uno plano, & quod inscriptum polyedrum non tangat, valde est inepta. Nam fabri= ca disertis verbis expressa demonstrationem suam totam complectitur, ut superior proxima complexa est, atque ista nimirum altera caussa fuit problematis à theoremate separandi. Assumit autem Theon interea è 14 d 11 & 15 p 3. Si sphæ/ ra secatur plano, communẽ sectionem esse circulum, & maximum circulum esse, qui transit per centrum sphæræ, ut sphærica è circulis majoribus & minoribus doctrina tum quædam fuisse videatur, licet ab Euclide in elemẽtis nequaquam tradita, & doctrina tamen simplex & suo sensu contenta, ut Theodosii demon/ strationes nihil requireret. Ex eadem propositione decima septima deducitur corollarium, quod polyedra similia sphæris inscripta sunt in triplicata ratione diametrorum sphæricarum. Vtrum vero corollarium hoc generaliter etiam ve= rum est? Solida similia sphæris inscripta sunt in triplicata ratione diametrorum sphæricarum. Nam de planis propositio præsens docet, de conis & cylindris u= trum res conveniet propter proportionem cum pyramidibus & prismatis? Nã coni similes inter se habent rationem triplicatam, quam diametri basium per

12 p 12.

12 p 12. & pyramides inſcriptæ conis habent triplicatam rationem laterum, & ſphæræ rationem habent, quam ſimiles pyramides inſcriptæ, idque tandem cylindris per conos conveniet, imò de figuris omnibus ſimilibus utrum verum eſt, figuræ ſimiles rotundis inſcriptæ habēt inter ſe rationē diametrorum æquemultiplicatam demenſionibus. Utrum inquam, res ita eſt, & ſic de propoſitionibus primariis tertia eſt hæc una? Hoc attendito & conſiderato. Atq; inde etiam aliud conſequetur. Sphæræ inter ſe ſunt in ratione polyedrorum ſimilium ipſis inſcriptorum. Hæc autem propoſitio de polyedris inordinatis tantùm eſt ut res ipſa manifeſtè demonſtrat, è planis inæqualibus & inæquilateris, majora enim ſunt à polo remotiora, totaque polyedri & inſcriptio & demonſtratio adhibita eſt, ut inde proximæ demonſtrationis labyrinthus procederet. At id minime omnium requirebatur.

18 p 12. elenchum habet ſpeciei pro genere, quèm habuere 19 & 20 p 6. 33 p 11. item 8 & 12 p 12. Nam de corporibus omnibus ſimilibus non ſolum ſphæricis, ſed planis & miſtis res omnino vera eſt, imo de figuris omnibus ſimilibus, ut antea jam patuit. In ſphæris autem diametri ſunt pro lateribus homologis. Itaque potuit etiam de circulis idem dici quod de rectilineis ſimilibus. Circuli inter ſe habent duplicatam rationem diametrorum, ut antea dixi, ad 2 p 12 ut pateat omnium figurarum ſimilium commune eſſe habere rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimenſionibus. Demonſtratio autem polyedrum inſcriptum ita comparat ad ſphæram, ut antea ad conos & cylindros pyramides inſcriptæ & priſmata inſcripta comparantur, concluſioque per labyrinthum non majoris, non minoris, atque utriuſque partis incommoda procedit. Ita ſexto loco cretenſis labor inextricabilis iteratur. fuit enim labyrinthus iſte 2. 5. 10. 11. 12. & nūc 18 p 12 ita ſex demonſtrationes in ſtereometria prorſus admirabilem logicam habuere, ut valde vehementerque addubitem, utrum poſt authorem harum demonſtrationum logico quiſquam & conſiderato judicio iſta perpenderit, labor cogitationum primarum ſine authoribus graviſsimus fuit: & videntur poſteri difficultate deterriti nihil melius exquiſiſſe, & certè experiēdo facile adducor ut ignoſcam, aliud tamen eſt veniam, aliud laudem mereri. Itaque eadem ſpe atque voluntate huc progreſsis minime in extremo concidendum fuit, ſed ad finem uſque perſeverandum. Quare ex octodecim propoſitionibus duodecimi libri tres fuere de planis 1. 2. 16: de pyramide quatuor 5. 6. 8. 9: de priſmate & pyramide tres generis ſtereometrici propriæ 3. 4. 7. de ſphæra duæ 17 propria, 18. in genere comprehenſa, de cono & cylindro communiter quinque in generalibus comprehenſæ 11. 12. 13. 14. 15. unica 10 de cono & cylindro ſtereometrici generis propria: ita quod initio propoſueram ex 18 propoſitionibus hujus libri, quinque ſolæ ſunt ſtereometrici generis propriæ: è reliquis tredecim, tres ſunt de planis, aliæ decem ſunt inani tautologia ex generalibus factæ, & tamen ex illis quinque propriis 3. 4. 17. ludicra ſtereometriæ potius quam ſeria & commoda documenta videantur.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 29. IN DECIMUM TERtium elementorum.



Ecimus tertius liber magis ad geometriã planorum attinet, quám ad stereometriam solidorum. Nam de propositionibus octodecim primæ duodecim sunt de planis, & quatuor primæ propositiones subtilius & curiosius á Theone demonstrantur, cum tamen fere consectaria sint ex 11 p 2, sicuti quinta nominatim á Theone deducitur ex eadem. Theon hic adhibet præterea σύνθεσιν καὶ ἀνάλυσιν compositionem & resolutionem quinque primarum, tanquam res aliquas novas. σύνθεσις est assumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem, ἀνάλυσις est assumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Hæ sunt definitiones Theonis, quibus cõsentanea sunt illa, quæ Proclus primo libro elementorum protulit, mathematicas probationes esse â principiis vel ad principia, â principiis per se notis vel aliunde demonstratis, ad principia esse resolutiones & deductiones. Resolutiones quæ ponẽdorum principiorum vim habent, quibus compositiones opponuntur, cum á principiis ad quæsitum ordine progredimur. Deductiones ad impossibile habent vim destruendi: similiaque iis, Pappus affert initio septimi libri, velut ἀνάλυσις sit ἀνάπαλιν λύσις, eaque duplex ζητητικὴ & ποριστικὴ, quin libros τοῦ ἀναλυομένου narrat 32 á tribus authoribus Euclide, Apollonio, Aristeo. Hæc (inquam) Procli & Pappi consentiunt cum Theonis ista doctrina, totumque genus hujus retrogradæ (ut loquitur Campanus) doctrinæ commentitium est, & valde nugatorium. Hic enim pro quinque demonstrationibus factæ sunt á Theone quindecim: Primo quinq; propositiones demonstrantur separatim deinde duæ cujusque demonstrationes aliæ factæ sunt, prima per resolutionem, secunda per compositionem. Analysis vero ista & sic á Theone definita rebus inveniendis utilis quidem est, eamque Plato veritatis inquirendæ viam in mathematicis invenisse dicitur. At in componendis & demonstrandis rebus inventis contrariam geneseos viam adhibendam esse Plato idem admonet: ἀνάλυσις (inquam) ista est primæ observationis & experientiæ, artis & doctrinæ ordinãdæ non est: aliter res singulares primo inveniuntur, deinde genera colliguntur: aliter docendæ posteaquam inventæ sunt, á generalibus nempe incipiendo, & descendendo ad species. Hæc enim via sola præponit ea, quæ natura clariora sunt, at contra cum agitur, necesse est natura obscuriora præcedere, qua hysterologia nullus est in docendo fœdior elenchus. Sed tamen analysim hanc ad formandam artem & doctrinam necessariam non esse Euclides vel Theon magno nobis argumento est, qui in tot pro-

tot propositionibus aliis & antecedentibus antea, & postea in consequentibus nusquam adhibuerit. Nec in solis mathematis ullus ἀναλύσεως usus reperitur quám in quadrato & cubo numero retexendo: cujus tamen analyseos in elementis Euclidis nullum verbum est. Elenchus igitur hic etiam Euclidis testimonio convincitur: Elenchus (ut dixi) valde fœdus & sophisticus, sed unde interpretes Aristotelis, & Galenus in primis longe magis fœdum, magisque literis omnibus exitiosum elenchum in scholas induxerunt, cum formam disciplinæ & ordinem id est methodum duplicem ἀναλυτικὴν καὶ συνθετικὴν commenti sunt. Nec enim mathematicus ἀναλυτικὴν illam methodum in tota vel Arithmeticæ vel Geometriæ disciplina, totoque artis unius corpore quisquam sequutus est, sed duntaxat in uno unius quæstionis syllogismo, idque, ut docui, omnino sophisticé. At interpretes hi docent non syllogismum quæstionis unius specialis, sed totius artis ordinem formamque analysi constitui posse: cujus commenti exemplum nullum in mathematica, imo nullum in ulla generis cujusquam disciplina unquam viderũt. Sed hac de re actum est in dialectica ad caput de methodo. De singulis veró propositionibus aliquid separatim dicendum est. Sectio rectæ per mediam & extremam rationem tres proprietates in elementis habet reciprocas.

1 & 2 p 13 continent primam & simplicissimam, ubi quadratum unum quintuplum est unius, quæ materies est 1 & 3, in quibus etiam conversa vera est. Ex hac veró quintupli proprietate via patet secandæ rectæ proportionaliter à Remondo Poyneo Petragorio nobis proposita.

Si data recta continuata dimidio sit perpendicularis diametro ad idem dimidium hinc æquali, illinc quintuplæ, secabitur á peripheria proportionaliter. Ut in figura



Secunda proprietas sequitur.

4 p 13 *Si recta secatur proportionaliter, tota & minus extremum possunt triplum majoris.* Conversa hic etiam vera est, ut antea. Si recta & rectæ segmentum possunt triplum reliqui, recta ipsa secatur proportionaliter, & majus segmentum est reliquum. Ergo in hac utraque proprietate, & quintupli & tripli quadratorum est inter se comparatis, unde Euclides tamen nullam rectæ proportionaliter secandæ viam docuit. Proprietas ultima est in comparatione quadrati cum oblongo.

5 p 13 Ex hac æqualitatis comparatione viam geometria reperit rectæ proportionaliter secandæ ad 11 p 2 & 30 p 6.

6 p 13 proponit segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia, neque id tantum, sed speciem addit ἀλογίας, nempe residua. At ut proponeretur generaliter irrationalia esse, certe specialiter residua nihil attinebat, & exemplo cujuscumque numeri satis erat de genere dicere. Nam quemcumque numerum toti sectæ dederis, nullam unquam partem ipsius quotam segmentis attribues, idque

tamen perinde postulari potuit in geometria & assumi, sicuti postulatur á Theone ad 11 6 p 1 numerum quadratum numeri quadrati duplum nullum esse, & hic sumitur ac postea sumetur quadratum quintuplum sub quintupli quadrati nullum esse, id (inquam) sic declarari & absque decimo libro percipi perinde potuit: imo veró cum geometriæ partes pleræq; sunt irrationales, quæ sine illo dogmate præcipuo é definitione rationalis intelligantur, nihil necesse fuit doceri segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia: una definitio rationalium satis superque fuerat irrationalibus omnibus, neque demonstratione generis, sed multo minus speciei opus erat: sed de his prædictum est in præfatione 10 lib. Hic veró nil aliud actum video, quam ut libri decimi aliquis videlicet usus ostenderetur.

7 p 13 demonstrationem difficilem non habet, caussam tamen suæ veritatis videtur ipsa continere, & secunda demonstratio de angulis non deinceps communis est utrique parti, & facilior superiore.

8 p 13 demonstrationem perinde facilem habet, ac proxima. Demonstratio autem demonstrat de inscripto quinquangulo, ex eaque deducitur fabrica pentagoni ordinati.

9 p 13 Conversio etiam vera est & demonstratur á Campano: verum sumi potest ut consectarium é demonstratione antecedentis.

10 p 13 demonstrationem eandem iterat, ut probet duo oblonga separatim æqualia quadratis sexanguli & decanguli.

11 p 13 proponit diametrum circuli rationalem esse irrationalem ad latus inscripti quinquanguli, & demonstrat demonstratione omnium quæ adhuc fuerunt, prolixissima & odiosissima, satisfactio ad elenchum erit eadem quæ fuit in præfatione decimi libri, quæ 6 p 13 & hic affectatio consimilis fuit ad pompam libri decimi, cuius tam ingenti artificio opus esset ad rem nihili demonstrandum.

12 p 13 tam facilem demonstrationem, quam difficilem habuit superior proxima.

13.14.15.16.17 p 13 Sequentes quinque propositiones continent veteris theologiæ stereometriam opinione Pythagoreorum & Platonicorum admirabilem ad mundanorum corporum figuras constituendum: At in figuris elementorum constituendis Aristoteles philosophus Pythagora & Platone accuratior atque elegantior fuit, dum totam illam cosmopœiam per figuras ordinatorum corporum ab istis philosophis constructam diruit. In singulis propositionibus Euclides complectitur ordinati corporis fabricam, inscriptionem, rationem lateris ad axem circumscriptæ sphæræ: At separatim hæc tria fuerunt explicanda. fabrica enim fuerat separatim in singulis declaranda antequam de sphæra diceretur, tandẽ expositis sphæricis inscriptio & comparatio laterum demonstranda. Hæc enim tria temere permiscentur, neq; tamen fabrica Euclidis generalis est, sed inscriptioni accommodata. In geometria planorum Euclides λογι-

κώτερος

κώτερος & accuratior fuit, docuit fabricã trianguli quadrati multãguli circuli, primo libro, quarto adſcriptionẽ docuit: Sic in ſtereometria ſeparare artes iſtas debuit. Pappus tertio libro inſcribit quinq; eadẽ corpora per circulos parallelos: & fortaſſe poſsit alius aliter, ſed inutilis ſubtilitas non placet. Nos igitur fabricas cujuſque corporis ſuo loco in geometria tradidimus, tum ſphæricis expoſitis communem inſcriptionem & rationem laterum conjunximus. Hæc ſemel illic expoſita, huc repeti nihil neceſſe erit.

13 p 13 habet inſcriptionem propriam tetraedri : inſcriptio autem reliquorum quatuor corporum communis eſt. figuræ enim æquilateræ ſunt & æquiangulæ. Itaque per converſam 31 p 3. Si ſemicirculus diametri æqualis diametro datæ ſphæræ tranſeat per angulum unum qui neceſſario rectus eſt, nempe crurum ad terminos diametri connexorum, tranſibit eadem de cauſſa per reliquos, & unuſquiſque angulus inſcripti tanget peripheriam & inſcribetur. Itaq; elenchus hic quadruplus eſt. Tertia pars de ratione diametri ſphæricæ ad latus tetraedri adhibet propoſitionem geometricam, quæ præcedere in geometria debuerat, & ad omnes res (quibus ſervire poterat) accommodari, quam ideo fecimus 6 e 12.

14 p 13 geometricam proportionem in tertia parte continet. Si baſis trianguli rectanguli biſecetur á perpendiculari ex angulo recto, poterit duplum ꝓportionalis inter ſectam & biſegmentum. ut patet ex 8 p 6 & 47 p 1. Campanus deducit é 14 p 13 octaedrum ſecari in duas pyramides æquealtas, quarum altitudo ſit radius ſphæræ, baſis autem quadratum ſubduplum ad quadratum axis, ſed præterea deducit é 13 & 14 p 13 baſim tetraedri eſſe potentia ſeſquitertiam ad baſim octaedri eidem ſphæræ inſcripti. Nam triangula in quadratis eadem baſi habebunt rationem quadratorum: At quadratum lateris tetraedri eſt ad quadratum lateris octaedri, ut 4 ad 3. Itaque & triangula baſis ad triangulam baſim talis erit. Contra docet ſuperficiem octaedri eſſe ſeſquialteram ad ſuperficiem tetraedri. Nam cum ſuperficies tetraedri conſtet é baſibus 4, quarum quælibet ſit ut 4, omnes erunt ut 16: contra cum ſuperficies octaedri conſtet ex octo talibus baſibus quarum quælibet ſit ut 3. Ergo omnes erunt ut 24: tota itaq; ſuperficies octaedri ad ſuperficiem tetraedri erit ut 24 ad 16, id eſt ſeſquialtera. Una præterea Campani eſt indidem deducta propoſitio ejuſmodi.

Octaedrum ad octaedrum eidem ſphæræ inſcriptum, ut quadratum axis ad rectangulum é recta potente ſeſquitertium ad tres quartas lateris tetraedri, & é recta ſuperquintupartiente viceſimas ſeptimas earum quartarum. Indidem ab eodem deducitur. Perpendicularem á centro ſphærę in baſim tetraedri inſcripti æqualem eſſe ſextę parti axis, quæ omnia geometram ingenii plenum demonſtrant, mallem demonſtrarent de artis uſu fructuq; ſolicitum: talium enim inventionum ultima nunquam dabitur.

15 p 13 Prima pars ſeparatim tractatur & communiter de fabrica cubi paulo tolerabilius: neque hac in parte ambitio ſuperiorum demonſtrationum iteratur: attamen definitio cubi hanc etiam fabricam complectebatur. Neq; omnino quadrata ſex ad quatuor angulos componi poſſunt, quin cubus efficiatur.

Ergo hic etiam fabrica demonstrationis est, non demonstratio fabricæ. Tertia pars propositionem habet item geometricam ejusmodi.

Si basis trianguli rectanguli secetur dupla ratione á perpendiculari ex angulo recto, poterit triplum proportionalis inter sectam & minus segmentum. Hoc autem corpus ordinatum singulare est in genere quadrangulorum. Hinc etiam Campanus deducit duplex quadratum diametri sphæricæ æquale esse superficiei cubi. Nam quadratum axis est triplum ad quadratum lateris cubici, id est ad unam basim cubi. At in cubo sunt sex bases. Itaque duplex erit æquale sex basibus. Indidem etiam deducitur é dimidio lateris cubici in bessem quadrati axis fieri soliditatē. Quam ingenii elegantiā in propositionibus hisce postremis Campanus præcipue demonstravit, sed ostentatio ista fructum artis exquirentibus valde putida est. Fumi enim ejusmodi nil nisi geometricas utilitates impediunt.

16 p 13 ἀναλογίαν lateris ad diagonium & ἀλογίας speciem proponit, sed hac de re antea jam ad 6 & 11 p 13 docui, speciem ἀλογίας exquirere vanæ ostentationis & otiosæ, totusque liber decimus ad istorum corporum mysteria compositus videatur.

17 p 13 Demonstrationem Euclides prima parte triplicem facit, quod quinquangulum sit in uno plano, quod æquilaterum, quod æquiangulū. At quod demonstrat Euclides in uno plano esse quinquangulum, superstitiosa admodum demonstratio videatur, & tamen potuit etiam conclusio demonstrationis negari: Neque enim si una recta sit in quinquangulo, necesse protinus est omnes rectas esse, potest enim id accidere in quinquangulo cylindraceo & conico, tamen si planum unum est, quia recta in eo una est, cum rectæ fabrica permittatur regulæ, cur non & regulæ permittitur judicium de planicie? In hac tamen bella demonstratione notabilis est 32 p 6, quæ nusquam alias adhuc adhibita est. Tertia pars propositionis proponit lateris ἀλογίαν & ἀλογίας speciem: elenchi refutatio erit hic eadem quæ fuit ad 6.11.16 p 13.

18 p 13 Epilogus quidam est recollectus é 13.14.15.16.17 p 13: unde promptum est data circumscriptæ sphæræ diametro invenire latera inscriptorū corporum: In tribus primis repetitur idem prorsus, nisi quod tetraedrū & cubus cōjunguntur propter sectionis similitudinem, quia in utroq; diameter secatur dupla ratione, & cubus etiam pyramidatum est natura prius octaedro: icosaedri autem latus curiose admodum & prolixé investigatur, cum breviter posit vel Theonis argumento inveniri, ut in geometria docuimus. Scholium autem hic adhibitū nomine Theonis in græco exemplari est. At ejusmodi antea scholia in sexto & decimo authoris cujusdam diversi facta sunt, quamvis plana ordinata innumerabilia posint esse: attamen demonstratio hæc accurate sane & manifeste colligit é generibus angulorum quinq; tantum corpora ordinata institui posse, unde tetraedrum, octaedrum, icosaedrum, basi triangula, cubus quadrangula, dodecaedrum quinquangula componitur. Atque ita geometria Pythagoræ theologiam quandam ex iis quinq; corporibus ordinatis reperit. Itaq; sic in Timæo mundum deus architectatur, ut igni tetraedrum, terræ cubum, aëri octaedrum,

aquæ

aquæ icosaedrum, universo dodecaedrum tribuat, omnia in eandem & æqualẽ sphæram concludat, in quo tamen analogiam potius figurarum quam veritatẽ & naturam cernas, ut figuræ illæ symbola sint in elementis quietis & motus, respondeatq; tetraedrum ignis velocitati, cubus terræ immobilitati, octaedrum aëris liquori, icosadrum aquæ fluxui, dodecaedrum cæli capacitati. Alia etiam caussa est apud Alcinoũ de 12 signis in Zodiaco divisis in quina triangula: numeroq; trecẽta sexaginta, quot & Zodiaci sunt gradus. Itaq; Aristoteles 8 cap. 3 de cælo labefactavit genus hoc geometriæ physicæ, id est geometricis figuris incongruis elementa physica demonstrantis. Neq; veró Aristoteles geometricas figuras ad motum vel quietem rerum naturalium ineptas vel incongruas putavit: imo contrariũ plane, ut in mathematico proemio docuimus, affirmavit: sed judicavit corporibus illis tales figuras non congruere. Neq; si pythagoreum somnium ab Aristotele merito derisum est, idcirco ulla geometriæ vel dignitas vel utilitas imminuetur. Sed id in physica ipsa considerabitur amplius.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBER 30. IN 14. *lib. elementorum.*


Libri duo reliqui, ut nescio qui in titulis librorũ ignari librarii dubitant, non sunt Euclidis, sed ex Apollonio per Hypsiclem descripti, ut epistola declarat. Euclides comparationẽ quinq; pythagorearum figurarum instituit, rationemq; laterum docuit in tribus primis cum diametro sphæræ. Latera vero icosaedri & dodecaedri ἄλογα esse demonstravit, nihil præterea, quod idem cum plerisq; aliis à veteribus mathematicis traditũ fuerat, ab Aristeo præsertim, quẽ Pappus Euclide facit antiquiorẽ, sexq; librorum de solidis authorem memorat initio lib 7, & certe Aristeus nominatim in his postremis liberis appellatur: sed res Euclidi fortasse visa est imperfectior aut alienior, ut hinc constet duobus his libris institui doctrinam non modo nõ euclideam, sed Euclidi ipsi improbatã. Susceperat igitur Apollonius nobilis geometra, cujusque hodie è multis monimentis supersunt quatuor libri de conicis icosaedri & dodecaedri, cõparationẽ uberius explicandam, libroq; primũ edito nõ satisfecerat, ideoq; emendatus à Basilide & Hypsiclis patre accuratius eam quæstionẽ rescripserat, unde subducta est ab Hypsicle materia decimi quarti & decimi quinti libri. Decimi quarti libri materia est in quintuplici ratione, ut superficies dodecaedri ad superficiẽ icosaedri, sic oblongũ è perpendiculari & latere dodecaedri ad oblongũ è perpendiculari & latere icosaedri. Hæc prima est è duabus rationib. ꝓportio tractata ad 2 p 14. deinde ut oblonga inter se, sic latus cubi, ad latus icosaedri, quod cõprehẽditur 4 p 14 magis quam præcipuè demonstratur. Hæc secunda est proportio è secunda ratione & tertia. Tertio, ut latera hæc inter se, sic recta potẽs sectã ꝓportionaliter & majus segmentũ ad rectam, quæ possit eandem & minus segmẽtum. Hæc tertia est ꝓportio è tertia & quarta ratione. Quarto, ut latera eadẽ, sic dodecaedrũ ad icosa-

icoſaedrum. Hæc quarta eſt proportio é tertia & quinta ratione, tractata tandem in ſcholio. Hæc (inquam) materies eſt decimi quarti libri in quatuor propoſitiones numero digeſta, quæ re ipſa ſunt undecim, uti demonſtrabo, & tamē propoſitiones ferè geometricæ, non ſtereometricæ. At enim ut planius ſit quod expoſui hæc ab Euclide rejecta ac repudiata eſſe, operæpretium ſit excellentium ingeniorum logicis habenis ſolutorum motus vagos & errantes intueri. Apollonius geometra magnus appellatus eſt, ut antea dixi, & magnus revera fuit, ſed magnis virtutibus magna quoq; vitia affinia fuerunt. Voluit Apollonius demonſtrare ſolem illum mathematicum, Quæ eidem æqualia, & quid mirum modo ſit, ſi euclidea circa ſtereometriam mundanarum figurarum acumina, & quidē acuminibus Euclidi improbatis ſuperare voluerit. Nihil in antiqua geometria ſpecioſius viſum eſt quinq; corporibus ordinatis, eorumq; gratia geometriam ut ex Proclo initio dictum eſt inventam eſſe veteres illi crediderunt. Itaque ut quiſq; magnificentiſsime de ſe ſenſit, ita ſibi maxime ſtatuit circa hoc problema aliquid elaborandum & exornandum, Archimedes tredecim corporibus, de quibus initio dictum eſt, Euclidis corpora veluti æmulatus eſt: Apollonius, Ariſtæus, Iſidorus, ac pleriq; alii eandem gloriam æmulati ſunt: At in totis elementis nihil eſt iſtis argutiis ineptius & inutilius. Id igitur breviter agatur, & conſideretur per quam Apollonii logicam materia propoſitionum undecim pro quatuor numeretur, & quæ ſtereometriæ utilitas ex omnibus omnino percipi poſsit. Hic enim ſtereometria nulla prorſus erit. Geometrica erunt quędam in prima propoſitione in lemmatis, in conſectariis.

1 p 14 Litera alia videtur in Hypſicle eſſe, nempe pro ἐκ τοῦ κέντρου, quod eſt in litera propoſitionis. Hypſiclis demonſtratio proponit, & cōcludit τοῦ ἑξαγώνου, quod tametſi re idem eſt, attamen non perinde verbis res proponitur. ἑξάγωνον circulo inſcribi proprie dicitur, non autem radius. Et hæc propoſitio geometrica eſt, ſtereometriæ proprium nihil habet: antecedere itaq; debuit in geometria planorum, ſi quid tamen utilitatis adferret. Hic enim Euclidis judicium ſequor, non quælibet inventa in elementis habeo, nec logicas leges oblitus ſum. finem bene metiendi ſpecto, indeque homogenea metior.

2 p 14 duo geometrica lemmata demonſtrat ad propoſitionis demonſtrationem neceſſaria, quæ propoſitionum locum & numerum non minus merebantur quam ſubjecta propoſitio, cui adjunguntur. Primum eſt.

Si recta continuetur è latere quinquanguli & ſubtendente angulum, poterit quintuplum radij.

Secundum eſt.

Si latus ſexanguli ſecetur proportionaliter, majus ſegmentum erit latus decanguli. Hæc (inquam) duo lemmata hic permiſcentur, quæ ſi proponenda tamen eſſent, ſeparatas ꝓpoſitiones in geometria habere debuerāt. ſecundū á nobis retinetur propter uſum adſcribendi decanguli. Sed tamen utrūq; logicā Apollonii demonſtrat, materias ꝓpoſitionū ita permiſcentis & confundentis, multoq; major ingenii hujus inſolentia neſcio quæ eſt, id enim ſophiſma Theoni vel Euclidi eſt inuſitatū: utitur Apollonius in demonſtratione propoſitionis hujus argumen-

to tan-

to tanquam principio, unde poſtea fiet in hoc libro demonſtrabilis propoſitio decima (ut duarum rectarũ proportionaliter ſectarum prima eſt ad ſuũ majus ſegmẽtum, ſic ſecunda eſt ad ſuum:) Hunc elenchum Campanus evitavit: propoſitionemque iſtam ſecundam hoc in libro fecit. Pappi tamen eſt prorſus eadem lib 5 th 51.

3 p 14 demonſtratio 41 p 1 tantum utitur & numeris, ejuſq; corollarium præcipuum & fundamentum ſequentis. Tum veró propoſitionis hujus materia etiã geometrica eſt triangulis oblonga comparantis, ſtereometricũ hic nihil eſt. Additur hic corollarium, ut ſuperficies ad ſuperficiem, ſic oblongum ad oblongũ.

4 p 14 logicam ſecundæ ſimillimam habet, lemma pariter admiſcet.

Si de rectæ proportionaliter ſectæ dimidio dimidium majoris ſegmenti ſecetur, dimidium ſecundum erit majus ſegmentum primi proportionaliter ſecti. Et hoc item geometricum eſt, non ſtereometricũ. Poſitis autem cõſectario ſuperioris propoſitionis & hoc geometrico lemmate ad figuram propoſitionis accommodato, & quatuor proportionalibus per illud principium poſtea demonſtratum diſtinctis in latere cubico & latere quinquanguli & duabus perpendicularibus, ut oblongum extremorum ſit æquale oblongo mediorum, ſorite quatuor graduum propoſitio concluditur, ut ſuperficies dodecaedri ad ſuperficiem icoſaedri, ſic per corollarium præcedentis, oblongum é perpendiculari & latere quinquanguli, id eſt é minore perpendiculari, & latere cubico (quoniam ei per 16 p 6 eſt æquale) oblongũ ex eadẽ perpendiculari & latere icoſaedri: atq; ut ſunt oblonga, ſic tum per 1 p 6 latus cubi ad latus icoſaedri: quia ſunt baſes æquealtorum. Ergo de primo ad ultimum, ut ſuperficies dodecaedri ad ſuperficiem icoſaedri, ſic latus cubi ad latus icoſaedri. Hæc enim gradatio erit hujus demonſtrationis. Adhuc igitur materies octo propoſitionum fuit primæ, ſecundæ, & ad ſecundam propoſitionem duorum lemmatum, tertiæ & ſui corollarii, quartæ & ſui lemmatis. Sequuntur tres propoſitiones, in nullo tamen propoſitionis numero habitæ. Nona igitur decimi quarti propoſitio erit.

Latus cubi eſt ad latus icoſaedri, ut recta potens ſectam proportionaliter & majus ſegmentum ad rectam, quæ poßit eandem & minus ſegmentum. Cujus demonſtratio prima eſt é cubi latere ad latus dodecaedri potens latera ſexanguli & decanguli per 10 p 13, id eſt rectam ſectam proportionaliter & majus ſegmẽtum per 2 lemma ad 2 p 14: At latus icoſaedri per 12 p 13 poteſt triplum lateris ſexanguli, & continuata é latere ſexanguli & minore ſegmento poteſt per 4 p 13 triplum majoris ſegmenti. Itaq; ut potentia tripla ad ſubtriplam, ſic potentia tripla ad ſubtriplam, ac per 22 p 6 rectæ quatuor proportionales, alterneq; item ꝓportionales, ut tripla ad triplam, ſic ſubtripla ad ſubtriplam, id eſt ſecta proportionaliter ad majus ſegmentũ, ideoq; per 17 p 13 ut latus cubi ad latus dodecaedri, id eſt ad rectã quę poteſt proportionaliter ſectam & majus ſegmentum, ſic latus icoſaedri ad rectã quæ poteſt eandẽ ſectã & minus ſegmentũ: quomodo & latus icoſaedri fuit ad rectam quæ poteſt eandem ſectam & minus ſegmentũ. Quare alterne latus cubi eſt ad latus icoſaedri, ut recta potens ſectam proportionaliter & majus ſegmen-

tum, ad rectam quæ possit eandem & minus segmentum. Hæc demonstratio solers est & Apollonii ingenio digna, non potuit Apollonius cubi latus cum icosaedri latere certa ratione & explicabili comparare, comparavit cum irrationalibus segmentis sectæ proportionaliter, quo genere videlicet irrationale cõparari potuit. Atq; hæc de propositis rationibus quarta est. Sequitur propositio decima. Duarum proportionaliter sectarum, ut prima est ad suum majus segmentum, sic secunda est ad suum majus segmentum: qua propositione tanquã principio Apollonius jã ter usus est in 2. 4. 5 p 14. & hi nimirum sunt vagi errãtesq; motus ingenii logicis legibus soluti & ab Euclide improbati, de quibus prædiximus, & tamen insolentia doctrinæ mirabiles. Si propositione illa tanquã principio usus esset Apollonius, laudarem. Est enim principium per se clarum, & ipso proportionis ejusdem sensu manifestum. At postea demonstrare, quod antea pro principio sumpseris, ἀλογία est non ferenda: & tamen quomodo principium hoc demonstratur ab Apollonio? Eo sane modo quo demonstratum est ab eodem. Quæ eidem æqualia. Quare demonstrationem ejusmodi pluribus non persequor, tantum moneo cautius spectandum esse, quibus credatur, & magnis nominibus magnas imposturas fieri. Superest decimi quarti propositio undecima & ultima, quæ quintam de rationibus Apollonii & ultimã cõplectit.

Dodecaedrum est ad icosaedrum ut latus cubi ad latus icosaedri.

Scholiastes hanc rationem collegit argumento pyramidum, é quibus solida ista componuntur: Sed argumentum hoc commune est cubi cum octaedro & utriusq; cum tetraedro, quia illa perinde componuntur é pyramidibus. Et enim ut é triangulis triangulata sunt omnia plana, in eaque resolvuntur, sic é pyramidibus sunt pyramidata omnia solida plana, in easque resolvuntur, omninoque verum é 9 d 11 corpora plana æqualia esse, quæ comprehenduntur á planis æqualibus multitudine & magnitudine. Itaque inter se sunt ut superficies. Ergo scholiastes iste sive ex Apollonio sumpserit, sive ex sese id attulerit, elenchum facit eundem speciei pro genere, quem antea locis infinitis adnotavimus ab Euclide factum, sed alium insuper elenchũ toto scholio graviorem facit, dum probare vult rationem corporũ & superficierum eandem esse. Hic enim quid facit? Circuli æquales circumscribuntur quinquangulo dodecaedri, & triangulo icosaedri. Verum inquã: id enim fuit 2 p 14. Deinde æquales in sphæra circuli sunt, qui distant æqualiter á cẽtro. At (inquã) 14 p 3 fuit ejusmodi, in geometria planorum nulla propositio intercessit in elementis, ubi de sphæricis id ostenderetur. Sic Euclidi fuit ad 17 p 12 maximo orbe sphæram bisecari. Campanus itaq; circulorũ æqualitatem istam demõstravit, & ante Campanũ Theodosius 6 p 1. attamen melius id é circulari geometria postulabitur. Ergo talis demonstratio logicam Apollonii demonstrat. Tum veró pyramides æquealtæ verticibus in centrũ depressæ, subtilius bisecantur, & é membrorũ proportione ratio corporũ judicatur. Verum (ut dixi) superficies & pyramides istæ cõmunes sunt omnium solidorum planorũ. Itaq; magna ambitione elenchus iste colligitur, unde etiã concluditur dodecaedrum esse ad icosaedrum ut est superficies ad superficiem,

utque

atque latus cubi ad latus icosaedri, quo eodem sophismate tota gradatio repeti potuit, de reliquis antecedentibus rationibus oblongorum & sectarum proportionaliter. Si quæras igitur quæ sit ratio icosaedri ad dodecaedrum, dicet Apollonius: Primò, eandem esse, quæ superficiei ad superficiem: Secundò, eandem esse, quę est oblongi ad oblongũ: Tertiò, eandẽ esse, quæ lateris cubici ad latus icosaedri: Quartò, eandẽ esse, quæ rectę potentis sectã proportionaliter & majus segmentum ad rectam quæ possit eandẽ & minus segmentũ. Hæc (inquam) Apollonii erit ad istã quæstionẽ responsio, & ista undecim propositionũ materia.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBER 31. IN

decimum quintum elementorum.



DEcimus quintus liber habet materiam decimi tertii consimilẽ, sed inopem admodũ, & vix elementorũ nomine atq; inscriptione dignam, quisquis ejus author fuerit sive Apollonius, sive Hypsicles, sive Aristæus, sive quivis alius. Definivit Euclides 1 & 2 d 4 inscriptionem & circumscriptionẽ rectilineorũ inter se, speciale tamẽ nihil instituit, quomodo triangulo triangulũ, quadrangulo quadrangulũ, aut triangulũ quadrangulo ascriberetur. Rectilinei adscriptionẽ cum circulo tantum quarto libro instituit, & solidorum corporum adscriptionem cum sphæra decimo tertio dũtaxat instituit. Apollonius, Aristæus, Isidorus, Hypsicles, aut nescio quis alius superare hic Euclidẽ voluit, & adscriptionẽ solidorũ corporũ ordinatorũ inter se docuit, negotiolũ sane pusillũ, tamẽ hoc etiã ad extremũ cõplectamur. Propositiões numerant quinq;, sed materies est minimũ decẽ, omniũ tamẽ stereometricarũ, ut libri superioris elẽcho hic simile quiddã sit, qddã dissimile.

1 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si tres ab eodem cubi angulo diametri quadratorum reliquorum diametris connectantur, inscribent tetraedrum cubo.

Demonstratio hic brevis est de triangulis æquilateris, quia latera sunt diametri æqualium quadratorum. Sed quæstio hic gravior est, quomodo ad 1 & 4 d 4. possit inscribi tetraedrum cubo, cum quatuor anguli non videantur posse sex plana cubi tangere, de quo jam antea ad 1 & 4 d 4 dictum est. Singuli tamen tetraedri anguli hic singulos terminos cubi tangere, nempe singuli ternos, sed extremos. Hypsicles nihil definit. Campanus autem ambigue præcipit ad 12 p 15. Tetraedro (ait) non posse inscribi cubum, icosaedrum, dodecaedrum. Non enim (ait) sunt in tetraedro bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi, icosaedri, dodecaedri possint extrema tetraedri contingere. Hic Cãpanus inscriptionem ostendit esse in contactu angulorum inscripti cum extremis circumscripti, & quidem in basibus, vel angulis, vel lateribus ejusdem circumscripti, iterum ibidem ait octaedrum non posse inscribi icosaedro, quia sex anguli octaedri non possunt contingere sex vel bases, vel angulos, vel latera

icosaedri. Hæc (inquam) ambiguitas est Campani, contactum tripliciter definientis à planis, à lateribus, ab angulis. At necesse est si figura figuræ inscribitur, ut singuli anguli inscriptæ tangant singulos terminos circumscriptæ. Itaque cùm hic solidi terminus sit basis plana, contactus inscripti & circumscripti fiet ex angulis inscripti, & terminis circumscripti. Nec videtur ad Euclidis definitionem tetraedrum inscribi, nisi extremorum terminorum contactus intelligatur.

2 p 15 sententiam hanc habet.

Si latera tetraedri bisecta connectantur, inscribent octaedrum tetraedro.

Demonstratio hìc facilitate par est superiori. Atque ut in prima propositione contactus intelligendus est. Hic enim sex anguli octaedri, contingunt quatuor terminos tetraedri, sed extremos, singuli binos, tresque vicissim eandem.

3 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si è centris quadratorum cubi duo opposita cum reliquis cōnectantur, inscribent octaedrū cubo.

Demonstratio hic perinde prompta est per fabricam & 4 p 1. quod octaedrū sit inscriptum. Latera enim sunt bases triangulorū æquicrurorū & rectangulorū, sed hujus inscriptionis facultas etiā per contrariū primæ & secundæ patere potest. Nam si tetraedrum inscribatur cubo, & octaedrum tetraedro, sane & octaedrum inscribetur cubo. Octaedrū aūt inscriptum cubo contingit non latera vel angulos, sed bases cubi, sicuti tetraedrū, & hic manifestissima est illa inscriptionis ratio, neque dubia ut antea fuit in tetraedro & octaedro inscriptis.

4 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si centra triangulorum octaedri connectantur & inter se supera, inferaque, tum superis infera, inscribent cubum octaedro.

Demonstratio brevis ut antea bisectis lateribus octaedri: æqualitas enim laterū patebit per 4 p 1, & æqualitas angulorū in triangulis, unde p 13 p 1 rectus erit in cubo. Est autem propositio hæc conversa tertiæ, & inscripti cubi contingunt tantum terminos circumscripti octaedri ut in superiore adscriptione, & hinc altera sumetur inscriptionis illius manifesta ratio: Hinc veró patet cōversa secundæ. Nam si cubus inscribatur octaedro & tetraedrum cubo, tetraedrum inscribetur octaedro, & tetraedri anguli tangent tātum terminos octaedri. Octaedro autem vel cubo neque icosaedrum neque dodecaedrum possunt inscribi, quia anguli illius 12, hujus 20, non possunt singulas illas bases contingere.

5 p 15 problema sic habet.

Si centra triangulorum icosaedri connectantur inter se supera inferaque, tum superis infera inscribent dodecaedrum icosaedro. Demonstratio hic item facilis. Atque hic manifesta est inscriptio, cum anguli tangat terminos non extremos, sed intermedios. Possunt etiam inscribi icosaedro cubus & tetraedrum. Nam cum dodecaedrū fuerit inscriptum icosaedro per 5 p 15, & cubus dodecaedro per 17 p 13, cubus erit inscriptus icosaedro, & hic anguli cubici singuli contingent binos terminos extremos. Itē si cubus inscribatur icosaedro per proximū corollariū per & tetraedrū cubo per 1 p 15, tetraedrum inscribetur icosaedro, & hic anguli tetraedri singuli cōtingent quinos terminos extremos. Atque ita icosaedrū suscipiet hospitio suo

tetraedrum,

tetraedrum, cubum, dodecaedrum: octaedrum autem solum nō suscipiet, quia sex anguli singulas icosaedri bases & singulos terminos contingere nō possunt. Atque (inquam) Hypsicles parum hic pythagoream philosophiam animadvertere videatur. Nam cum pythagorei similitudine quadam motus & quietis attribuissent, tetraedrum igni, octaedrum aeri, icosaedrum aquæ, cubum terræ, capacitatis argumento (ait Campanus) attribuerunt dodecaedrum mundo, propterea quod ambitu suo omnia complecteretur. At hic Hypsicles includit icosaedro dodecaedrum, cum debuerit contra icosaedrum inscribere dodecaedro. Itaque merito Aristoteles istam figurarum in elementis comparationem 8 cap. 3 lib. de cælo, ut antea dictum est, irrisit, neq; nos in arte ingenua & nobili & in humanæ vitæ auxiliū reperta argutias quamlibet admirabiles, nisi etiam utiles fuerint, irridendas potius arbitramur, quam ejiciendas, multo etiam magis Campani consimiles accessiones, quibus bellam istam stereometriam locupletavit. Adhuc propositiones quinque numeratæ sunt, reliquæ sine numero sequuntur, quinta de numero laterum & angulorum cujusque corporis ordinati per scholiastem fortassis eundem qui fuit antea ad 5 d 6. 19 p 10. & in fine duorum proximorum librorum. Proclus tamen non videtur hos extremos libros Euclidi annexos legisse, qui tredecim tantum Euclidi tribuit, ut primo scholarum mathematicarum libro dictum est. Sed tamen quisquis scholiastes hic fuit, colligit arithmeticé magis quam geometricé numerum laterum & angulorum, quod definitionum consectariis in geometria complectimur, sed minima levissimaq; in his corporum miraculis inventa maxima & gravissima amatoribus & admiratoribus suis visa sunt. Atque ita in una propositione scholii hujus propositiones quodammodo quinque sunt. Apollonius, Aristæus, Hypsicles, Campanus authores variarum subtilitatum adhuc fuerunt, reliquæ accessionis author ab Hypsicle appellatur Isidorus, & honorifice cognominatur, modo μέγας διδάσκαλος magnus præceptor, modo etiā ἐνκλεέστατος ἀνὴρ clarissimus vir. Hic igitur magnus doctor & clarissimus vir inclinationes corporū simpliciter sine demonstratione exposuerat ex unico dato comprehendentium planorum. Hypsicles autem demonstravit, & materiam in quatuor prolixas demonstrationes dilatavit, neque quamvis summo doctori viroque clarissimo rem simpliciter exponenti credidit. Itaque Isidorum etiam hic Hypsicles ut antea Apollonium demonstrationis laude vincere studuit. Sed res ipsa subducatur, & victoriæ laus æstimetur. In cubo nulla est κλίσις inclinatio, quia anguli sunt recti: Inclinatio tantum est quatuor reliquorum ordinatorum corporum. Ergo in tetraedro sic invenietur.

Si detur tetraedri triangulum, & ab ejus vertice perpendicularis in basim, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis basis concurrentes comprehendent angulum inclinationis.

Hæc problematis primi est inventio.

Si detur intermedium octaedro quadratum & perpendicularis á vertice trianguli in basim, rectá duæ perpendiculari æquales, á terminis diametri concurrentes comprehendent inclinationem octredri.

Hæc problematis secundi est inventio.

Si detur intermedium icosaedro quinquangulum & perpendicularis á vertice trianguli in basim, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis subtendentis angulum quinquanguli comprehendent inclinationem icosaedri.

Hæc tertii problematis est inventio.

Si detur dodecaedri quinquangulum & perpendicularis á subtendente angulum in latus parallelum, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis subtendentis concurrentes comprehendent inclinationem dodecaedri.

Hæc denique quarti problematis est inventio. Inventio tamen genere sermonis succinctiore comprehensa quàm ab Isidoro proponitur. Adhibet enim ad inveniendum rectas perpendicularibus æquales duplicem peripheriam tanquam triangulum æquicrurum constituere. Hic primus elenchus est. Deinde in singulis crura æquantur perpendiculari. Id igitur erat generale non iterandum quater, sed generaliter ac semel exponendum, angulum nempe inclinationis esse, cujus crura æquarentur perpendiculari á vertice trianguli in basim, sed basim esse basim trianguli in tetraedro, diametrum quadrati intermedii in octaedro, subtensam angulo intermedii quinquanguli in icosaedro, subtensam angulo terminantis quinquanguli in dodecaedro. Sic (inquam) magni doctoris & clarissimi viri inventio concluderetur, & tamen inventio quæ novi nil haberet, quod definitionibus ipsorum corporum & fabricis non melius explicaretur. Attamen ista tanti doctoris tamque clari stereometria euclideis elementis parũ consentanea est. κλίσις enim vel inclinatio quę 5 & 6 d 11. definitur ab Euclide, acutus angulus est: at octaedri, icosaedri, dodecaedri inclinatio est angulus obtusus. Acutus enim est in tetraedro, rectus in cubo, obtusus in octaedro, icosaedro, dodecaedro: neq; hic disputo κλίσιν ab Isidoro melius generaliter accipi, quàm accipitur ab Euclide, sed convinco hanc doctrinam Euclidis doctrinæ non convenire, factumque ab Hypsicle simpliciter & imperité, quod istas quisquilias Euclidis libris adjunxerit. Quamobrem Isidori magnitudo & claritas ex hac magna & clara inclinationum inventione judicetur, & desinamus specie magnificorum nominum pueriliter decipi. Sed Euclidem Apollonius vicit, utrumque magnus Isidorus, universos Hypsicles unus longissimé superavit: victoriam igitur hanc postremam spectemus. Quid igitur ait? Isidorus (inquit) ista præclara reperit, sed tãquam per se manifesta præteriit. Hypsicles igitur ipse demonstravit: Itaque inventio Isidori, Hypsiclis est demonstratio. Ecquid (inquam) qualis est ista demonstratio? Sane bene longa & prolixa, & totis decimi quinti libri quinque propositionibus longior & prolixior, sed longitudine ineptiarum & prolixitate mirabili Isidorus magnus Hypsicli visus est, quia dato unico plano invenisset inclinationem omnium. At Hypsicles mirificus homo hic fuit: Aperté enim sumit quod demonstrare vult: in primo problemate sumit tetraedrum integrum, in secundo sumit dimidium octaedri, in icosaedro quartam partẽ, in dodecaedro sumit duo quinquangula sic inclinata ut sunt in ipso dodecaedro. Quapropter inclinationum istarum & inventio & demonstratio

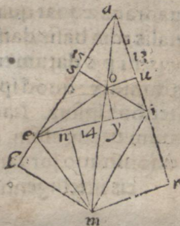
ridicula

ridicula est, neq; metricæ artis quicquam nisi impedimentum, ut superiora pleraque alia continet. Quamobrem subductis quindecim elementorum libris summum illud tertio mathematicarum scholarum libro positũ problema concludatur, arithmeticam & geometriam præclaras quidem & humanæ vitæ fructuosissimas artes esse, sed quindecim elementorum libris sic esse obscuratas, ut non mirum sit, vulgo (cum propter obscuritatem ignotæ sint) inutiles etiam judicari, insigniaque hominibus emolumenta comparaturum, qui obscuritate rejecta exemplo atque opere fructum arithmeticæ & utilitatem geometriæ demonstraverit.

FINIS.

DEMONSTRATIO GEODAESIAE TRIANGULARIS, *hue rejecta propter hysterologiam obscuram.*

SI é dimidio collectorum dati trianguli laterum latera ipsa sigillatim subducantur, latus continue facti é dimidio & reliquis erit area dati trianguli. Esto igitur triangulum *aei* cujus latera sint 13. 14. 15, totus ex iis numerus est 42, dimidium 21, differentiæ laterum á 21 sunt 8. 7. 6. factus é dimidio & reliquis est 7056, latusque 84, area trianguli: hujus numerationis geometricã caussam Jordanus & Tartalea quæsivere, sed miris ambagibus, & Apollonii logicam longissime superantibus. Huc itaque demonstrationem talem rejecimus, sic igitur demonstrationem accipe. Biseca angulos *aei* & *aie* á concursu biseccantium perpendiculares in latera æquantur: æquantur item segmenta *iu* & *iy*, *ey* & *es* per 26 p 1, quia æquantur dimidii anguli bisectorum & duo recti, & latus commune est. Esto jam infinita recta *ao*: Hic item verticis angulus bisecatur, lateraque *as* & *ae* æquantur per 47 p 1 & 1 ax. Tertio crura continuentur æqualiter alternis basis á perpendicularis segmentis *air* & *ael*, continuata æquantur inter se, quia ternæ partes æquantur *as* & *ae*, *se* & *ir*, quia ambæ æquantur ipsi *ey*, tum æquantur *el* & *ei*, quia ambo æquantur ipsi *ey*, æquantur item continuata & semiperimetro quia ambo æquantur toti perimetro. Hic notabis tria segmenta continuati lateris tres esse reliquias laterum á dimidio subductorum. Nam si tollantur á continuato latere *air*, primo latus *ai* relinquetur *ir* velut 8: tum reliqua per partes ut *ie* per *ui* & *ir*, item *es* & *sa* per *ir* & *au*, relinquentur pro secunda tertiaque differentia *au* & *ui* tanquam 7 & 6. Quarto perpendicularis esto *rm* cõnexa per *ml* æqualẽ & in angulo recto, ut triangula *mal* & *mar* docẽt per 4 p 1. Quinto rectæ sunto *im* & *em*, quadrata carũ different pro

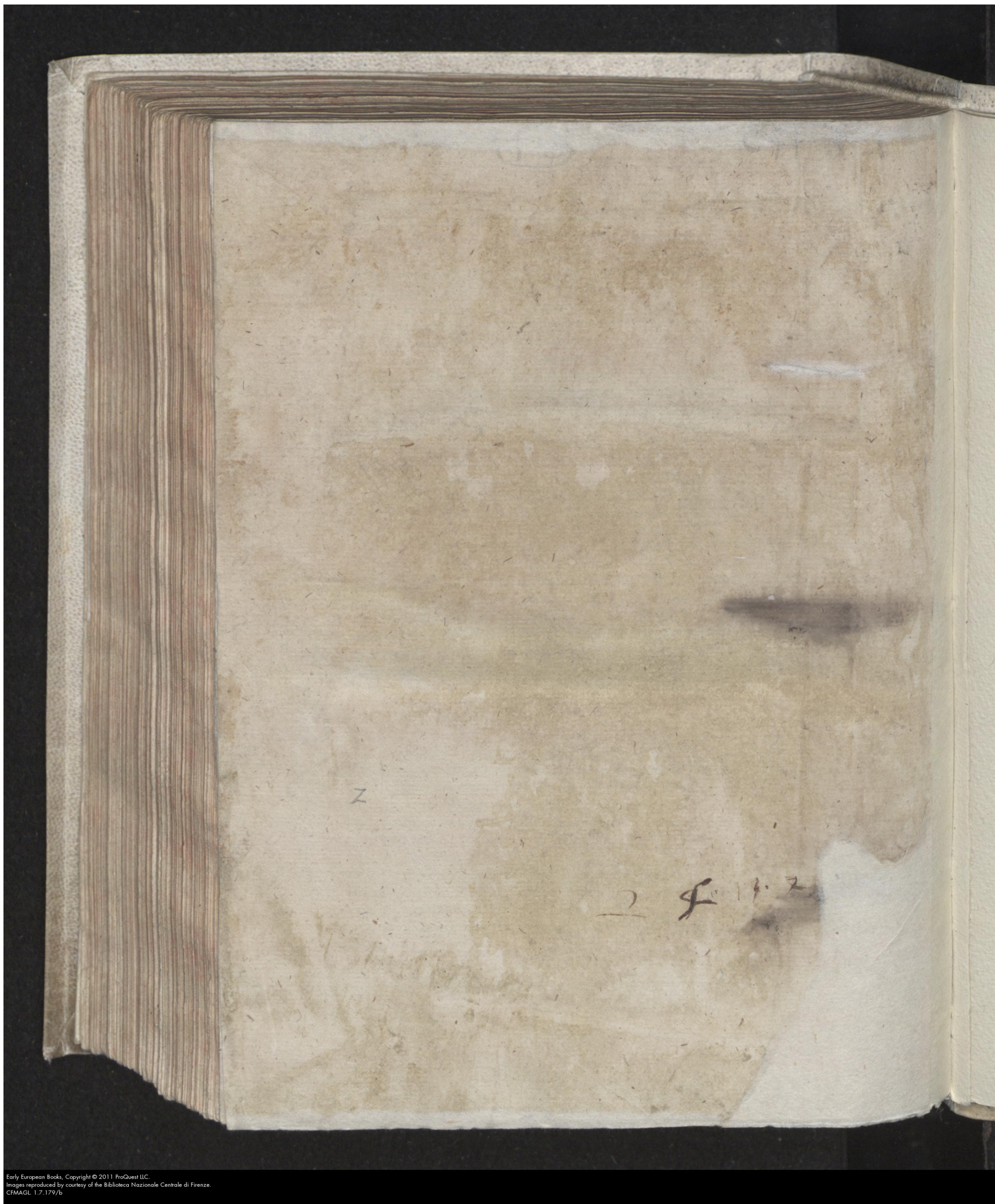


diffe-

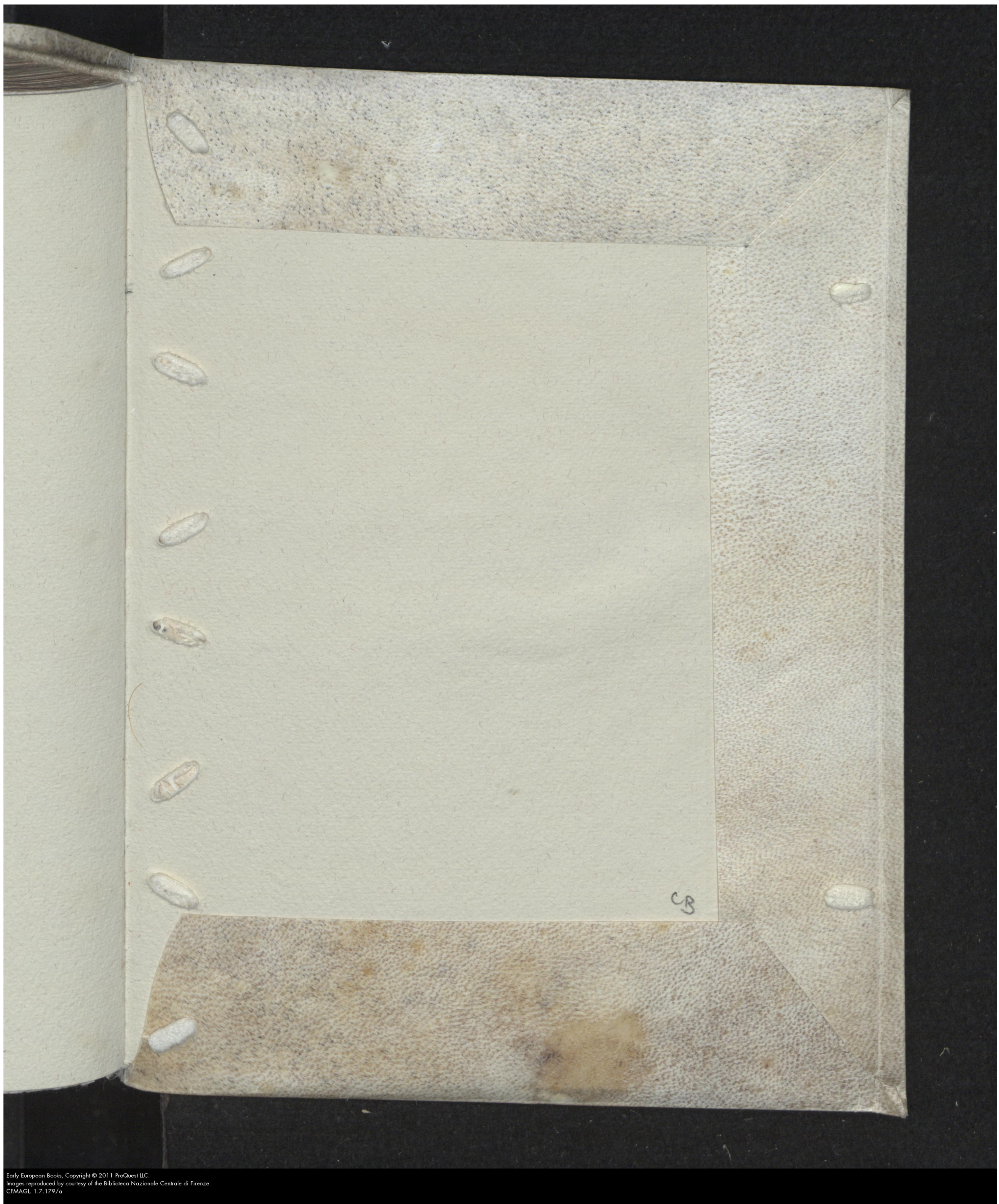
differentia continuationum *i r e l* per 47 p 1 & 4 ax. Sexto secetur *b n* æqualis *y i* & connectatur *n m*: ea perpendicularis erit super *e i*, quia ita secat: basim *e i* trianguli *e i m*, ut quadrata crurum differant pro differẽtia segmentorum, quod cum fit in triangulo, recta secans est perpendicularis, ut patet per 47 p 1 & 5 axi. Secus accideret differentiam partium magis inæqualium eandem esse cum differentia partium minus inæqualium, ut in 7 & 3, partibus denarii, atque in 6 & 4 ejusdem totius partibus. Hic angulus *l m n* bisecatur per *e m* per 47 & 8 p 1, ipseque cum angulo *l e m* æquatur duobus rectis, quia duo reliqui oppositi ad *l* & *n* recti: item per 13 p 1, perque 1 ax. cum angulo *s e n* æquatur duobus rectis: Itaque & bisegmenta æqualia. Quare triangula *o s e* & *e l m* sunt æquiangula, ideoque similia per 4 p 6, oblongumque extremorum *o s* & *m l* æquatur oblongo mediorum per 16 p 6. Atque ut quadratum ex *o s* ad rectangulum extremorum, id est mediorum, sic perpendicularis *o s* ad rectam *m l*. Recta enim est ad rectam, ut quadratum alterius ad rectangulum utriusq; per 1 p 6; sic item *a s* ad *a l*. Oblongum igitur extremorum æquatur oblongo mediorum, id est plano trium differentiarum. Atque uterque planus multiplicatus per semiperimetrum facit duos iterum planos æquales. Hic rursus planus differentiarum multiplicatur per dimidium, & planus ė quadrato perpendicularis per semiperimetrum est planus ė quadrato perpendicularis & ė quadrato semiperimetri. At planus ė duobus quadratis æquat quadratum ex area trianguli. Nam si triangulum sumatur æqualis tum basis dati trianguli perimetro, tum altitudinis perpendiculari æquabit per 1 p 6 datum triangulum: itemq; parallelogrammum æquealtum & basis dimidiæ: quod ipsum erit medium proportionale per 1 p 6 ad quadratum ė lateribus ipsius. Itaque multiplicare hæc duo laterum quadrata est quadrare datum triangulum, ejusque quadrati latus erit area dati trianguli. Hæc igitur demonstratio Jordani & Tartaleæ egregiam suorum authorum in mathematicis intelligentiam demonstrat, at vellem etiam egregiam logicam una demonstraret.

321

sy i
an=
um
Se-
iffe/
& 4
pse/
&n
que
que
dio
d est
qua
gum
ntia
ite=
imi/
us ē
bus
r æ/
qua
ba=
m ē
rare
itur
ati/



005644654
005644655


CB